

**СПЕЦИАЛЬНЫЙ**  
**ФИЗИЧЕСКИЙ**  
**ПРАКТИКУМ**

# ***специальный*** **ФИЗИЧЕСКИЙ** **ПРАКТИКУМ**

**Издание третье,  
переработанное и дополненное**

**Часть 2**

ПОД РЕДАКЦИЕЙ А. А. ХАРЛАМОВА

Допущено министерством высшего и среднего специального  
образования СССР в качестве учебного пособия для  
студентов физических специальностей высших учебных заведений

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА, 1977

УДК 537.533+537.525.6+621.382

Рецензент:  
кафедра взаимодействия излучения с веществом МФТИ

**Специальный физический практикум, ч. 2,**  
изд. 3. Изд-во Моск. ун-та, 1977 г.,  
376 с., 192 ил. Библиогр. в конце статей.

Вторая часть издания — переработанное и расширенное руководство к практическим занятиям по современной электронике. В книге собраны описания практических работ по электронной оптике, по газовой, эмиссионной и полупроводниковой электронике и физике плазмы, составляющие экспериментальную основу для теоретических курсов по этим разделам.

C  $\frac{60406-108}{077(02)-77}$  69—77

© Издательство Московского университета, 1977 г.

**Специальный физический практикум, ч. 2, изд. 3**

Зав. редакцией *Т. Г. Батенина*  
Редактор *Ф. И. Горобец*  
Мл. редактор *И. А. Лященко*  
Художественный редактор *Л. В. Мухина*  
Переплет художника *В. В. Гарбузова*  
Технический редактор *Г. Д. Дегтярева*  
Корректоры *Н. В. Тютина, С. Ф. Будаева, Н. И. Коновалова*

Тематический план 1977 г. № 69  
ИБ № 252

Сдано в набор 23 II—1977 г.	Подписано к печати 17 X—1977 г.	Л-86463
Формат 60X90/16	Бумага тип. 3 Усл. печ. л. 23,5 Уч.-изд. л. 23,08	Изд. № 3097 Зак. 76
Тираж 12340 экз. Цена 1 р. 10 к.		

Издательство Московского университета. Москва, К-9, ул. Герцена, 5/7.  
Типография Изд-ва МГУ. Москва, Ленинские горы

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	5
<b>I. Электронная оптика</b>	
1. Электронная пушка . . . . .	7
2. Исследование структуры электронного луча методом вибрирующего зонда . . . . .	20
3. Автоматический траектограф и исследование устройств, фокусирующих интенсивный электронный пучок . . . . .	30
4. Просвечивающий электронный микроскоп . . . . .	46
5. Электронограф . . . . .	61
6. Растровый электронный микроскоп . . . . .	89
<b>II. Газовая электроника</b>	
1. Электрические зонды Ленгмюра . . . . .	109
2. Исследование свойств плазмы с помощью СВЧ-радиоволн . . . . .	121
3. Деионизация плазмы . . . . .	134
4. Измерение концентрации возбужденных атомов в плазме спектральным методом . . . . .	145
5. Винтовая неустойчивость положительного столба разряда и аномальная диффузия в продольном магнитном поле . . . . .	164
6. Эффективные сечения возбуждения энергетических уровней гелия . . . . .	173
7. Резонанс ограниченной плазмы . . . . .	182
8. Плотная нестационарная плазма импульсного разряда . . . . .	193
9. Высотно-частотные характеристики ионосферы . . . . .	208
<b>III. Полупроводниковая электроника</b>	
<i>Равновесные концентрации и подвижности носителей заряда . . . . .</i>	<i>222</i>
1. Определение ширины запрещенной зоны германия . . . . .	237
2. Исследование температурного хода подвижности электронов в германии с малым содержанием примесей . . . . .	241
3. Определение энергии ионизации основной примеси и концентрации разнозаряженных центров . . . . .	244
<i>Рекомбинация, диффузия и дрейф неравновесных носителей заряда . . . . .</i>	<i>247</i>
4. Определение времени жизни и дрейфовой подвижности неравновесных носителей заряда импульсным методом . . . . .	254
5. Измерение параметров дрейфа и рекомбинации неравновесных носителей заряда, возбужденных светом . . . . .	260
<i>p—n-переходы в полупроводниках и некоторые приборы на их основе . . . . .</i>	<i>267</i>
6. Исследование электрических свойств p—n-переходов . . . . .	277



7. $p$ — $n$ -переходы в вырожденных полупроводниках и характеристики туннельных диодов . . . . .	288
8. Исследование электрических характеристик транзисторов с $p$ — $n$ -переходами . . . . .	307
9. Излучательная рекомбинация в $p$ — $n$ -переходах и характеристики светодиодов . . . . .	324

#### IV. Эмиссионная электроника

1. Изучение энергетической структуры полупроводников с помощью внешнего фотоэффекта . . . . .	348
2. Термоэлектронная эмиссия металлов . . . . .	360

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Изучение газового разряда . . . . .	368
-------------------------------------	-----

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Вторая часть «Специального физического практикума» содержит описания экспериментальных работ по электронике, выполняемых студентами старших курсов физического факультета Московского университета. Сюда вошли работы по газовой и полупроводниковой электронике и электронной оптике.

Описания составлены преподавателями физического факультета. I. Электронная оптика: 1 — Е. М. Дубинина, Г. П. Нетишенская; 2 — М. Б. Гусева, В. Г. Бабаев; 3 — М. Б. Гусева и Р. Н. Кашлинова; 4 — В. М. Ефременкова, А. И. Крохина, В. И. Петров; 5 — В. М. Ефременкова, В. И. Петров; 6 — В. И. Петров, А. Е. Лукьянов, Г. В. Спивак; II. Газовая электроника: 1 — В. Е. Мицук; 2 — Г. С. Солнцев, С. А. Двинин, Н. П. Попова; 3 — В. А. Черников; 4 — А. М. Девятков, И. А. Канавец; 5 — Б. Н. Швилкин, А. А. Зайцев; 6 — Л. М. Волкова; 7 — В. А. Годяк; 8 — А. Ф. Александров, И. Б. Тимофеев, В. А. Черников; 9 — М. Б. Виноградова, Л. К. Червоня; III. Полупроводниковая электроника — В. В. Остроборова, А. Э. Юнович; IV. Эмиссионная электроника: 1 — Г. А. Желудева; 2 — Б. Б. Шишкин; Приложение — А. Ф. Александров.



# 1. ЭЛЕКТРОННАЯ ОПТИКА

## 1. ЭЛЕКТРОННАЯ ПУШКА

Изучается принцип действия и характеристика маломощной электронной пушки.

### § 1. Введение

Электронная пушка служит для создания узкофокусированного пучка электронов с достаточно большой плотностью тока. Такого рода пучки могут быть сформированы различными электронно-оптическими системами. Они классифицируются по основному признаку — первеансу системы  $\sigma = I/V^{3/2}$ , т. е. величине, характеризующей ее проводимость. Если  $\sigma > (10^{-8} - 10^{-7}) A/V^{3/2}$ , то при расчете фокусирующих электродов следует учитывать расталкивающее действие объемного заряда пучка. При  $\sigma < 10^{-8} A/V^{3/2}$  объемным зарядом можно пренебречь. В этом случае мы имеем дело с маломощными узкофокусированными пучками, которые используются в таких электронно-оптических устройствах, как осциллографические трубки, кинескопы, иконоскопы, спектроскопы и др.

Почти все маломощные электронные пушки двухлинзовые. Первая линза ускоряет и фокусирует пучок электронов и формирует место наименьшего сужения пучка — скрещение, или кроссовер. Эта линза предварительной фокусировки одновременно служит и для управления интенсивностью электронного потока. Вторая линза позволяет получить изображение кроссовера, которое соответствует пятну минимальных размеров и току максимальной плотности.

Целесообразность использования системы двух линз вытекает из теоремы Лагранжа — Гельмгольца:

$$y_1 \sqrt{V_1} \sin \theta_1 = y_2 \sqrt{V_2} \sin \theta_2. \quad (1)$$

Здесь  $y_1$ ,  $V_1$  — размер объекта и потенциал его пространства;  $y_2$ ,  $V_2$  — то же для пространства изображения;  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  — входная и выходная апертуры. Применяя это соотношение к фокусирующей системе электронной пушки, можно считать, что  $y_1$  лежит в плоскости катода (объекта), а  $y_2$  — в плоскости экрана (изображения). Чтобы получить наименьшую величину пятна на экране ( $y_2$ ), можно уменьшать размеры катода ( $y_1$ ) или апертуру ( $\theta_1$ ). Однако это существенно уменьшает ток электронного пучка. Уве-

личение отношения  $V_2/V_1$  лимитируется электрической прочностью прибора и удобством его эксплуатации. Следовательно, наиболее эффективный путь уменьшения пятна на экране — увеличение угла  $\theta_2$ . При заданном расстоянии между фокусирующей линзой и экраном увеличить  $\theta_2$  можно, только поместив перед фокусирующей линзой  $L_1$  дополнительную линзу  $L_2$  (рис. 1). Под действием ускоряющего поля первой линзы электроны, выходящие по всем направлениям из точек  $A_1$  и  $B_1$ , собираются в узкие пучки (рис. 2).

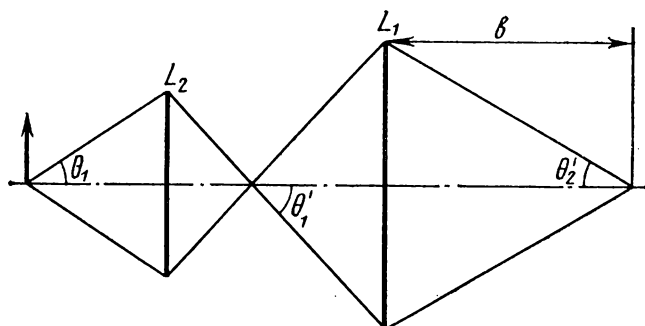


Рис. 1. Способ увеличения выходной апертуры

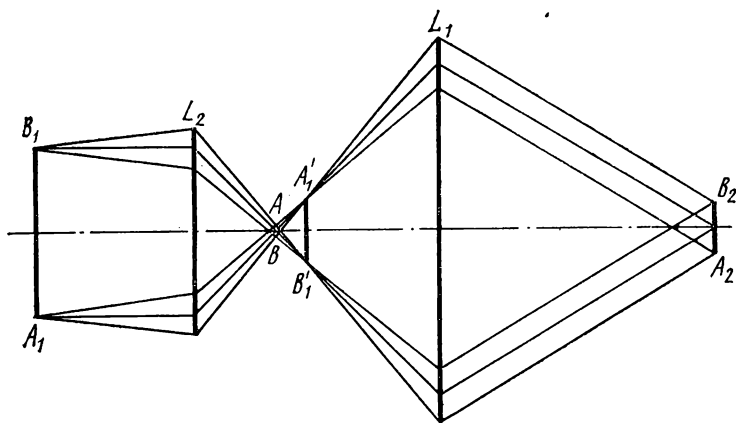


Рис. 2. К образованию кроссовера

По осям этих пучков проходят «главные лучи», образованные электронами, покидающими катод с нулевой скоростью. Преломляясь в линзе  $L_2$ , электронные пучки пересекаются с осью и образуют изображение катода  $A_1'B_1'$ . В месте пересечения главных лучей с осью пучок электронов, покидающих катод с различными скоростями, имеет наименьший диаметр  $AB$ . Здесь образуется так



называемый кроссовер пучка. Диаметр кроссовера не зависит от размера объекта  $A_1B_1$  (размера катода) и определяется только начальными скоростями электронов, покидающих катод.

Можно подобрать оптическую силу линзы  $L_1$  таким образом, чтобы она давала на экране изображение кроссовера  $A_2B_2$  (рис. 2). При этом получается пятно наименьших возможных размеров, так как размеры кроссовера меньше и размеров катода, и его промежуточного изображения  $A_1'B_1'$ , образуемого линзой  $L_2$ . Целью настоящей работы является изучение принципа действия и характеристик маломощной электронной пушки, широко применяющейся в электронной аппаратуре.

## § 2. Теория

**1. Дополнительная линза и параметры кроссовера.** Дополнительная линза, формирующая кроссовер, представляет собой иммерсионный объектив, состоящий из катода, модулятора, имеющего, как правило, сравнительно небольшой отрицательный по-

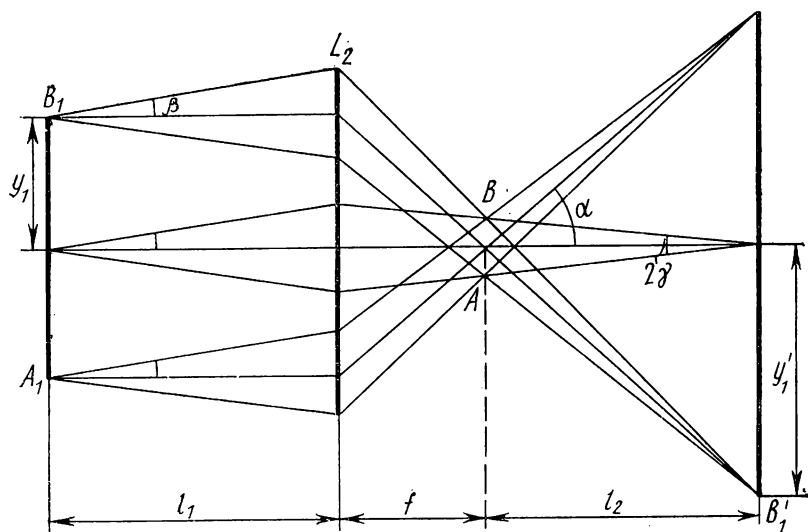


Рис. 3. К определению параметров кроссовера

тенциал  $V_M$  относительно катода и анода с большим положительным потенциалом. Аналитический расчет траекторий в такой системе весьма сложен. Однако можно рассмотреть факторы, определяющие свойства линзы  $L_2$  в рамках упрощающих предположений: 1) иммерсионный объектив свободен от геометрических aberrаций, т. е. все траектории электронов в нем можно считать параксиальными; 2) действием пространственного заряда можно пренебречь; 3) объектив представляется тонкой линзой, изобра-

жаемой в виде эквивалентной плоскости  $L_2$ , расположенной на расстоянии  $l_1$  от катода (рис. 3). Следовательно, траектории электронов в области между катодом и плоскостью  $L_2$ , а также за этой плоскостью, можно считать прямолинейными.

Обозначим радиус рабочей поверхности катода, потенциал которого принимаем равным нулю, через  $y_1$ . Потенциал слева от линзы тогда равен нулю, а справа от нее, в области кроссовера и изображения катода, равен  $V_1 = \text{const}$ . Можно приближенно считать, что угловое распределение электронов, эмиттируемых каждой точкой катода, подчиняется закону косинусов, т. е.

$$j = j_0 \cos \beta, \quad (2)$$

где  $j_0$  — количество электронов, эмиттируемых в направлении, перпендикулярном плоскости катода,  $\beta$  — угол между этим направлением и направлением эмиссии.

Рассмотрим среди всех электронов, эмиттируемых катодом, лишь те, которые покидают его поверхность с некоторой определенной начальной скоростью, соответствующей потенциалу  $V_0$  под определенным углом  $\beta$ . Изображение катода, образованное этими электронами, расположено на некотором расстоянии  $f + l_2$  от плоскости линзы. На расстоянии  $f$  от нее в месте пересечения с осью  $z$  траекторий электронов, имеющих начальную энергию  $eV_0$  и выходящих из катода нормально к его поверхности, образуется кроссовер в виде окружности с радиусом  $y_c$ . Используя теорему Лагранжа — Гельмгольца, можно записать

$$\sqrt{V_0} y_1 \sin \beta = \sqrt{V_0 + V_1} y'_1 \sin \gamma. \quad (3)$$

При принятых предположениях

$$y_c / l_2 = \tan \gamma \approx \sin \gamma, \quad y'_1 / l_2 = \tan \alpha \approx \sin \alpha, \quad (4)$$

где  $\alpha$  — угол расхождения электронного пучка в кроссовере. Отсюда

$$y_c = y'_1 \sin \gamma / \sin \alpha. \quad (5)$$

Подставляя сюда  $y'_1$  из (3) и учитывая, что отношение  $y_1 / \sin \alpha$  в силу параксиальности электронных траекторий приближенно равно

$$y_1 / \tan \alpha = f = \text{const},$$

получаем

$$y_c = y_1 \sqrt{\frac{V_0}{V_0 + V_1}} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \text{const} \sqrt{\frac{V_0}{V_0 + V_1}} \sin \beta. \quad (6)$$

Следовательно, размер кроссовера, образованного какой-либо группой электронов, характеризующейся  $V_0$  и  $\beta$ , не зависит от размеров катода и целиком определяется соотношением между радиальной компонентой начальной скорости и скоростью, которую

электроны имеют после прохождения линзы. Учитывая (2) для тока с катода, образованного электронами с энергией  $eV_0$ , вылетающими в пределах углов от  $\beta$  до  $\beta + d\beta$ , получаем

$$dI = 2\pi AB \cos \beta \sin \beta d\beta.$$

Одна из констант определяет площадь эмиттирующей электроны поверхности катода, другая — интенсивность эмиссии. Плотность тока в кольце с радиусом от  $y$  до  $y + dy$

$$dj_y = \frac{dI}{2\pi y dy} = AB \frac{V_0 + V_1}{V_0} \frac{\sin^2 \alpha}{y_1^2}. \quad (7)$$

Начальные энергии электронов распределены по закону Максвелла

$$f(V_0) dV_0 = B_0 \frac{eV_0}{kT} e^{-eV_0/kT} d\left(\frac{eV_0}{kT}\right). \quad (8)$$

Тогда плотность тока

$$j_y = \frac{A \sin^2 \alpha}{y_1^2} \int_{V_0}^{\infty} \frac{V_0 + V_1}{V_0} f(V_0) dV_0, \quad (9)$$

где согласно (6)

$$V_0 = V_1 \frac{y_c^2 \sin^2 \alpha / y_1^2}{1 - y_c^2 \sin^2 \alpha / y_1^2}. \quad (10)$$

Подставив (8) и (10) в (9) при условии, что  $eV_1/kT \gg 1$  и  $y_c^2 \sin^2 \alpha / y_1^2 \ll 1$ , получаем для максимальной плотности тока на оси системы в плоскости кроссовера

$$j_{\max} = j_0 \sin^2 \alpha eV_1/kT, \quad (11)$$

где  $j_0$  — средняя плотность тока катода. Это соотношение показывает, что плотность тока  $j_{\max}$  принципиально ограничена эффектом тепловых скоростей и зависит от  $eV_1/kT$ .

В приведенном расчете размеры кроссовера занижены по сравнению с реальными. Причина этого, по-первых, в геометрических aberrациях и, во-вторых, в расталкивающем действии пространственного заряда.

**2. Фокусирующая линза и параметры пятна на экране.** Линза  $L_1$  электронной пушки может быть как электростатической, так и магнитной, и в зависимости от этого пушку называют пушкой с электростатической или магнитной фокусировкой. Эта линза служит для создания изображения кроссовера на экране. На основании теоремы Лагранжа — Гельмгольца можно для размера пятна записать

$$y_2 = My_c = \frac{\sin \alpha \sqrt{V_1} y_c}{\sin \varphi \sqrt{V_2}}, \quad (12)$$

где  $M$  — линейное увеличение второй линзы,  $\varphi$  — угол схождения электронного пучка в плоскости экрана,  $V_2$  — потенциал в этой плоскости. Обычно в пушках  $V_1 \approx V_2$  и угол  $\varphi < \alpha$ , так как расстояние от линзы до экрана, как правило, значительно больше расстояния от линзы до кроссовера. Поэтому  $M > 1$  и на экране получается пятно, являющееся увеличенным изображением кроссовера. Увеличению размеров пятна способствуют и геометрические аберрации, и влияние пространственного заряда в пучке. Для плотности тока в пятне при условии, что в пушке не происходит потери тока, т. е. электронный пучок не ограничивается диафрагмами ее электродов, можно записать

$$\frac{j_2}{j_1} = \frac{1}{M^2} = \frac{\sin^2 \varphi V_1}{\sin^2 \alpha V_2}.$$

Учитывая (11), для максимальной плотности тока в пятне на оси симметрии пушки получается

$$j_{2\max} = j_0 \sin^2 \varphi e V_2 / kT. \quad (13)$$

Полученное выражение называется формулой Лэнгмюра.

Таким образом, увеличение плотности тока в пятне и уменьшение его размеров могут быть достигнуты увеличением потенциала экрана  $V_2$  (что связано с повышением рабочих напряжений прибора) и угла схождения пучка на экране. Однако последнее приводит к росту аберраций и, следовательно, увеличению размеров пятна. Целесообразнее всего в этих целях повышать эмиссионную активность катода и уменьшать его рабочую температуру. Наилучшим с этой точки зрения является оксидный катод, рабочая температура которого  $T = 850^\circ \text{C}$ .

**3. Ограничения, налагаемые пространственным зарядом.** Для маломощных пушек действием пространственного заряда пучка в области сосредоточения фокусирующих полей можно пренебречь. Однако в большинстве случаев необходимо большое расстояние между выходной апертурой электронной пушки и плоскостью фокусировки пучка, как это имеет место, например, в осциллографических трубках. При этом пучок проходит значительный путь в эквипотенциальном пространстве и на его форму неизбежно должно влиять расталкивающее действие объемного заряда, которое можно учесть в результате решения уравнения траектории для параксиальных электронов с учетом объемного заряда:

$$y'' + \frac{\pi e^2 \rho}{V} y = 0.$$

Предполагая, что ток пучка — величина постоянная и равная  $I$ , получаем для максимальной плотности тока в пучке

$$j_{2\max} = \frac{I}{\pi y_2^2} e^{66\varphi^2} V_2^{3/2} / I. \quad (14)$$

Видно, что для увеличения  $j_{2\max}$  следует увеличивать как угол с осью, так и ускоряющий потенциал второй линзы. Пространственный заряд в пучке существенно влияет на формирование пятна в плоскости экрана. Пучок будет иметь минимальный радиус в плоскости экрана не тогда, когда фокусирующая линза  $L_1$  дает изображение кроссовера пучка в этой плоскости, а тогда, когда это изображение лежит в плоскости  $z$  (рис. 4), расположенной ближе к пушке.

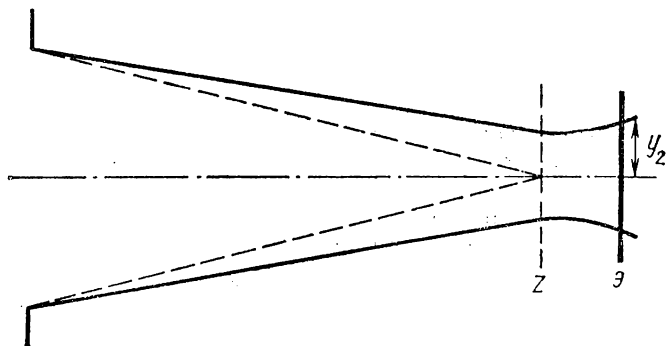


Рис. 4. Влияние пространственного заряда на форму пучка

**4. Модуляционная характеристика электронной пушки.** Иммерсионный объектив электронной пушки представляет собой своеобразный триод, в котором изменение потенциала модулятора регулирует ток, отбираемый с катода, аналогично действию потенциала управляющей сетки триода; модулятор — диафрагма с отверстием, размеры которого значительно меньше размеров катода. Через отверстие ускоряющее поле анода проникает в область катода — модулятор, причем оно сильнее против центра диафрагмы модулятора и убывает в направлении радиуса. Значит, катод нагружен неравномерно и наибольший отбор тока происходит с его центрального участка. При изменении потенциала модулятора ток меняет свою величину (как в триоде) за счет изменения пространственного заряда у катода. При этом меняется размер участка катода, против которого поле, созданное анодом и модулятором, является ускоряющим, т. е. изменение  $V_M$  приводит к изменению рабочей площади катода  $S$ . Следовательно, изменение потенциала модулятора должно сопровождаться более быстрым изменением тока, отбираемого с катода, чем соответствующее изменение в триоде.

В реальных пушках в зависимости от геометрии получаются различные зависимости между током катода и потенциалом модулятора, которые можно описать выражением

$$I_k = k_2 (V_M - V_3)^\gamma, \quad (15)$$

причем  $5/2 < \gamma < 7/2$ .



Из-за разброса начальных энергий электронов, эмиттируемых катодом, понятие «запирающее» напряжение в какой-то степени условно.  $V_3$  можно определить как потенциал модулятора, при котором ток экрана становится меньше определенной величины. Последнюю целесообразно устанавливать в каждом конкретном случае, опираясь на точность измерительных приборов.  $V_3$  связан с потенциалом ускоряющего электрода  $V_A$  линейной зависимостью

$$V_3 = k_3 V_A.$$

Одна из основных характеристик электронной пушки — зависимость между током пучка, приходящим на экран и  $V_M$  (модуляционная характеристика). В пушках с магнитной фокусировкой отсутствуют ограничивающие диафрагмы, ток при выходе из пушки равен току катода, и модуляционная характеристика определяется выражением (15). В электростатических пушках при потенциалах модулятора, близких к запирающему, когда электронный пучок, отбираемый с малой центральной части катода, еще очень узок и крайние электроны его проходят свободно в отверстие диафрагмы, модуляционная характеристика по-прежнему описывается выражением (15). С уменьшением отрицательного потенциала модулятора рабочая площадь катода расширяется, пучок диафрагируется и ток будет расти только за счет уменьшения пространственного заряда в прикатодной области. Модуляционная характеристика в этом режиме будет описываться законом  $3/2$ , т. е. крутизна модуляционной характеристики у электростатических пушек, как правило, меньше, чем у магнитных.

**5. Конструкция электронных пушек.** Для пушек с электростатической фокусировкой наиболее простой вариант — четырехэлектродная система (рис. 5). Между первым и вторым анодами ( $A_1$

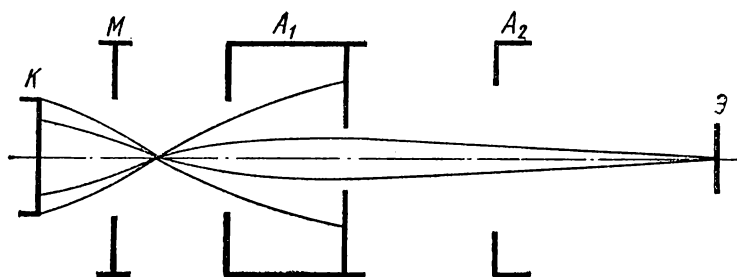


Рис. 5. Четырехэлектродная электростатическая пушка

и  $A_2$ ) образуется бипотенциальная линза, выполняющая роль линзы  $L_1$ . Она фокусирует изображение кроссовера на экран прибора. Однако при изменении потенциала первого анода будет меняться не только преломляющая сила линзы  $L_1$ , но и поле в области линзы  $L_2$ , т. е. поле у катода, что будет приводить к измене-

нию тока электронного пучка. Это нежелательно, так как величина тока пучка не должна зависеть от значения фокусирующего потенциала. Кроме того, поскольку в первом аноде есть диафрагма, ограничивающая электронный пучок, вторичные электроны, выбиваемые с ее краев, ускоряясь полем второго анода, создадут паразитную засветку экрана. Отбор тока диафрагмой первого анода приводит также к тому, что при изменении тока пушки меняется  $V_M$  и, следовательно, ток, идущий на первый анод. В случае питания всех электродов от одного делителя напряжения это приведет к изменению относительного распределения потенциалов на электродах, т. е. к нарушению фокусировки.

Чтобы устранить эти недостатки между модулятором и  $A_1$ , вводится дополнительный электрод  $A_0$ , который часто соединяется с  $A_2$  (рис. 6). В этом случае линза  $L_1$  пушки представляет собой

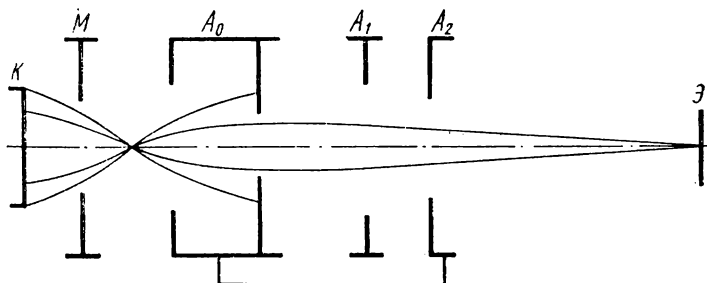


Рис. 6. Электронная пушка с нулевым током фокусирующего электрода  $A_1$

одиночную линзу. В такой конструкции изменение потенциала первого анода не влияет на величину тока катода благодаря сильному экранирующему действию ускоряющего электрода. Ограничивающую диафрагму помещают в  $A_0$ , что устраняет трудность использования единого делителя напряжений. Диафрагма в  $A_1$  имеет большое отверстие, и это позволяет ликвидировать нежелательный отбор тока на первый анод; такая пушка часто называется пушкой с нулевым током первого анода. Она весьма распространена в электронно-лучевых приборах.

### § 3. Определение траекторий электронов с помощью электролитической ванны

Электрическое поле системы электродов не меняется, если пространство между ними заполнить однородной проводящей средой при условии, что потенциалы электродов в вакууме и электролите одинаковы.

Для стационарных в электролите токов потенциал электрического поля удовлетворяет уравнению Лапласа. По теореме единст-

венности решение уравнения Лапласа однозначно определяется заданием потенциалов всех электродов. Поскольку потенциал электростатического поля также удовлетворяет уравнению Лапласа, то при одних и тех же потенциалах на электродах распределение потенциала в межэлектродном пространстве не зависит от среды, заполняющей это пространство. Поэтому распределение потенциала, полученное в электролитической ванне, может быть непосредственно перенесено на случай интересующих нас полей проводников в вакууме. Чтобы избежать изменения  $\sigma$  вследствие поляризации, необходимо на электроды накладывать переменные напряжения. Переменное электрическое поле должно удовлетворять условию квазистационарности. Обычно его сводят только к требованию, чтобы длина электромагнитной волны в электролите  $\lambda = c/v \sqrt{\epsilon}$  была велика по сравнению с линейными размерами самой ванны. Между тем здесь существенна не только длина волны  $\lambda$ , но и глубина проникновения  $h$  электромагнитного поля в электролит (скин-эффект), а именно: линейные размеры ванны должны быть малы как по сравнению с длиной волны  $\lambda$ , так и по сравнению с этой глубиной  $h = c/2\pi \sqrt{\omega \sigma}$ . Таким образом,  $l \ll h$ ,  $l \ll \lambda$ . Определение распределения потенциалов в межэлектродном пространстве с помощью электролитической ванны возможно, если использовать методы сечений и подобия.

**1. Метод сечений.** Пусть система заряженных электродов обладает осевой симметрией и целиком погружена в электролит. Вообразим горизонтальную плоскость, содержащую ось симметрии. Электрическое поле в силу симметрии не может иметь нормальной к этой плоскости компоненты. Допустим теперь, что вся система электродов разрезана вдоль указанной плоскости на две симметричные части (верхнюю и нижнюю). Удалим верхнюю часть электролита вместе с находящимися в ней электродами, заполнив верхнее полупространство каким-либо диэлектриком, например воздухом. Если потенциалы электродов в нижнем полупространстве сохранить неизменными, то и электрическое поле останется без изменения. Для доказательства заметим, что нормальная компонента плотности тока  $j$  в электролите на границе раздела должна обращаться в нуль, поскольку электролит граничит с диэлектриком. В противном случае на границе происходило бы накопление зарядов. Следовательно, согласно закону Ома должна обращаться в нуль и нормальная компонента электрического поля.

Из электростатики известно, что, задавая потенциалы всех проводников, а также нормальную компоненту вектора  $E$  на границе, определяем однозначно электрическое поле. Из теоремы единственности решения вытекает, что электрическое поле во всем нижнем полупространстве остается без изменения. На этом и основано применение метода сечений, где исследуют не всю аксиально-симметричную модель электродов, а только ее половину, получаю-

щуюся путем разрезания всей системы вдоль плоскости, проходящей через ось симметрии. Эту половину системы погружают в ванну с сохранением взаимного расположения электродов так, чтобы плоскость разреза совместилась с поверхностью электролита. Затем при помощи зонда изучают распределение потенциала на поверхности электролита. Такое распределение совпадает с распределением потенциала в любой плоскости симметрии, проходящей через ось исходной аксиально-симметричной системы. Получается, что поля, создаваемые подводящими проводами к электродам и зонду, не вносят помех при определенном их размещении. Все изложенное строго применимо для электростатических полей. При доказательстве использовалось обращение в нуль нормальной компоненты поля на границе электролита. В переменных полях это уже не соблюдается. Однако нормальной компонентой можно пренебречь, если выполняется условие

$$h \ll \lambda. \quad (16)$$

Условие применимости метода электролитической ванны в окончательной форме имеет вид

$$l \ll h \ll \lambda \quad (17)$$

или

$$\nu \varepsilon / 4\pi^2 \ll \sigma \ll c^2 / 4\pi^2 l^2 \nu. \quad (18)$$

**2. Принцип подобия.** При измерениях с помощью электролитической ванны применяют увеличенные модели электродов. Распространение полученных результатов на электроды реальных размеров основано на принципе подобия. Содержание принципа подобия вытекает из линейного вида уравнения для траектории электрона и сводится к следующему:

1. Траектории электронов не меняются, если потенциалы всех электродов увеличить или уменьшить в одинаковое число раз.

2. Если размеры электродов и межэлектродные расстояния увеличить или уменьшить в некоторое число раз, т. е. перейти к увеличенной или уменьшенной модели подобных и подобно расположенных электродов, то сами траектории испытают такое же геометрическое преобразование.

#### § 4. Экспериментальная установка и методика измерений

1. Схема включения электронной пушки представлена на рис. 7. Пушка вмонтирована в стеклянный баллон с люминесцирующим экраном. Питание электродов пушки осуществляется через делитель напряжения от стабилизированного выпрямителя. На накал катода подается напряжение 6,3 В, что обеспечивает необходимую рабочую температуру оксидного катода  $\approx 850^\circ \text{C}$ . Токи на электроды измеряются микроамперметрами, причем экранный ток и ток на анод ( $A_0$ ,  $A_2$ ) фиксируется одним и тем же прибором в зависи-

мости от положения переключателя. Цифровой вольтметр, присоединяемый к любому электроду с помощью переключателя, дает возможность измерять напряжение на них.

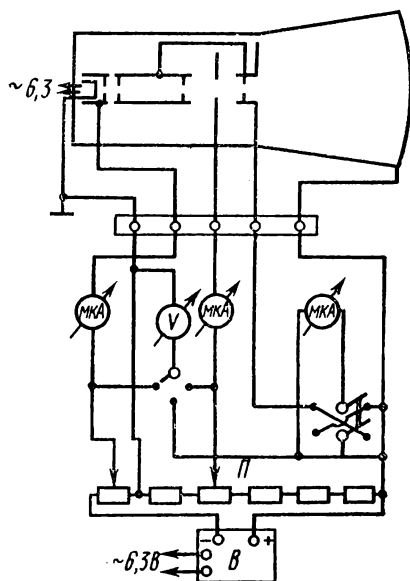


Рис. 7. Электрическая схема включения электронной пушки:  
В — выпрямитель, П — потенциометр

линейному закону от этих величин, так как при больших  $j$  и  $V_0$  может наступить насыщение яркости свечения экрана.

3. Схема измерения распределения потенциала при помощи ванны показана на рис. 8. Изучаемую систему электродов вносят в ванну и подключают электроды. Поверхность металла располагается вблизи границы электролит — воздух. На зонд 3, соединенный с чувствительным осциллографом О, отходят токи, пока его потенциал отличен от потенциала пространства. Если ток на зонд обращается в нуль, то потенциал зонда равен потенциалу того места, где он находится. Перемещая зонд с заданным потенциалом по граничной плоскости электролит — воздух, находим геометрическое место точек, в которых ток на зонд равен нулю. Это геометрическое место точек и указывает соответствующую эквипотенциальную поверхность. Изменяя потенциал зонда, получим семейство эквипотенциальных поверхностей. Точки эквипотенциальных поверхностей переносятся на бумагу при помощи пантографа. Для этого, не включая схемы, необходимо убедиться, что все интересующее наблюдателя пространство может быть отображено на листке бумаги, помещенном под карандаш пантографа.

2. Для оценки яркости в пятне В, полученном на экране, в задаче применяется электронный фотоумножитель (ФЭУ) с двумя узкими щелями, передвигающимися во взаимно перпендикулярных направлениях. Отверстие устанавливается строго напротив пятна на расстоянии 1 см от экрана осциллографической трубки, о чем можно судить по максимальному току ФЭУ, измеряемому микроамперметром, при движении как той, так и другой щели. Перемещая далее одну из щелей с помощью микрометрического винта по диаметру пятна, получим распределение яркости в пятне.

Поскольку по изменению яркости можно судить либо об изменении плотности тока на экране, либо об изменении мощности пучка, необходимо убедиться, что В зависит по



Следует отметить границы электродов. Для этого зонд осторожно продвигают вдоль границ электродов, делают на бумаге отметки и соединяют их линейкой. Если в электроде имеется отверстие, то отмечают и его положение. После отметки контуров электродов можно приступить к снятию семейства эквипотенциальных поверхностей.

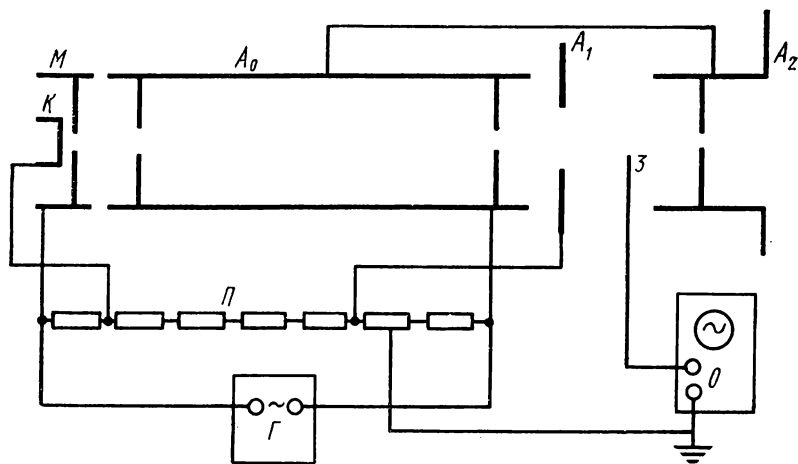


Рис. 8. Электрическая схема к упражнению 5:  
Г — генератор, П — потенциометр, О — осциллограф, З — зонд

Так как сопротивление ванны значительно больше сопротивления потенциометра  $\Pi$ , то существует пропорциональность между сопротивлением магазина потенциометра и потенциалами на электродах. Поэтому на изображении эквипотенциальных поверхностей достаточно отмечать не потенциалы, а соответствующие сопротивления (в омах).

4. Для построения траектории электрона в поле рассматриваемой системы используют закон преломления

$$\sin i / \sin r = \sqrt{V_2} / \sqrt{V_1} \quad (19)$$

и заменяют непрерывное распределение показателя преломления скачкообразным. В этом приближении показатели преломления между поверхностями  $V_1$  и  $V_2$ ,  $V_2$  и  $V_3$ ,  $V_3$  и  $V_4$  (и т. д.) считаются постоянными и соответственно равными  $n_1 = \sqrt{V_1}$ ,  $n_2 = \sqrt{V_2}$ ,  $n_3 = \sqrt{V_3}$ . Получая по формуле (19) углы преломления  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  и пользуясь углами падения  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ , откладывают эти углы на чертеже, проводя отрезки траектории частицы между двумя эквипотенциальными поверхностями в виде коротких прямых линий.

## § 5. Упражнения

1. Получить на экране сфокусированное пятно при произвольно выбранных напряжениях на электродах пушки (см. рис. 8).

Все дальнейшие измерения должны проводиться при максимально сфокусированном пятне на экране (максимальный ток экрана не должен превышать 10 мкА во избежание его прогорания).

2. Измерить ток на экран и яркость свечения в центре пятна при двух значениях напряжения на экране  $V_a=1500$  В и  $V_a=2000$  В, меняя напряжение на модуляторе через 2 В:

а) построить модуляционные характеристики, определить их крутизну, найти область значений напряжений на модуляторе, в которой выполняется закон  $3/2$ , т. е.

$$I_a \sim V_M^{3/2};$$

б) проверить линейный характер зависимости яркости свечения пятна от тока на экран  $I_\phi = f(I_a)$ .

3. Получить зависимость потенциала запирающего  $V_3$  от напряжения на экране  $V_a$ .

4. Проверить формулу Лэнгмюра (13).

5. Получить распределение эквипотенциальных поверхностей в межэлектродном пространстве электронной пушки, используя метод электролитической ванны.

Отношение потенциалов на электродах должно быть таким же, как в случае получения сфокусированного пятна.

6. Построить траекторию электрона в поле электронной пушки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шерстнев Л. Г. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. М., «Энергия», 1971.

2. Алямовский И. В. Электронные пучки и электронные пушки. М., «Советское радио», 1966.

3. Жигарев А. А. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. М., «Высшая школа», 1972.

4. Кирштейн П., Кайно Г., Уотерс У. Формирование электронных пучков. М., «Мир», 1970.

5. Кельман В. М., Явор С. Я. Электронная оптика. Л., Изд-во АН СССР, 1959.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОННОГО ЛУЧА МЕТОДОМ ВИБРИРУЮЩЕГО ЗОНДА

Исследуются параметры электронного луча стандартной электронной пушки методом вибрирующего зонда.

## § 1. Введение

Умение определять структуру электронного луча чрезвычайно важно при конструировании электронно-лучевых приборов. Теоре-

тический расчет далеко не всегда позволяет учесть все факторы, влияющие на формирование электронного потока. Поэтому большое значение приобретает экспериментальное исследование электронных пучков, так как позволяет ввести необходимые поправки для учета тех или иных явлений и в конечном счете определить оптимальные параметры необходимой электронно-оптической системы.

Известно несколько экспериментальных методов, позволяющих анализировать различные свойства электронных пучков. Однако общий недостаток их в искажении в той или иной степени электронного луча при введении анализирующих элементов. По степени воздействия на электронный луч методы исследования можно разделить на 1) методы, ограничивающие пучок, и 2) методы частичного искажения.

Методы, ограничивающие пучок (метод составного коллектора, светящегося экрана, рентгеновский метод, метод отверстия, щели, края пластины), позволяют определять такой параметр пучка, как распределение плотности тока в поперечном сечении и притом только на входе или выходе из электронно-оптической системы, где потенциал пространства пучка определяется потенциалом диафрагмы или коллектора.

Большой интерес представляют методы второй группы, позволяющие исследовать электронные потоки в произвольной плоскости поперечного сечения луча при относительно небольшом воздействии на параметры электронного луча. К таким методам относятся метод зондирования пучка медленными электронами и метод вибрирующего зонда, которые позволяют определять распределение не только плотности тока, но и потенциала в поперечном сечении. Первый метод основан на отклонении прямолинейного зондирующего электронного пучка полем пространственного заряда исследуемого электронного потока и поэтому применим только для исследования интенсивных пучков заряженных частиц. Сложность практического осуществления этого метода, особенно при измерениях в тонких пучках, а также трудоемкость расчетов ограничивают его применение.

Метод вибрирующего зонда позволяет определять размеры поперечного сечения электронного пучка, распределение плотности тока, потенциала, аксиальных скоростей электронов в любом поперечном сечении пучка. Метод пригоден для измерений в широком интервале значений плотности тока и мощности электронных пучков с любой формой поперечного сечения.

Цель работы — ознакомиться с методом исследования электронных пучков с помощью вибрирующего зонда, а также с приближенным анализом интегральных токовых характеристик, используемых во многих методах такого назначения. Обработка экспериментальных результатов производится с помощью ЭВМ «Мир-1».

## § 2. Теория

Сущность метода вибрирующего зонда состоит в следующем: тонкий колеблющийся зонд, пересекая пучок перпендикулярно к оси, отбирает небольшую часть его тока. Величина тока в цепи зонда в каждый момент фиксируется на экране осциллографа, используемого в данном случае в качестве индикатора тока. Путем обработки кривых зондового тока могут быть определены характерные параметры пучка.

Для установления связи между распределением плотности  $j(r)$  в электронном луче и величинами тока на зонд в различных его положениях  $i_0(r)$  рассмотрим движение электрона вблизи поверхности цилиндрического зонда. Примем, что радиус зонда значительно меньше радиуса пучка. Для вывода основных соотношений введем следующие обозначения (рис. 1): радиус пучка —  $R$ ; ра-

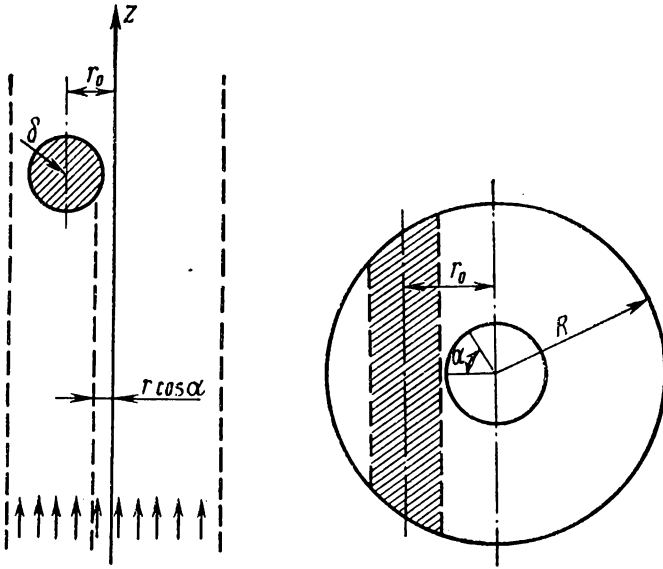


Рис. 1. Зонд в электронном пучке (две проекции)

диус бесконечно длинного цилиндрического зонда —  $\delta$ ; расстояние оси зонда от оси пучка —  $r_0$ ;  $r$ ,  $\alpha$  — полярные координаты точки в плоскости поперечного сечения. Условие попадания электронов пучка на зонд получается из закона сохранения момента количества движения относительно центра зонда

$$v_z \delta \geq v_z |r_0 - r \cos \alpha|, \quad (1)$$

где  $v_z$  — скорость электрона при попадании на зонд,  $v_z$  — ско-

рость электрона в рассматриваемой точке  $(r, \alpha)$  пучка и закона сохранения энергии

$$\frac{mv_z^2}{2} + e\Delta U = \frac{mv_3^2}{2} \quad (2)$$

( $\Delta U = U_3 - U$  — разность потенциалов зонда и рассматриваемой точки). Условие попадания электрона из точки  $(r, \alpha)$  на зонд

$$r_0 + \delta \sqrt{1 + 2\eta \frac{\Delta U}{v_z^2}} \geq r \cos \alpha \geq r_0 - \delta \sqrt{1 + 2\eta \frac{\Delta U}{v_z^2}}, \quad (3)$$

где  $\eta = e/m$ , а  $\Delta U$  и  $v_z$  соответствуют рассматриваемому  $r$ . Таким образом,

$$r \cos \alpha = r_0 \pm \delta \sqrt{1 + 2\eta \frac{\Delta U}{v_z^2}} \quad (3a)$$

границы области, в пределах которой располагаются электроны, попадающие на зонд. Поэтому  $\delta \sqrt{1 + 2\eta \Delta U / v_z^2}$  можно назвать эффективным радиусом зонда. Величина  $\sqrt{1 + 2\eta \Delta U / v_z^2}$  определяет отклонение электрона от первоначальной траектории под влиянием поля зонда. В случае, когда потенциал зонда мало отличается от потенциала рассматриваемой точки в сечении пучка (т. е.  $2\eta \Delta U \ll v_z^2$ ), можно считать, что тонкий зонд не меняет движения электронов в пучке. При этом вторым слагаемым подкоренного выражения можно пренебречь и тогда получается простое соотношение

$$r \cos \alpha = r_0 \pm \delta. \quad (3б)$$

Равенство (3б) определяет границы проекции поверхности зонда на поперечное сечение пучка.

Если радиус зонда значительно меньше радиуса пучка, то величина тока первичных электронов пучка, которые достигают поверхности зонда, определяется уравнением

$$i = \int_S j(r) ds, \quad (4)$$

где  $j(r)$  — плотность тока в точке  $r$  в отсутствие зонда,  $S$  — проекция эффективной поверхности зонда на поперечное сечение пучка, граница которой определяется соотношениями (3). Поскольку



$dS = r dr d\alpha$ , то уравнение (4) приближенно можно представить в виде

$$i(r_0) = 2 \int_{r_0 - \delta}^R j(r) r \arccos \frac{r_0 - \delta}{r} dr - 2 \int_{r_0 + \delta}^R j(r) r \arccos \frac{r_0 + \delta}{r} dr. \quad (5)$$

Уравнение (4) интегральное. Оно показывает, что ток зонда зависит от распределения плотности тока в пучке, от эффективного радиуса зонда и положения зонда относительно центра поперечного сечения пучка.

Проведенный анализ позволяет сделать следующее заключение: при достаточно малых значениях  $\Delta U$  траектории электронов возмущаются мало. Следовательно, тонкий зонд с потенциалом, мало отличающимся от потенциала в поперечном сечении пучка, практически не меняет распределения заряда в пучке. Таким образом, уравнение (5) устанавливает связь между током первичных электронов на зонд и плотностью тока в пучке.

Полный ток в цепи зонда создается первичными (быстрыми) электронами, вторичными электронами с поверхности зонда и положительными ионами. Ток положительных ионов значительно меньше тока первичных электронов в силу того, что плотность ионов в электронном пучке обычно не превышает плотности электронов, а скорость движения ионов значительно меньше скорости электронов. Поэтому ток зонда практически создается первичными и вторичными электронами и определяется уравнением

$$i(r_0) = \int_S j(r) \left[ 1 - \sigma + \sigma \int_0^{\sqrt{2\eta\Delta U}} j(v) dv \right] dS. \quad (6)$$

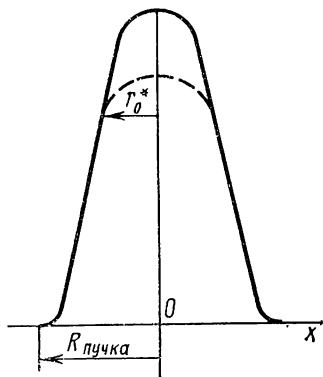


Рис. 2. Зондовые характеристики для двух значений потенциала зонда

Здесь  $\sigma$  — коэффициент вторичной эмиссии\*,  $j(v)$  — функция распределения вторичных электронов по скоростям,  $\Delta U$  — разность потенциалов зонда и рассматриваемой точки,  $S$  — проекция эффективной поверхности зонда на поперечное сечение пучка. В уравнении (6) первый член под интегралом определяет ток первичных электронов, второй член — ток вторичных электронов с поверхности зонда, а третий — ток возвращающихся на зонд вторичных электронов, когда потенциал зонда выше потенциала соответствующих точек поперечного сечения пучка.

\* Коэффициент  $\sigma$  считается независимым от угла падения электронов на зонд и от их скорости.

На рис. 2 представлен вид зондовой характеристики  $i(r_0)$ , описываемой соотношением (6). При некотором потенциале зонда  $U_3$  часть этой характеристики соответствует таким положениям зонда  $r_0 \geq r_0^*$ , для которых потенциал в пучке равен или выше потенциала зонда. Тогда вторичные электроны, эмиттируемые зондом, не будут возвращаться на него. Поэтому ток в цепи зонда определяется только первыми двумя слагаемыми уравнения (6). Для других положений зонда  $r_0 \leq r_0^*$  некоторые точки в пучке будут иметь потенциал более низкий, чем потенциал зонда. При этом часть вторичных электронов возвращается на зонд и ток в цепи зонда складывается из всех трех компонентов уравнения (6).

Если потенциал зонда изменить на  $\Delta U_3$  (пунктир на рис. 2), то для  $r_0 \geq r_0^*$  зондовые характеристики  $i(r_0, U_3)$  и  $i(r_0, U_3 - \Delta U_3)$  совпадут: потенциал в пучке в обоих случаях выше потенциала зонда. Однако в положениях зонда  $r_0 < r_0^*$  токи на зонд для разных потенциалов зонда различные:  $i(r_0, U_3 - \Delta U_3) < i(r_0, U_3)$ . Точки разветвления кривых соответствуют такому значению  $r_0$ , при котором возврат электронов происходит в единственной точке зонда. Потенциал зонда  $U_3$  равен потенциалу в этой точке. Меняя величину потенциала зонда  $U_3$ , можно измерить потенциал в других точках сечения пучка, т. е. найти радиальное распределение потенциала. Для определения распределения плотности тока в сечении электронного луча следует разрешить интегральное уравнение (6) относительно  $j(r)$ . Если потенциал зонда ниже потенциала близких точек поперечного сечения пучка, то вторичные электроны не будут возвращаться на зонд. В таком случае величина зондового тока определяется уравнением

$$i(r_0) = 2(1 - \sigma) \int_{r_0 - \delta}^R j(r) r \arccos \frac{r_0 - \delta}{r} dr - \\ - 2(1 - \sigma) \int_{r_0 + \delta}^R j(r) r \arccos \frac{r_0 + \delta}{r} dr. \quad (7)$$

Это уравнение преобразуется к уравнению Вольтерра первого рода. Обозначим  $i(r_0)/(1 - \sigma) = i^*(r_0)$ . Тогда (7) примет вид

$$i^*(r_0) = 2 \int_{r_0 - \delta}^{r_0 + \delta} dr_0 \int_{r_0}^R \frac{j(r) r dr}{(r^2 - r_0^2)^{1/2}} \quad (8)$$

или приближенно для  $\delta \ll R$

$$i^*(r_0) = 4\delta \int_{r_0}^R \frac{j(r) r dr}{(r^2 - r_0^2)^{1/2}}. \quad (8a)$$

Поскольку  $i^*(r_0)$  — экспериментальная кривая, для нахождения  $j(r)$  по известной зондовой характеристике следует воспользоваться приближенным методом. Поперечное сечение луча разбивается на  $n$  колец, в каждом из которых плотность тока  $j_k(r)$  принимается постоянной. На осциллограмме зондового тока находится соответственно  $n$  значений  $i^*(r_{0m})$ , для каждого из которых уравнение (7) может быть переписано в виде

$$i^*(r_{0m}) = 2 \int_{r_0-\delta}^{r_0+\delta} dr_0 \left[ \sum_{k=m+1}^n j_k \int_{r_{k-1}}^{r_k} \frac{rdr}{(r^2 - r_{0m}^2)^{1/2}} + \right. \\ \left. + j_m \int_{r_{0m}}^{r_m} \frac{rdr}{(r^2 - r_{0m}^2)^{1/2}} \right] = 2 \int_{r_0-\delta}^{r_0+\delta} dr_0 \left[ \sum_{k=m+1}^n j_k \left( \sqrt{r_k^2 - r_{0m}^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \sqrt{r_{k-1}^2 - r_{0m}^2} \right) + j_m \sqrt{r_m^2 - r_0^2} \right], \quad (9)$$

где  $r_k$  — внешний радиус  $k$ -го кольца,  $r_{0m}$  — расстояние от центра пучка до центра зонда, когда  $r_m > r_{0m} > r_{m-1}$ ,  $i^*(r_{0m})$  — ток на зонд в положении  $r_{0m}$ . Таким образом, определение  $j_k$  сводится к решению  $n$  алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными.

Для случая бесконечно тонкого зонда уравнение (9) выражается в виде

$$i^*(r_{0m}) = 4\delta \left[ \sum_{k=m+1}^n j_k \left( \sqrt{r_k^2 - r_{0m}^2} - \sqrt{r_{k-1}^2 - r_{0m}^2} \right) + j_m \sqrt{r_m^2 - r_{0m}^2} \right]. \quad (10)$$

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

В работе исследуются параметры электронного луча, стандартной электронной пушки, применяемой в ряде осциллографических трубок.

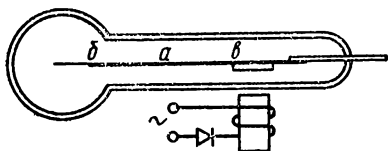


Рис. 3. Устройство зонда

1. Конструкция экспериментальной трубки (см. рис. 4). Стандартная электронная пушка с подогревным плоским оксидным катодом и электростатической фокусировкой (см. задачу 1). Зонд (рис. 3) состоит из упругой пластинки  $a$ , один конец которой за-

креплен и запаян в стекло баллона, а на втором конце находится собственно зонд  $b$  из молибденовой проволоки. На пластинке  $a$  укрепляется накладка из ферромагнитного материала, которая служит для возбуждения колебаний зонда. Возбуждение колеба-

ний зонда производится переменным магнитным полем, которое создается небольшим электромагнитом  $M$ . В качестве источника питания электромагнита применяется звуковой генератор ГЗ-33. Целесообразно работать на собственной частоте зонда, так как

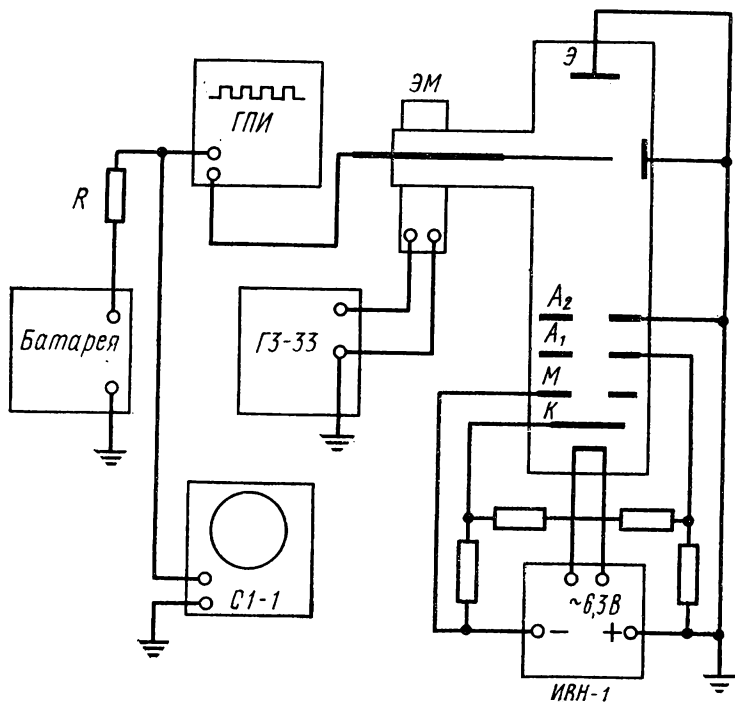


Рис. 4. Схема для получения зондовых характеристик

тогда легко получить необходимую амплитуду колебаний. Собственная частота колебаний зонда определяется по формуле

$$\nu = \frac{1,875}{2\pi l} \sqrt{\frac{E\mathcal{J}}{\rho s}}, \quad (11)$$

где  $l$  — длина упругой пластины,  $E$  — модуль упругости материала пластины,  $\mathcal{J}$  — геометрический момент инерции сечения пластины,  $\rho$  — плотность материала пластины,  $s$  — площадь поперечного сечения пластины.

**2. Электрическая цепь установки и методика получения зондовых характеристик.** Определение зондовых характеристик производится в электрической цепи (рис. 4). На вертикально отклоняющие пластины подается напряжение, создаваемое зондовым током на входном сопротивлении осциллографа. На экране наблюдается осциллограмма зондового тока. Батарея в цепи зонда с регулируемой величиной выходного напряжения служит для созда-

ния потенциала на зонде при измерениях. Чтобы упростить расчет осциллограмм, на зонд подается отрицательное смещение в 80—100В по отношению к эквипотенциальному пространству, в котором движется луч. Это отрицательное смещение исключает возможность возвращения на зонд вторичных электронов.

При измерении распределения потенциала в поперечном сечении на зонд подается дополнительное смещение  $\Delta U_z$  от генератора прямоугольных импульсов, который включается последовательно с батареей. Подача прямоугольных импульсов позволяет наблюдать на экране осциллографа одновременно как зондовую характеристику, полученную при постоянном потенциале зонда, так и характеристику, получаемую при постоянном и импульсном смещениях. При подаче импульса зондовые характеристики разветвляются. Выходное сопротивление генератора должно быть значительно меньше сопротивления  $R$ .

**3. Об ошибках в определении параметра электронного пучка.** Ошибка в определении плотности тока пучка зависит, во-первых, от точности измерений тока на зонд, размеров зонда и пучка; во-вторых, от точности численного расчета. Кроме того, источником ошибки в определении плотности тока может быть неучтенный эффект пространственного заряда вторичных электронов.

Если погрешности в измерениях радиуса и положения зонда малы по сравнению с погрешностью измерения тока на зонд  $\Delta i$ , то ошибка в определении плотности тока пучка, обусловленная неточностью измерений,

$$\Delta j(r) = - \frac{2}{\pi \delta r} \frac{d}{dr} \int_r^R \frac{\Delta i r_0 dr_0}{(r_0^2 - r^2)^{1/2}} = \frac{2 \Delta i}{\pi \delta (r_0^2 - r^2)^{1/2}}. \quad (12)$$

Выражение (12) получено из решения уравнения (8) в форме

$$j(r) = - \frac{2}{\pi \delta r} \frac{d}{dr} \int_r^R \frac{i(r_0) r_0 dr_0}{(r_0^2 - r^2)^{1/2}}. \quad (13)$$

Ошибка измерения потенциала в пучке предложенным методом обусловлена неучетом скоростей вторичных электронов, а также погрешностями в измерениях потенциала зонда, зондового тока и величины сопротивления  $R$ . Кроме того, существует ошибка за счет точности определения положения точки разветвления осциллограмм зондового тока.

## § 4. Упражнения

### 1. Приведение установки в рабочее состояние.

1) Собрать согласно схеме (рис. 4) электрическую цепь, включить питание трубки в соответствии с предлагаемым в индивидуальном задании режимом (предварительно прогреть выпрямители в течение не менее 5 мин!).

- 2) Проверить отсутствие сигнала на экране осциллографа.
- 3) Определив собственную частоту колебаний зонда и частоту выходного напряжения ГЗ-33, привести зонд в колебательное движение с амплитудой  $\sim 7$  мм.

## 2. Исследование распределения плотности тока по сечению электронного луча.

1) Получить на экране осциллографа и сфотографировать картины тока на зонд для двух режимов работы электронно-лучевой трубки, отличающихся величиной тока электронного луча ( $I_3$ ) на порядок (например, 20 мкА и 2 мкА) (при фотографировании пользоваться масштабным экраном). Напряжение смещения на зонде постоянно и равно  $U_{з3} = -100$  В.

2) Отградуировать вертикальные размеры осциллограммы и установить соответствие между абсциссами осциллограммы и элементами поперечного сечения пучка. Определить размеры электронного луча.

3) Рассчитать распределение плотности тока из системы уравнений (10) для  $n=10$  вручную.

4) С помощью машины «Мир-1» произвести проверку правильности выполненного расчета, а также решить систему (10) для  $n=20$ . Полученные результаты сравнить. Оценить математическую ошибку в определении плотности тока.

3. Измерение распределения потенциала в поперечном сечении луча. Измерить распределение потенциала в поперечном сечении электронного луча для двух вышеуказанных режимов. Для этого:

1) Получить серию парных осциллограмм зондового тока при импульсном смещении напряжения  $\Delta U_3 = 0 \div 200$  В, осуществляемом с помощью ГПИ. Картина на экране осциллографа для каждого фиксированного  $\Delta U_3$  состоит из двух кривых  $I_3 = f(x)$ , соответствующих отсутствию потенциала смещения на зонде ( $\Delta U_3 = 0$ ) и смещению  $\Delta U_3$ , определяемому высотой импульса (выходное напряжение ГПИ).

2) Определить координаты точек слияния парных осциллограмм при различных смещениях на зонде  $\Delta U_3$ . Построить график  $U_3 = f(r)$ . На графике отложить ошибки.

3) Определить максимальную относительную погрешность результатов.

## Программа для расчета на ЭВМ «Мир-1» распределения плотности тока по зондовым характеристикам

```

''''5.D=.1;DR=R/N;''ДЛЯ''K=1''III''1''ДО''N''ВЫП''(R1[K]=DR×
×K;RO[K]=DR×(K-.5);M2.J[N]=I[N]/(4×D×V(R1[N]↑2-RO[N]↑2));
''ДЛЯ''M=N-1''III''-1''ДО''1''ВЫП''(W=0;''ДЛЯ''K=N''III''-
-1''ДО''M+1''ВЫП''W=W+J[K]×(V(R1[K]↑2-RO[M]↑2)-V(R1[K
-K]↑2-RO[M]↑2));J[M]=(I[M]×(4×D)-W)/V(R1[M]↑2-RO[M]↑2));
M3.''ВЫВ''СТР''2,N,''ПР''5,R;''ДЛЯ''K=1''III''1''ДО''N''ВЫП''
(''ВЫВ''ТА''1,K,I[K],J[K])''ГДЕ''

```

Для расчета на машине значений плотности тока подготавливаются следующие данные: значение  $N$  — числа колец, на которое разбивается поперечное сечение луча (разбиение сечения луча на кольца производится с постоянным интервалом); значение  $R$  — радиуса пучка, при котором ток на зонд пренебрежимо мал; значений тока на зонд  $J$ , начиная с максимального значения, соответствующего центру пучка ( $(N+1)$ -е значение тока автоматически считается равным нулю).

Пример:  $N=12$ ,  $R=5.6$ ,  $J=12.6, 11.9, 10.8, \dots, 2.1, 0.8$ . Запись вводных данных производится в следующем виде (обратить внимание на знаки):  $N=12$ ;  $R=5.6$ ;  $J[12]=12.6, 11.9, 10.8, \dots, 2.1, 0.8$ ;  $j[12]$ ;  $R0[12]$ ;  $R1[12]$ .

Массив  $j$  — массив рассчитываемых на ЭВМ значений плотности тока в зонде,  $R0$  и  $R1$  длиной  $N$  — рабочие массивы программы.

Вводные данные записываются вместо Щ. Для этого на клавиатуре набираются знаки: «ВМ» Щ «ЗАП»  $N=12$ ;  $R=5.6$ ;  $J[12]=12.6, 11.9, 10.8, \dots, 2.1, 0.8$ ;  $j[12]$ ;  $R0[12]$ ;  $R1[12]$ . (Вместо указанных здесь численных значений вводятся данные эксперимента.)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зинченко Н. С. Курс лекций по электронной оптике. Харьков, Изд-во Харьковск. ун-та, 1961.
2. Harker K. I. — «J. Appl. Phys.», 28, 11, 1354, 1957.

### 3. АВТОМАТИЧЕСКИЙ ТРАЕКТОГРАФ И ИССЛЕДОВАНИЕ УСТРОЙСТВ, ФОКУСИРУЮЩИХ ИНТЕНСИВНЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК

Методом электромеханического моделирования исследуются поля и траектории плотных заряженных пучков в электронно-оптических системах.

## § 1. Введение

Расчет полей электронно-оптических систем встречает математические трудности, которые не всегда удается преодолеть. Поэтому приходится прибегать к непосредственному измерению электростатических и магнитных полей или к методам моделирования, самый эффективный из которых — метод электролитической ванны [1]. Особенно удобно моделировать в электролитической ванне плоские и осесимметричные поля, в которых потенциал зависит только от двух координат:  $U=U(x, y)$  или  $U=U(z, r)$ . В таких полях имеются плоскости симметрии. Нормальная составляющая электрического поля  $E_n$  в любой точке плоскостей симметрии равна нулю. Следовательно, если рассеять систему электродов плоскостью симметрии и отбросить часть, лежащую по одну сторону

этой плоскости, то поле оставшейся части системы не изменится. Поэтому при моделировании можно ограничиться изготовлением лишь части системы, лежащей по одну сторону плоскости симметрии, и при погружении модели в электролит совместить плоскость симметрии с поверхностью жидкости.

Такой метод «сечения» при моделировании осесимметричных систем позволяет ограничиться тонким слоем электролита клиновидной формы, заключенным между наклонным непроводящим дном мелкой ванны и поверхностью электролита. Острый край клина электролита — ось симметрии системы. Электроды, создающие необходимое аксиально-симметричное поле, являются частями фигур вращения вокруг этой оси.

Электролитическая ванна используется для исследования распределения потенциала и при наличии объемного заряда. Объемный заряд  $\rho(x, y)$  имитируется либо заданием определенного рельефа дна ванны, либо размещением в электролите источников тока [1]. Последний способ используется в настоящем варианте конструкции автоматического траектографа.

## § 2. Моделирование объемного заряда с помощью источников тока

Распределение потенциала в плоской задаче описывается уравнением Пуассона:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = - \frac{\rho(x, y)}{\epsilon_0}. \quad (1)$$

В электролитической ванне распределение зарядов моделируется распределением токов и уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = - \frac{j(x, y)}{\sigma_0}. \quad (1a)$$

Непрерывное распределение пространственного заряда в ванне моделируется (дискретным) конечным числом тоководящих элементов (т.в.э.). Чтобы избежать существенной погрешности, используются короткие придонные электроды, над которыми достаточно толстый слой электролита. При введении тока у дна ванны он «растекается» в толще электролита во все стороны, создавая в поверхностном слое электролита приблизительно непрерывное распределение источников тока. Соответствие между плотностью пространственного заряда  $\rho(x, y)$  в исследуемом электронном потоке и токами  $j(x, y)$ , вводимыми в электролит через т.в.э. или критерий подобия, устанавливается путем анализа уравнений (1) и (1a).

Введем масштабные коэффициенты моделирования, определяющие отношение между аналогичными величинами:

$$k_l = \frac{x_b}{x}, \quad k_\varphi = \frac{u}{\varphi}, \quad k_\rho = \frac{j}{\rho}, \quad k_{\sigma_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad (2)$$



где через  $x_b$ ,  $u$ ,  $j$ ,  $\sigma$  обозначены соответственно координата, потенциал, плотность тока и проводимость в модели, а через  $x$ ,  $\varphi$ ,  $\rho$ ,  $\varepsilon_0$  — аналогичные величины в реальной системе. Используя (1), (1a) и (2), получим критерий подобия «натуры» и модели

$$\frac{k_\rho k_l^2}{k_\varphi k_{cp}} = 1. \quad (3)$$

Равенство (3) называется обуславливающим подобие равенством, или индикатором подобия.

В качестве первичных масштабных коэффициентов принимаются  $k_l$ ,  $k_\varphi$ ,  $k_{cp}$  и определяется

$$k_\rho = \frac{k_\varphi k_{cp}}{k_l^2}. \quad (4)$$

Таким образом, если в каждую точку электролита ввести ток  $j = k_\rho \rho$ , то в результате решения уравнения Пуассона на модели можно вычислить потенциал в любой точке исследуемого прибора.

Для расчета токов в т. в. э. весь пучок разбивается траекториями электронов на несколько токовых трубок, в которых ток принимается постоянным. При пересечении токовых трубок семействам эквипотенциальных линий образуются токовые клетки, которые при достаточно частом разделении близки по форме к прямоугольникам. Обычно на т. в. э., находящийся в пределах каждой токовой клетки, задается ток, пропорциональный полному пространственному заряду данной области. Форма и общее количество токовых клеток может изменяться от приближения к приближению, и соответственно будет меняться и общее число и расположение т. в. э. в межэлектродном пространстве.

Так как в любом поперечном сечении трубки полный ток неизменен, то плотность его в любом сечении (рис. 1)

$$j_n = j_0 \frac{s_0}{s_n} = j_0 \frac{r_0 b_0}{r_n b_n}, \quad (5)$$

где  $j_0$  — плотность тока у катода,  $s_0$  и  $s_n$  — площади токовой трубки у катода и в произвольном сечении,  $b_0$  и  $b_n$  — ширины токовой трубки у катода и в произвольном сечении,  $r_0$  и  $r_n$  — средние радиусы токовой трубки у катода и в произвольном сечении.

Плотность тока у катода любой токовой трубки подчиняется закону «трех вторых» для плоского диода, образованного участком поверхности катода и ближайшей к нему эквипотенциалью\*.

---

\* Ближайшую к катоду эквипотенциаль необходимо выбирать как можно ближе к катоду. Наличие мениска при смачивании катода электролитом ограничивает минимальное расстояние до катода.

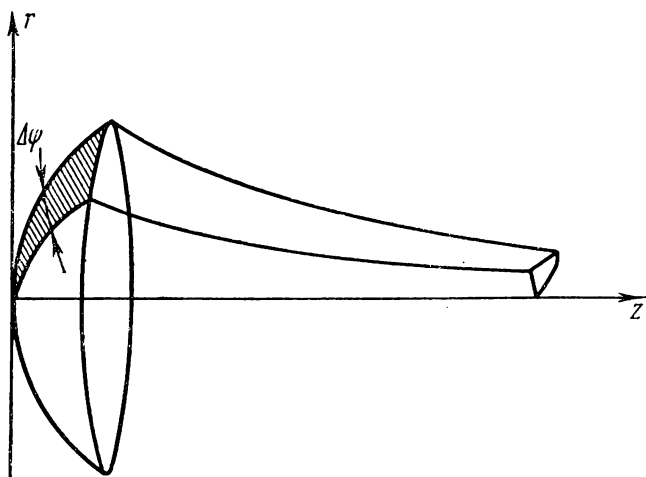
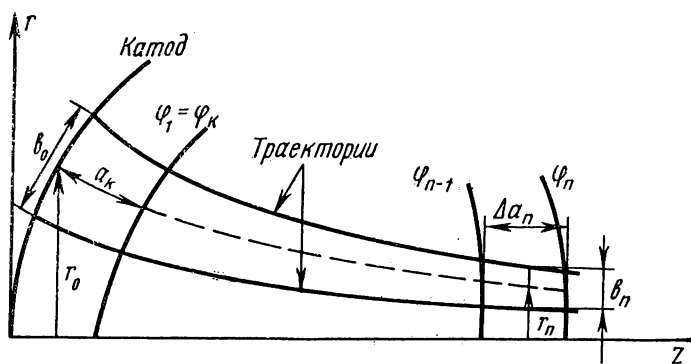


Рис. 1. К определению токов, имитирующих пространственный заряд в осесимметричных электронно-оптических системах

$$j_0 = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\Phi_k^{3/2}}{a_k^2}, \quad (6)$$

где  $a_k$  — расстояние от катода до ближайшей эквипотенциали с потенциалом  $\Phi_k$ .

Плотность пространственного заряда в произвольном элементарном объеме  $dV$  токовой трубки равна

$$\rho_n = j_n/v_n, \quad (7)$$

где  $v_n = \sqrt{2e\Phi_n/m}$  — скорость движения электрона. Подставим значения  $j_n$ ,  $v_n$  и  $j_0$  в уравнение (7), получим

$$\rho_n = \frac{j_0 \frac{b_0 r_0}{b_n r_n}}{\sqrt{2e\Phi_n/m}} = \frac{\frac{4}{9} \varepsilon_0 \Phi_k^{3/2} \frac{b_0 r_0}{a_k^2}}{b_n r_n \sqrt{\Phi_n}}. \quad (8)$$

Полный заряд  $q_n$  элемента токовой трубки, заключенный между двумя эквипотенциальными линиями, равен

$$q_n = \int_{a_n}^{a_{n+1}} \rho_n dV, \quad (9)$$

где  $dV = b_n r_n d\beta da_n$  — элемент объема;  $a_n$ ,  $a_{n+1}$  — расстояния от катода до эквипотенциалей с потенциалами  $\Phi_n$  и  $\Phi_{n+1}$ ;  $\beta$  — угол наклона ванны при моделировании осесимметричных систем.

Подставляя в (9) значения величин  $\rho_n$  и  $dV$ , получаем

$$q_n = \frac{4\varepsilon_0 \Phi_k^{3/2} b_0 r_0 d\beta}{9a_k^2} \int_{a_n}^{a_{n+1}} \frac{da_n}{\sqrt{\Phi_n}} \approx \frac{4\varepsilon_0 \Phi_k^{3/2} b_0 r_0 d\beta}{9a_k^2} \cdot \frac{\Delta a_n}{\sqrt{\Phi_n(x_{cp})}}, \quad (10)$$

где

$$\Delta a_n = a_{n+1} - a_n.$$

Ток, моделирующий пространственный заряд можно определить из соотношения

$$I_n = kq_n, \quad (11)$$

где  $I_n$  — ток, задаваемый на токововодящий элемент, обслуживающий  $n$ -ю токовую клетку,  $q_n$  — средний заряд в объеме клетки [1], а

$$k = \frac{\sigma UR}{\varepsilon_0 \Phi r} = k_{cp} k_\Phi k_l. \quad (12)$$

Выражение (12) является индикатором подобия. Подставив значения  $k$  и  $q_n$  в (11), получим

$$I_n = \frac{4\Phi_k^{3/2} b_0 r_0 d\beta}{9a_k^2} \sigma k_\Phi k_l \frac{\Delta a_n}{\sqrt{\Phi_n(x_{cp})}}. \quad (13)$$



Измерение тока, вводимого в электролит, производится по падению напряжения  $U_n$  на некотором эталонном сопротивлении  $R_0$ , включенном последовательно в цепь источника тока (рис. 2). Поэтому целесообразно преобразовать формулу (13), введя падение напряжения на калиброванном сопротивлении  $U_n = R_0 I_n$  и безразмерный потенциал  $\Phi_n = \varphi_n / U_a$ , где  $U_a$  — опорное напряжение, в качестве которого удобно выбрать наибольшую разность потенциалов между электродами моделируемой системы (обычно анодное напряжение). Тогда выражение для тока, вводимого через т.в.э.  $n$ -й токовой клетки, принимает вид

$$U_n = \frac{4R_0 \varphi_k^{3/2} b_0 r_0 d \beta U_b}{9a_k^2} \sigma k_l \frac{\Delta a_n}{\sqrt{\Phi_n(x_{cp})}}, \quad (14)$$

где  $U_b = U_a K_\Phi$ ,  $U_b$  — наибольшая разность потенциалов между электродами модели.

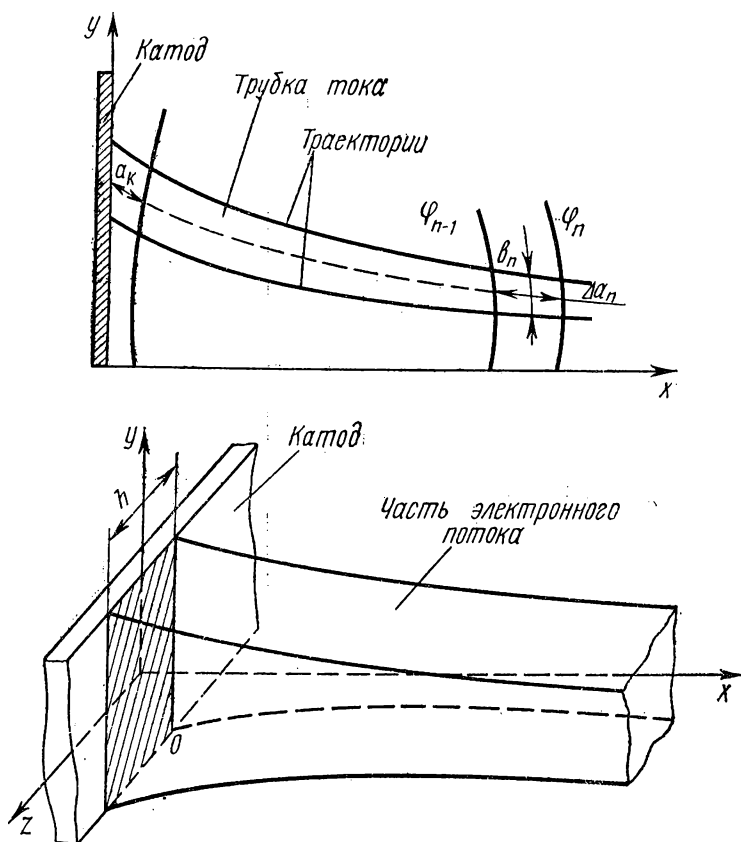


Рис. 3. К определению токов, имитирующих пространственный заряд в плоских электронно-оптических системах

Совершенно аналогично выводится расчетная формула для определения токов в плоскосимметричной системе (рис. 3):

$$U_n = \frac{4R_\Sigma \Phi_k^{3/2} U_{bb_0} H \sigma}{9a_k^2} \cdot \frac{\Delta a_n}{\sqrt{\Phi_n(x_{cp})}}, \quad (15)$$

где  $H$  — глубина электролита.

Выражения (14) и (15) приближенные, так как процесс интегрирования в (14) заменяется вычислением потенциала в средней точке токовой клетки. Для прикатодных т.в.э. эти формулы непригодны вследствие большой неоднородности пространственного заряда в прикатодной области [1].

Токи, рассчитанные для моделирования пространственного заряда в прикатодной области, необходимо увеличить приблизительно в два раза по сравнению с (14).

### § 3. Экспериментальная часть

Практическое решение задач о распределении потенциала при наличии пространственного заряда ведется методом последовательных приближений. В общем случае, когда распределения потенциала, пространственного заряда и ход электронных траекто-

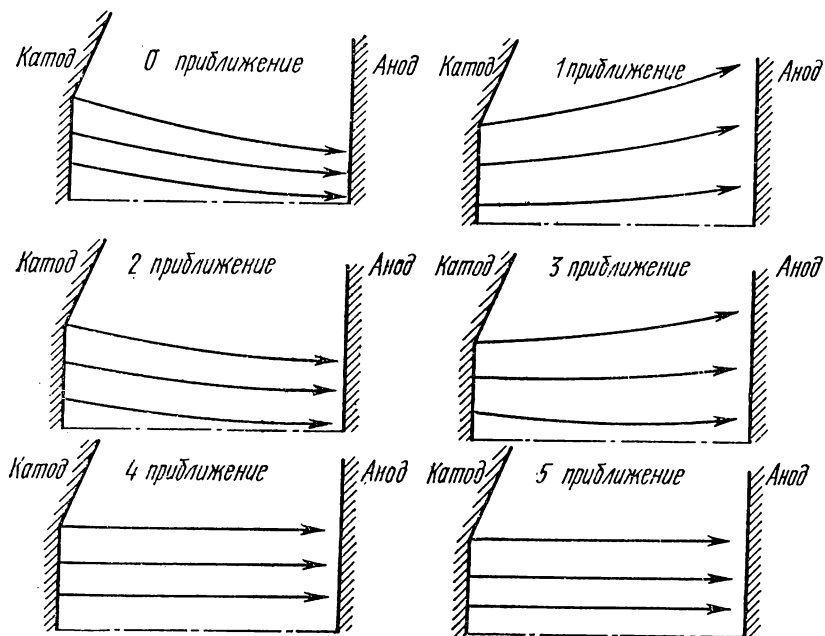


Рис. 4. К расчету электронных траекторий модели последовательных приближений

рий, ограничивающих трубки тока, неизвестны, в качестве нулевого приближения принимают распределение потенциала без пространственного заряда. Затем строят траектории электронов и весь электронный поток разделяют на трубки тока. После этого рассчитывают значение токов  $I_n$  токовводящих элементов, обслуживающих все трубки тока. Рассчитанные токи задают на соответствующие токовводящие элементы и измеряют распределение потенциала в ванне в первом приближении. Траектограф автоматически чертит электронные траектории первого приближения.

По данным первого приближения (с учетом изменения распределения потенциала и траекторий электронов и, следовательно, трубок тока) пересчитывают токи  $I_n$  т.в.э. и устанавливают на модели их новые значения. Находят распределение потенциала и траектории электронов второго приближения и т. д. Процесс продолжается до тех пор, пока результаты, полученные в  $n$ -м приближении, будут отличаться от  $(n-1)$ -го приближения с заданной точностью. Приблизительный ход электронных траекторий от одного приближения к другому для плоскопараллельного диода показан на рис. 4.

**1. Принцип действия и устройство автоматического траектографа.** На базе электролитической ванны построен автоматический траектограф, который позволяет вычерчивать электронные траектории в моделируемой системе. Метод автоматического построения траекторий основан на решении дифференциальных уравнений движения заряженных частиц (в декартовой системе координат):

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\eta \left[ E_x(x, y) + \frac{dy}{dt} B_z \right], \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\eta \left[ E_y(x, y) - \frac{dx}{dt} B_z \right].\end{aligned}\quad (16)$$

Траектограф вычерчивает траектории заряженных частиц, движение которых происходит в неоднородном плоском или аксиально-симметричном электростатическом поле  $E(x, y)$ , в электрическом поле  $E(x, y)$  при одновременном воздействии на частицу постоянного во времени однородного магнитного поля  $B_z$ , перпендикулярного плоскости действия электрического поля.

Траектограф позволяет строить эквипотенциальные и силовые линии электрического поля, задавать начальные скорости частицы, а также определять скорость в любой точке на вычерчиваемой траектории.

Автоматический траектограф состоит из следующих частей: 1) функционального блока, 2) счетно-решающей части, 3) щита с потенциометрами, 4) коммутатора, 5) блока питания.

*Функциональный блок* состоит из электролитической ванны с токовводящими элементами и зондовой головки. Электролитическая ванна представляет собой прямоугольный сосуд из оргстекла

( $90 \times 67 \times 10$  см<sup>3</sup>), в дно которого вмонтированы штыри из нержавеющей стали — т. в. э. С помощью винтов-домкратов ванна может устанавливаться наклонно под нужным углом.

*Зондовая головка* (рис. 2) содержит пять зондов. Четыре из них расположены по углам квадрата со сторонами 4 мм, диагонали которого ориентированы параллельно осям  $x$  и  $y$ . Эти зонды служат для снятия с поверхности электролита (воды) ванны напряжений, пропорциональных составляющим электрического поля  $E$  в направлении осей  $x$  и  $y$ . Эти напряжения через зондовые трансформаторы с большим входным сопротивлением подаются на входы блоков фазочувствительных демодуляторов. Пятый зонд (центральный) используется для экспериментального снятия распределения потенциала, построения эквипотенциалей. Он свободно перемещается по вертикали и может быть погружен в электролит на нужную глубину (1—1,5 мм). При вычерчивании траекторий частицы центральный зонд поднимается, а угловые зонды опускаются в электролит на ту же глубину. Механическое устройство для перемещения головки выполнено по типу мостового крана и состоит из двух зондовых тележек. Информация о координатах электрона с аналоговой электронной модели при помощи пары сельсин-датчик — сельсин-приемник передается на ходовые винты, перемещающиеся зондовые тележки и жестко связанное с ними записывающее устройство. При перемещении зондовых тележек записывающее устройство вычерчивает на листе бумаги траекторию электрона, движущегося в электрическом поле, заданном в ванне. При одновременной работе сельсин-приемников зондовую головку можно установить в любой точке ванны.

Для устранения поляризации электролита и уменьшения ошибок моделирования электролитическая ванна питается переменным напряжением с частотой  $\nu = 230$  Гц.

Счетно-решающая часть траектографа (аналоговая модель) работает на постоянном токе. Поэтому переменные напряжения, поступающие с выходов зондовых трансформаторов, необходимо преобразовать в пропорциональные напряжения постоянного тока. С этой целью используются *фазочувствительные демодуляторы*.

В *счетно-решающей части* траектографа работает электронная аналоговая модель, решающая систему уравнений (16) с нулевыми начальными условиями. Величины  $E_x$  и  $E_y$ , измеренные в ванне, через демодуляторы  $D_x$  и  $D_y$  поступают на входы электронных интеграторов. С выхода снимаются напряжения, пропорциональные текущим координатам  $x(t)$ ,  $y(t)$  движущейся частицы.

Для преобразования напряжений, поступающих с выхода счетно-решающей части траектографа в линейные перемещения зондовых тележек, используются две *следающие системы* СС« $x$ » и СС« $y$ » и два синхронных привода, состоящих из сельсин-датчиков С-Д« $x$ » и С-Д« $y$ » и сельсин-приемников С-П« $x$ » и С-П« $y$ ». Сельсин-датчики приводят в синхронное вращение сельсин-приемники.

Питание электролитической ванны (рис. 2) осуществляется



от генератора, расположенного в стойке счетно-решающей части траектографа. Через щит с потенциометрами (рис. 2), шнуровой коммутатор и соединительные щитки напряжение от генератора подается на т.в.э. ванны и электроды моделируемой электронно-оптической системы.

*Щит с потенциометрами* (рис. 2) представляет собой набор последовательно включенных переменных сопротивлений, образующих 240 ячеек. На щите размещено пять секций ( $A-D$ ) по 48 ячеек в каждой. Каждая ячейка — источник тока для одного т.в.э. Установка заданного тока т.в.э. производится путем измерения падения напряжения на сопротивлении 10 кОм (эталонном сопротивлении), включенном последовательно с переменным сопротивлением ячейки. Напряжения с выхода ячеек с помощью кабеля подаются на коммутатор.

Коммутатор (рис. 2) — связующее звено между щитом потенциометров и т.в.э. ванны. На панели коммутатора установлены гнезда, к которым подключены соответствующие т.в.э. ванны, расположены соединительные разъемы, к которым от щита с потенциометра подводится 240 напряжений. К соединительным разъемам подключено 240 телефонных шнуров. Включая штекеры телефонных шнуров в гнезда панели, можно одновременно обеспечить питание 240 т.в.э. ванны.

**2. Электрическая схема измерения.** Измерение распределения потенциала в моделируемой системе производится компенсационным методом с помощью моста (рис. 2). На центральный зонд задается определенный потенциал от мостиковой схемы. Потенциал задается в долях от напряжения, приложенного к мостовой схеме (обычно в долях от анодного напряжения), с помощью сопротивлений  $R_m$  и  $R'_m$ . При установке различных отношений между сопротивлениями  $R_m$  и  $R'_m$  необходимо следить, чтобы их сумма оставалась постоянной и равной 1000 Ом. Для определения точки, лежащей на искомой эквипотенциали, центральный зонд с помощью зондовых тележек перемещается вручную по поверхности электролита до тех пор, пока стрелка микроамперметра не установится на нуль. С помощью боковых зондов измеряется разность потенциалов между двумя близко расположенными точками электролита. Вследствие неизменности расстояния между зондами это напряжение пропорционально составляющей напряженности поля по линии, проходящей через кончики каждой пары зондов.

Таким образом, основными являются измерения потенциала и напряженности поля в любой точке поверхности электролита, положение которой отмечается на бумаге. Напряженность поля вычисляется по формуле

$$E_x = -CU/U_s,$$

где  $C=50$  В/м — постоянная зондовой системы;  $U$ ,  $U_s$  — сигнал с зондов и эталонный сигнал.

На рис. 2 приведена принципиальная схема измерений. В действительности она сложнее.

Основные источники ошибок метода электролитической ванны (непринятые в расчет): а) сопротивление переходного слоя металл — электролит; б) мениски, образующиеся при смачивании электродов и зондов электролитом; в) геометрические погрешности моделей электродов и изоляторов, недостаточная точность работы механического оборудования ванны, неоднородность электролита (включая температурную неоднородность); г) недостаточная точность работы электрического оборудования.

#### § 4. Электронные системы Пирса

В работе исследуется распределение потенциала и ход электронных траекторий в пушках, предназначенных для формирования прямолинейных потоков электронов: ленточного, цилиндрического и конического пучков. Общий подход к расчету соответствующих систем предложен Пирсом [2] и основан на использовании известного из аналитического решения распределения потенциала в прямолинейных потоках электронов, заключенных между поверхностями параллельных пластин, коаксиальных цилиндров и концентрических сфер. Одна из поверхностей — катод, а вторая — анод.

Вырезая из всего прямолинейного потока часть между пластинами (ленточный пучок), цилиндрами (клинообразный пучок) или сферами (конический пучок), можно заменить пространственный заряд отсутствующих частей потока электростатическим полем электродов. Такая замена будет эквивалентной, если выполняются два условия: потенциал непрерывен на границе пучка и составляющая напряженности поля, нормальная к поверхности пучка, равна нулю. Характер изменения потенциала на границе пучка должен остаться тем же, что и в соответствующем диоде, для ленточного и цилиндрического потоков:

$$U = Az^{4/3}, \quad (17)$$

для конического потока:

$$U = A\alpha^{4/3}. \quad (18)$$

Здесь ось  $z$  совпадает с направлением электронного потока в бесконечно плоском диоде,  $\alpha$  — функция отношения  $r/r_k$ , где  $r_k$  — радиус катода в сферическом диоде (рис. 5),  $A = (9j/4\epsilon_0 \sqrt{2\eta})^{2/3}$ .

Рассмотрим на примере двумерной системы распределение потенциала вне пучка, необходимое для фокусировки ленточного потока. Для расчета потенциала вне пучка ( $y > 0$ ) необходимо най-

ти решение уравнения Лапласа  $\Delta U=0$ , удовлетворяющее граничным условиям:

$$\frac{dU}{dy} = 0, \quad U = Az^{4/3}. \quad (19)$$

Любая функция комплексного переменного, а также и ее действительная или мнимая части удовлетворяют уравнению Лапласа. Поэтому, если в (19) координату  $z$  заменить на  $z+iy$ , то

$$U(y, z) = \operatorname{Re} [(z + iy)^{4/3}] \quad (20)$$

будет удовлетворять уравнению Лапласа и граничным условиям и, таким образом, представляет распределение потенциала вне пучка, необходимое для фокусировки параллельного пучка пря-

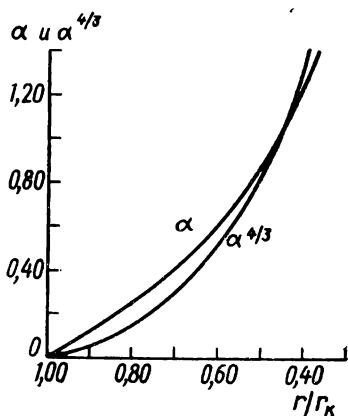


Рис. 5. Кривые зависимости  $\alpha$  и  $\alpha^{4/3}$  от отношения  $r/r_k$

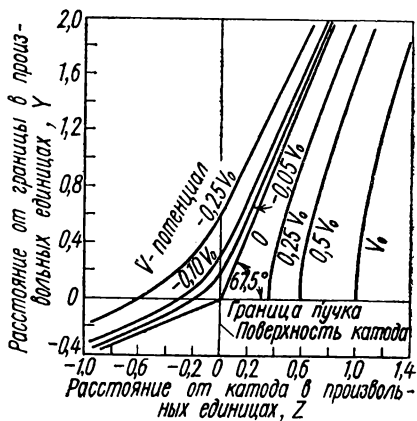


Рис. 6. Экипотенциальные линии поля, необходимого для создания параллельного пучка прямоугольного сечения

моугольного сечения. Из (18) может быть найдена форма экипотенциальных поверхностей (рис. 6). Для фокусировки параллельного ленточного пучка на его пути необходимо расположить систему электродов, форма которых совпадает с экипотенциальными поверхностями. Но применение многих электродов необязательно. Можно ограничиться двумя — катодом с  $U=0$  и анодом с  $U=U_a$ . Форма катодного электрода определяется уравнением

$$Ay^{4/3} \cos \left( \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{y}{z} \right) = 0,$$

что приводит к  $y = z \operatorname{tg} 3\pi/8 = z \operatorname{tg} 67,5^\circ$  и представляет плоскость, наклоненную под углом  $67,5^\circ$  к поверхности пучка. Форма ускоряющего электрода определяется уравнением

$$A(z^2 + y^2)^{2/3} \cos \left( \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{y}{z} \right) = U_a$$

и представляет собой кривую поверхность, перпендикулярную к краю пучка.

Задача о распределении потенциала, обеспечивающего фокусировку цилиндрического и конического потоков, в общем виде не решается. На рис. 7 и 8 приведены картины эквипотенциальных

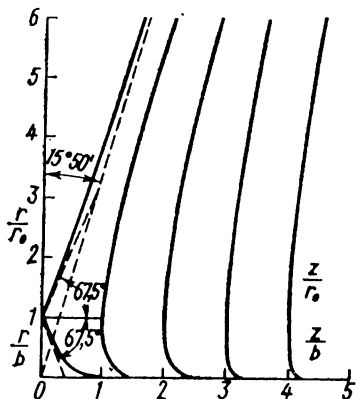


Рис. 7. Эквипотенциалы, необходимые для формирования сплошного и полого цилиндрических пучков, полученные расчетным путем

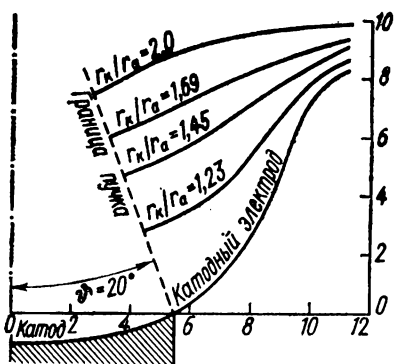


Рис. 8. Форма эквипотенциальных электродов для образования сходящегося пучка с углом раствора  $20^\circ$

поверхностей для формирования цилиндрического и конического пучков, полученные с помощью метода Пирса путем приближенного расчета и экспериментально [3].

Нахождение электронных траекторий в таких полях в настоящей задаче производится с целью проверки.

Вышеизложенный подход к расчету электронных пушек не учитывает действия анодного отверстия: распределение потенциала в пучках, соответствующее (17), (18), имеет место в диодах с анодом — коллектором. Отверстие в аноде, предназначенное для вывода электронного потока из пушки, образует рассеивающую линзу. Пучок оказывается менее сходящимся при выходе из анода, чем при входе. Фокусное расстояние такой линзы близко к величине:

$$f = \frac{4U_a}{E_1 - E_2} \text{ — для аксиально-симметричного пучка,} \quad (21)$$

$$f = \frac{2U_a}{E_1 - E_2} \text{ — для ленточного пучка,} \quad (22)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  — напряженности поля слева и справа от плоскости линзы. Из геометрического построения (рис. 9) видно, что угол

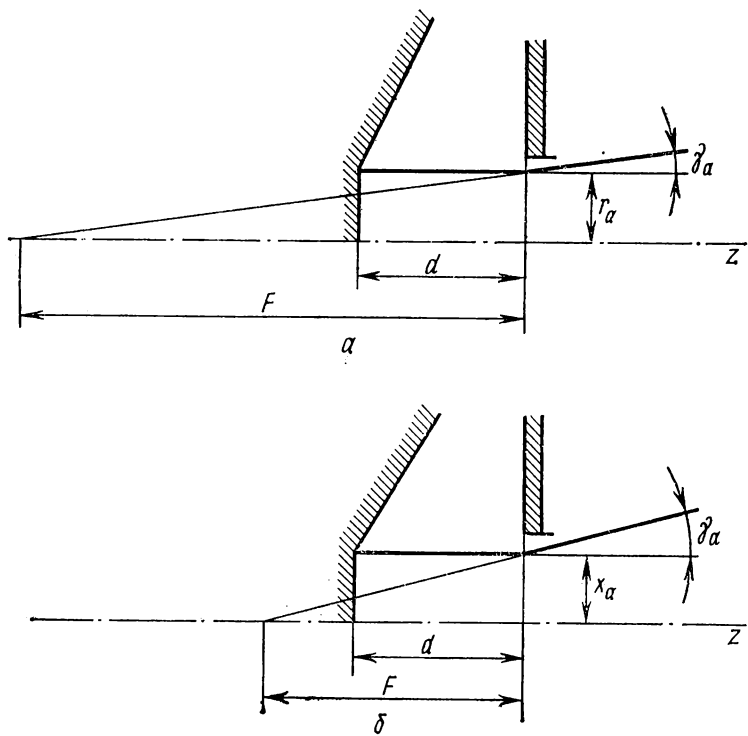


Рис. 9. К определению фокусного расстояния анодной линзы и угла выхода электронов из анодного отверстия пушек Пирса с параллельным потоком, формирующих аксиально-симметричный (а) и ленточный (б) поток

выхода электронов из анодного отверстия  $\gamma_a$  будет для параллельных пучков определяться равенством:

$$\operatorname{tg} \gamma_a = \frac{r_0}{|f|} = \frac{r_0}{3d} \text{ — для цилиндрического пучка,} \quad (23)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_a = \frac{x_0}{|f|} = \frac{2}{3} \frac{x_0}{d} \text{ — для ленточного пучка.} \quad (24)$$

При выводе этих формул приближенно считали, что  $E_2=0$ , а  $E_1=E_a=-\operatorname{grad} U_{z=za}$ ,  $r_0$  имеет смысл радиуса,  $x_0$  — полутолщина потока в плоскости анода пушки. Угол выхода электронов не зависит от приложенного напряжения, а определяется только геометрическими размерами пушки. Кроме того, не учитываются действия пространственного заряда в области анодного отверстия, поэтому угол выхода должен быть несколько шире. В наибольшей степени эффект пространственного заряда оказывается в сходя-

щихся пучках. Таким образом, из рис. 9 можно определить положение минимального сечения и минимальный радиус пучка, если известен угол выхода  $\gamma_a$  электронов из анода.

При исследовании пушек типа Пирса в автоматическом траектографе ставятся задачи: 1) исследование реальной формы пучка; 2) определение эффекта анодной апертуры путем сравнения расчетных результатов (распределение поля, траектории) по методу Пирса с данными экспериментальных исследований реальной системы; 3) проверка правильности учета влияния анодного отверстия по (21) — (24).

При моделировании электронных пушек типа Пирса с целью получения распределения потенциала и хода электронных траекторий в реальных системах в качестве нулевого приближения принимается ход электронных траекторий, полученных при распределении потенциала  $U(x, y)$  и плотности пространственного заряда  $\rho(x, y)$  в соответствующей идеальной системе Пирса, т. е.  $U_0(x, y)$  и  $\rho_0(x, y)$  для реальной системы рассчитываются теоретически в соответствии с (17) — (19).

## § 5. Упражнения

1. Для заданной геометрии электронной пушки определить режим работы ( $U_a$ ), обеспечивающий заданную плотность тока  $j$ , по методу Пирса.

2. Методом последовательных приближений с помощью автоматического траектографа провести экспериментальное исследование заданной системы. Определить: а) распределение потенциала; б) ход электронных траекторий; в) напряженности полей по обе стороны анодной апертуры. В качестве нулевого приближения использовать данные расчета по методу Пирса.

Сравнить полученное экспериментальное распределение потенциала в моделируемой пушке с распределением, рассчитанным по методу Пирса.

По форме границы пучка у анода оценить оптическую силу линзы-диафрагмы в анодном отверстии  $1/f_{\text{мод}}$ . Сравнить  $f_{\text{мод}}$  с  $f$ , полученным по (22).

3. Оценить общую погрешность метода: а) найти распределение потенциала и ход электронных траекторий в плоском бесконечном диоде; б) сравнить с результатами, полученными путем строгого расчета по формуле  $U = Az^{4/3}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Жигарев А. А. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. М., «Высшая школа», 1972.
2. Алямовский И. В. Электронные пучки и электронные пушки. М., «Советское радио», 1966.
3. Зинченко Н. С. Курс лекций по электронной оптике. Харьков, 1961.
4. Шерстнев Л. Т. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. М., «Энергия», 1971.

## 4. ПРОСВЕЧИВАЮЩИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ МИКРОСКОП

Изучается работа просвечивающего электронного микроскопа в различных режимах и методики приготовления объектов для исследования методами просвечивающей электронной микроскопии.

### § 1. Введение

Просвечивающая электронная микроскопия стала важным средством изучения микроструктуры объектов. С ее помощью можно получать информацию о дефектах кристаллической решетки в тонких пленках и фольгах, о поверхностном рельефе массивных тел, можно исследовать процессы роста тонких слоев и влияние на них внешних условий непосредственно в самом микроскопе и т. д.

Один из значительных успехов — создание сверхвысоковольтных просвечивающих электронных микроскопов с ускоряющим напряжением 1000 кВ и выше. В то время как обычные просвечивающие электронные микроскопы с ускоряющим напряжением до 100—200 кВ позволяют исследовать объекты толщиной не выше 2000—3000 Å, в сверхвысоковольтных микроскопах уже можно изучать объекты толщиной до 1—3 мкм, которые по своей структуре и свойствам приближаются к массивным материалам. Таких приборов пока еще очень мало, и до сих пор наиболее распространен просвечивающий электронный микроскоп с ускоряющим напряжением до 100 кВ.

Цель работы — ознакомление с работой просвечивающего электронного микроскопа, изучение поверхностного рельефа подвергнутых ионной бомбардировке массивных металлических объектов с помощью метода реплик, получение тонких металлических пленок методами термического испарения или катодного распыления и изучение их микроструктуры и ориентации. Выполнение этой задачи предполагает знание материала, изложенного в описании задачи 5.

### § 2. Основные части микроскопа и его оптическая схема

Микроскоп состоит из электронно-оптической системы и вспомогательных устройств (вакуумная система и система электропитания электронной пушки и линз). Вся электронно-оптическая система сосредоточена в колонне микроскопа и включает в себя: 1) электронную пушку и конденсорную систему, составляющие осветительную систему микроскопа; 2) объективную, промежуточную и проекционную линзы, составляющие отображающую систему, и 3) камеру наблюдения и фотографирования.

**1. Осветительная система.** Обычно в электронных микроскопах используется трехэлектродная электронная пушка, источником электронов в которой служит шпильковый вольфрамовый термо-

катод. Рассматривая работу осветительной системы, удобно использовать параметры самого узкого места пучка (кроссовера), принимая его за действующий источник электронов. Распределение плотности тока в кроссовере и угловое распределение вылетевших электронов хорошо описываются функцией Гаусса. Размер кроссовера и расходимость пучка определяются геометрической формой электродов пушки и величиной ускоряющего напряжения.

Конденсор позволяет регулировать освещенность объекта в широких пределах. В микроскопах 1-го класса используется двухлинзовый конденсор. Первая линза имеет большую оптическую силу и примерно в 100 раз уменьшает размер кроссовера. Вторая линза проектирует это уменьшенное изображение на объект обычно с небольшим увеличением. Такая система позволяет получить на объекте освещаемое пятно размером в несколько микрон и соответственно наибольшую плотность тока, при этом расходимость пучка на объекте максимальна. Для уменьшения расходимости пучка вторую конденсорную линзу дефокусируют. Преимущества двухлинзового конденсора заключаются в том, что, во-первых, можно облучать электронами только малую область объекта — ту, которая наблюдается на экране прибора (на соседние участки электроны не попадают и соответственно они не заряжаются и не загрязняются), и, во-вторых, можно существенно уменьшать расходимость пучка, что имеет важное значение для электронографии.

**2. Отображающая система.** С помощью отображающей системы на экране электронного микроскопа формируется либо электронно-микроскопическое изображение объекта, либо картина дифракции.

Рассеянные объектом электроны, пройдя объективную линзу, создают в ее задней фокальной плоскости дифракционную картину, каждая точка которой соответствует определенному направлению рассеянного пучка. В том случае, когда объект обладает кристаллической решеткой, имеется дискретный набор направлений рассеяния и дифракционная картина состоит из отдельных точек. В плоскости, сопряженной объекту, объективная линза формирует изображение объекта. Все электроны, исходящие из одной и той же точки объекта, попадают в одну и ту же точку сопряженной плоскости. В зависимости от того, на какую плоскость сфокусированы остальные две линзы отображающей системы, на экране микроскопа получается или дифракционная картина (промежуточная и проекционная линзы отображают на экран заднюю фокальную плоскость объектива) или электронно-микроскопическое изображение (промежуточная и проекционная линзы отображают на экран плоскость, сопряженную объекту) (рис. 1). От одного режима к другому можно переходить, изменяя оптическую силу промежуточной линзы.

В режиме наблюдения изображения в задней фокальной плоскости объектива устанавливается специальная диафрагма, назы-



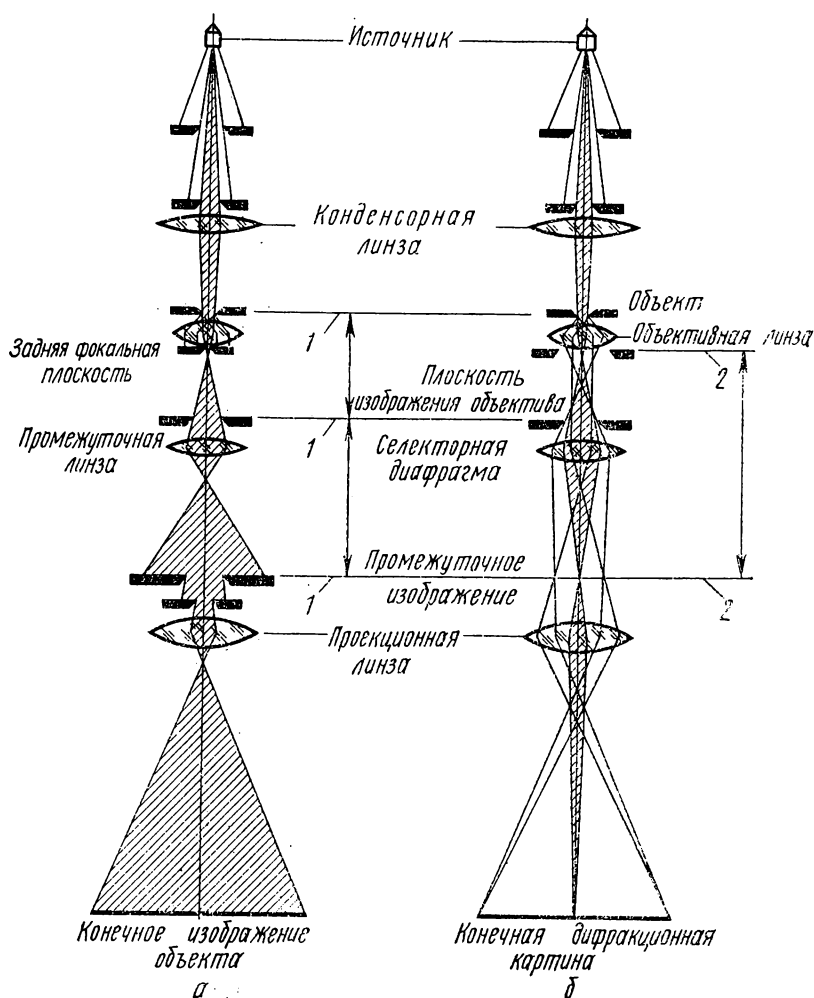


Рис. 1. Ход лучей в двухконденсорном электронном микроскопе с трех-линзовой отображающей системой:

*а* — режим наблюдения изображения, *б* — режим микродифракции: 1 и 2 — сопряженные плоскости. Для перехода от режима *а* к *б* нужно увеличить фокусное расстояние промежуточной линзы до получения изображения задней фокальной плоскости объективной линзы

ваемая апертурной диафрагмой. Ее цель двоякая: 1) уменьшить апертуру лучей, формирующих изображение, за счет чего достигается высокое разрешение, и 2) иметь возможность использовать для формирования изображения различные пучки электронов. Если апертурная диафрагма устанавливается на оптической оси

и пропускает лишь центральный проходящий пучок электронов, то получается так называемое светлопольное изображение объекта (при отсутствии рассеивающих центров в объекте яркость на экране максимальная). В том случае, когда апертурная диафрагма пропускает один из дифрагированных пучков, т. е. изображение формируется лишь теми электронами, которые рассеиваются в направлении, соответствующем выбранному рефлексу на дифракционной картине, получается темнопольное изображение объекта. При отсутствии в объекте центров, рассеивающих в данном направлении, яркость на экране нулевая. Темнопольное изображение можно получить, или сдвигая апертурную диафрагму в сторону от оптической оси, или наклоняя соответствующим образом освещающий пучок. Последнее предпочтительнее, так как тогда аксиальная симметрия системы не нарушается.

В электронном микроскопе в отличие от электронографа можно получать дифракционные картины с выбранного небольшого участка объекта так называемую микродифракцию. Для этого используется дополнительная селекторная диафрагма, которая устанавливается в плоскости, сопряженной объекту, — в плоскости, где объективная линза формирует изображение объекта. Размер области объекта, создающей дифракционную картину на экране микроскопа, равен размеру селекторной диафрагмы, деленному на увеличение объектива, и может составлять всего несколько квадратных микрон.

В режиме наблюдения изображения отображающая система из трех линз позволяет получить непосредственное увеличение в микроскопе, так называемое электронное увеличение, до  $200\,000 - 500\,000\times$ . При необходимости иметь снимок с большим увеличением используют фотоувеличение с негатива. Такое большое линейное увеличение вызывает сильное уменьшение апертуры лучей, формирующих изображение, что, в свою очередь, является причиной громадной глубины резкости конечного изображения (несколько десятков метров). За счет этого на фотопластинке, не совпадающей по положению с экраном для наблюдения, получаются четкие изображения. Допустимая величина дефокусировки объективной линзы — глубина фокуса — определяется, как и в оптике, соотношением  $\delta/\alpha_0$ , где  $\delta$  — разрешение микроскопа, а  $2\alpha_0$  — апертурный угол объективной линзы. Для  $\delta=10\text{ \AA}$  и  $2\alpha_0=10^{-2}$  рад глубина фокуса составляет  $2000\text{ \AA}$ .

Качество изображения, получаемого в электронном микроскопе, как и в любой оптической системе с несколькими линзами, определяется качеством первой отображающей линзы — объективной линзы. За исключением электронной пушки, все линзы электронных микроскопов магнитные. Типичная конструкция магнитной линзы приведена на рис. 2. Линза состоит из обмотки, ярма и самой ответственной части — полюсного наконечника, назначение которого — концентрировать магнитное поле в малом объеме, повышая тем самым оптическую силу линзы. В отличие от оптичес-

ких линз магнитные линзы, формируя изображение, разворачивают его на некоторый угол относительно объекта. Этот разворот изображения относительно объекта нужно обязательно учитывать при сопоставлении изображения с картинами микродифракции.

Магнитные линзы не идеальные оптические системы. Они обладают всеми aberrациями оптических линз и еще некоторыми специфическими aberrациями.

Сферическая aberrация — главный дефект объектива, который заключается в том, что пучки, вышедшие из одной точки оси, но под разными углами к оси, пересекают оптическую ось после линзы в разных точках. Это приводит к тому, что точка объекта отображается в виде некоторого кружка — кружка рассеяния, радиус которого, приведенный к плоскости объекта, выражается  $\Delta_{сф} = C_{сф} \cdot \alpha^3$ , где  $C_{сф}$  — коэффициент сферической aberrации, равный для хороших линз 2—3 мм, а  $2\alpha$  — апертура лучей, формирующих изображение. Асимметрия полей в колонне прибора (асимметрия магнитного поля линзы из-за недостаточно тщательного изготовления полюсного наконечника или неоднородностей в нем, зарядка пленок загрязнения на внутренних поверхностях колонны и т. д.) приводит к появлению астигматизма. В современных приборах имеются специальные корректирующие устройства — стигматоры, с помощью которых создается контролируемая асимметрия магнитного поля и компенсируется астигматизм пучка. Стигматоры устанавливаются как в линзах отображающей системы (объективная и

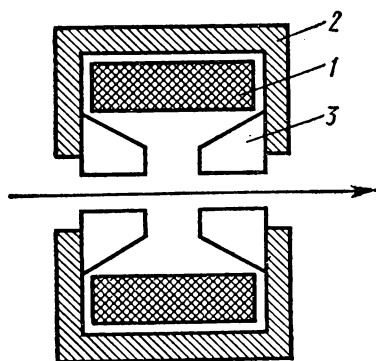


Рис. 2. Схематичный чертеж разреза магнитной линзы:  
1 — обмотка, 2 — ярмо, 3 — полюсный наконечник

промежуточная), так и во втором конденсоре для исправления астигматизма осветительной системы. Разбирая aberrации, следует также остановиться на хроматической aberrации, появляющейся за счет того, что формирующий изображение пучок не является моноэнергетическим. Причина этого в нестабильности ускоряющего напряжения и главным образом в неупругом рассеянии электронов в объекте, что приводит к потере разрешения при наблюдении толстых объектов. Радиус кружка рассеяния за счет хроматической aberrации в плоскости объекта равен

$$\Delta_{хр} = C_{хр} \cdot \alpha \cdot \Delta E / E,$$

$C_{хр}$  — коэффициент хроматической aberrации по величине такого же порядка, что и фокусное расстояние линзы, по несколько

меньше, а  $\Delta E/E$  — относительный разброс энергии электронов.

Для достаточно тонких объектов, когда можно пренебречь хроматической aberrацией, разрешение ограничивает только сферическая aberrация. Для ее уменьшения нужно снижать апертуру линзы, однако при достаточно малых апертурах сильно возрастает дифракционная ошибка, что и ограничивает снижение апертуры. Отнесенная к плоскости объекта дифракционная ошибка описывается соотношением  $\Delta_d = 0,61 \lambda/\alpha$ , где  $\lambda$  — длина волны электрона. Таким образом, существует оптимальная угловая апертура, соответствующая минимальному значению aberrации:

$$\alpha_{\text{опт}} = A \sqrt[4]{\lambda/C_{\text{сф}}}, \quad \Delta_{\text{min}} = B \sqrt[4]{C_{\text{сф}}\lambda^3},$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные и близки к единице. Для объектива с  $C_{\text{сф}} = 3,3$  мм и ускоряющего напряжения 100 кВ ( $\lambda = 0,037$  Å)  $\Delta_{\text{min}} = 6,5$  Å и  $\alpha_{\text{опт}} = 6 \cdot 10^{-3}$  рад, что соответствует диаметру апертурной диафрагмы 40 мкм. Полученный размер кружка рассеяния практически равен разрешению прибора. Оно во много раз превышает длину волны электрона, показывая тем самым, что разрешение электронного микроскопа ограничивается сферической aberrацией объектива.

### § 3. Контраст изображения

Контраст получаемого изображения в микроскопе определяется характером рассеяния электронов на объекте. Рассмотрим формирование контраста изображения для двух крайних случаев — аморфных и совершенных кристаллических объектов.

**1. Контраст изображения аморфных объектов.** Рассмотрим достаточно тонкий аморфный образец, в котором при прохождении через него электрона имел бы место только один акт рассеяния. На глубине  $z$  от поверхности до слоя толщиной  $dz$  интенсивность рассеяния вне апертуры объектива (величина, на которую уменьшается электронный ток  $I(z)$  первичного пучка, прошедшего слой толщиной  $z$  без рассеяния) будет определяться соотношением

$$dI = -I(z) Q dz,$$

где  $Q = N_0 \sigma_{\text{ат}} \rho / M$  — полное эффективное сечение рассеяния,

$\sigma_{\text{ат}} = 2\pi \int_{\alpha_0}^{\pi} D(\alpha) \sin \alpha d\alpha$  — полное атомное сечение рассеяния вне апер-

туры объекта  $2\alpha_0$ ,  $N_0 = 6,025 \cdot 10^{23}$  — число Авогадро,  $\rho$  — плотность и  $M$  — молекулярный вес вещества объекта, а  $D(\alpha)$  — дифференциальное эффективное сечение рассеяния на атом. Интенсивность потока электронов, падающих на атом на глубине  $t$ , т. е. полный ток пучка, прошедшего в апертуру, равен

$$I = I_0 \exp(-Qt).$$

Таким образом, контраст в случае однократного рассеяния зависит лишь от полного эффективного сечения рассеяния вне апертуры  $Q$  и толщины объекта, т. е. определяется лишь составом и толщиной объекта. Для кристаллических объектов необходимо учитывать интерференцию волн, контраст зависит от полного эффективного сечения рассеяния в апертуру и от эффективного сечения рассеяния вне апертуры.

В качестве примера получим выражение для контраста при изменении толщины объекта. Пусть на однородной по составу и толщине аморфной подложке имеется перепад по толщине от  $t$  до  $t + \Delta t$ . В светлопольном режиме контраст от ступеньки высотой  $\Delta t$  равен

$$K = (I_t - I_{t+\Delta t})/I_t = 1 - \exp(-Q\Delta t) \approx Q\Delta t.$$

Из этой формулы можно найти минимальный обнаруживаемый перепад по толщине, учитывая, что глаз человека чувствует изменение яркости не менее, чем на 5%. Он равен

$$\Delta t_{\min \text{ cп}} = 0,05/Q = 0,05M/N_0\sigma_{\text{ap}}\rho.$$

Эта величина не зависит от толщины подложки, так как рассматривается только случай однократного рассеяния.

В темнопольном режиме, когда регистрируется часть рассеянного потока в угле от  $\alpha_1 - \alpha_0$  до  $\alpha_1 + \alpha_0$ , решается обратная задача — находится величина электронного тока, рассеянного через апертурную диафрагму:

$$I_p = I_0 \pi \alpha_0^2 \frac{\overline{D(\alpha_1)}}{\sigma_{ar}} [1 - \exp(-Qt)].$$

Отсюда минимальный перепад по толщине, который может быть обнаружен по контрасту изображения в темнопольном режиме, приближенно равен

$$\Delta t_{\min \text{ TII}} = \Delta t_{\min \text{ CII}} [\exp(Qt) - 1]$$

и существенно меньше  $\Delta t_{\min \text{СП}}$ .

Так, для угольной пленки толщиной 100 Å при ускоряющем напряжении 100 кВ  $\Delta t_{\min \text{ СП}} = 70 \text{ Å}$ , а  $\Delta t_{\min \text{ ТП}} = 5 \text{ Å}$ .

**2. Контраст изображения от совершенных кристаллов.** Для нахождения контраста изображения нужно найти для определенного брэгговского отражения величину дифрагированной волны при выходе из кристалла на его нижней поверхности. Рассмотрим для

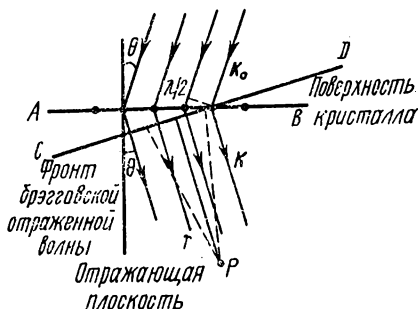


Рис. 3. Френелевское построение  
брэгговской отраженной волны

простоты случай брэгговского отражения от вертикальных плоскостей кристалла (рис. 3). Для нахождения возмущения в точке  $P$  разделим плоскость — фронт отраженной волны — на полупериодные зоны Френеля, края которых расположены от точки  $P$  на расстояниях  $r + \lambda/2$ ,  $r + \lambda$ ,  $r + 3\lambda/2$ , и т. д. Результирующая амплитуда в точке  $P$  сдвинута на  $90^\circ$  по фазе от амплитуды падающей волны и равна по величине половине вклада от первой зоны Френеля. Так, вклад тонкого слоя, параллельного плоскости  $CD$ , в возмущение в точке  $P$  для единичной амплитуды падающей волны равен

$$d\psi_g = \frac{in\lambda F_g}{\cos \theta} \exp(ikr),$$

где  $r$  — расстояние от точки  $P$  до плоскости  $CD$ ,  $n$  — число элементарных ячеек в плоскости  $AB$ ,  $F_g$  — структурный фактор для отражения  $g$ .

Для получения полного возмущения в точке  $P$  нужно учесть вклад каждого слоя по толщине кристалла. Наибольший вклад в амплитуду волны от каждого слоя приходится на первые несколько зон ( $\sim 10$ ), т. е. на область с радиусом  $\sim 3R$ , где  $R = \sqrt{\lambda r}$  — радиус первой зоны. Для кристалла толщиной 1000 Å радиус первой зоны у верхней поверхности кристалла составляет лишь 6 Å.

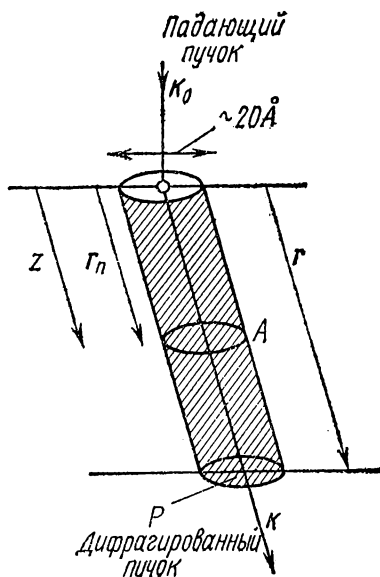


Рис. 4. Параметры колонки вдоль дифрагированного пучка

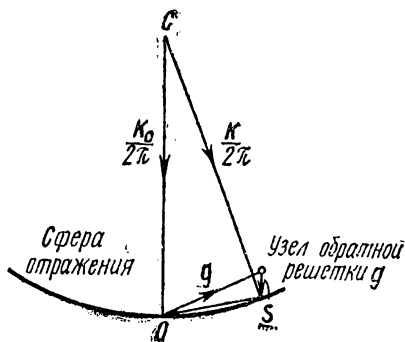


Рис. 5. Сфера Эвальда и параметр отклонения  $s$

Это позволяет суммировать вклады от узкой колонки диаметром около 20 Å, направленной вдоль дифрагированного пучка (рис. 4). Перепишем вклад из точки  $A$  в  $P$ , учтя разность фаз между составляющими от разных плоскостей:

$$\frac{i n \lambda F_g}{\cos \theta} \exp [i (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) \mathbf{r}_n] \exp (i \mathbf{k} \mathbf{r}).$$

Последняя экспонента является константой и может быть опущена. Дальнейшие вычисления проведем для случая, когда имеется некоторое отклонение от брэгговского направления, т. е. когда  $\mathbf{k} - \mathbf{k}_0 = 2\pi(\mathbf{g} + \mathbf{s})$ , где  $\mathbf{g}$  — вектор обратной решетки, а  $\mathbf{s}$  — вектор отклонения узла обратной решетки от сферы Эвальда (рис. 5). Поскольку  $\mathbf{s}$  почти параллельно  $z$ , то

$$\exp [i (\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}) \mathbf{r}_n] = \exp (-2\pi i \mathbf{s} \mathbf{r}_n) = \exp (-2\pi i z s)$$

и

$$d\psi_g = \frac{i n \lambda F_g}{\cos \theta} \exp (-2\pi i z s) \frac{dz}{a} = \frac{i \lambda F_g}{V_c \cos \theta} \exp (-2\pi i z s) dz,$$

где  $a$  — расстояние между плоскостями, параллельными поверхности, а  $V_c$  — объем элементарной ячейки. Для получения полной амплитуды в точке  $P$  нужно просуммировать вклады от каждого слоя по всей толщине  $t$  кристалла:

$$\psi_g = \frac{i\pi}{\xi_g} \frac{\sin \pi t s}{\pi s} \exp (-i \pi s t).$$

Здесь под  $\xi_g = \frac{\pi \cos \theta V_c}{\lambda F_g}$  обозначена важная величина, называемая экстинкционной длиной. Интенсивность дифрагированного пучка, таким образом, пропорциональна  $\sin^2(\pi t s)/(\pi s)^2$  и является так же, как и интенсивность прямого пучка, периодической функцией толщины кристалла с периодом  $t_0 = 1/s$ . Мы основывались на кинематическом приближении, которое справедливо лишь для достаточно больших  $s$ , а при  $s \rightarrow 0$  дает неверный результат  $t_0 \rightarrow \infty$ . Для описания дифракции вблизи  $s = 0$  нужно использовать динамическую теорию, которая дает предельное значение  $t_0$  при  $s = 0$ , равное экстинкционной длине.

Дифракционные явления, приводящие к тому, что интенсивность прямого и дифрагированного пучка — периодическая функция параметра  $ts$ , вызывают появление на изображении кристаллических объектов специфического контраста. Практически все образцы просвечивающей электронной микроскопии неравномерны по толщине и слегка изогнуты. Это и есть причина появления на изображении таких объектов темных полос, которые называются экстинкционными контурами и соответствуют геометрическим местам точек объекта, в которых  $t$  или  $s$  постоянно. Так, вдоль линий, где толщина кристалла

$$t = (m + 1/2) t_0,$$

а  $m$  — целое число, интенсивность дифрагированной волны максимальна и в светлопольном изображении на этих местах изображения наблюдаются темные линии. Это так называемые толщинные контуры. Они при наклоне объекта относительно падающего пучка смещаются мало на изображении. Их появление и периодичность зависят от «действующего отражения», т. е. от того, какой сильный рефлекс наблюдается при данном положении объекта. Разность толщины объекта в точках, соответствующих двум соседним толщинным контурам на изображении, равна экстинкционной длине. Поэтому если известна экстинкционная длина, по числу полос от края объекта на изображении можно найти толщину объекта. У края объекта (у отверстий, возникших за счет травления объекта) эти толщинные контуры видны особенно четко (рис. 6).

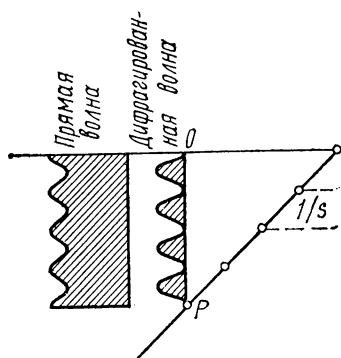


Рис. 6. Осцилляции дифрагированной и прошедшей волн в кристалле, обуславливающие возникновение толщинных полос на клиновидном крае кристалла (интенсивность прошедшей волны в точках  $\bigcirc$  такая же, как и на верхней поверхности)

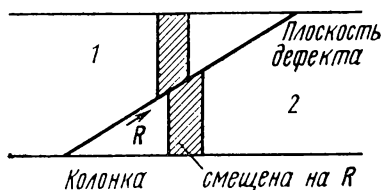


Рис. 7. Дефект упаковки, пересекающий фольгу и вызывающий смещение одной части колонки относительно другой

Кроме толщинных контуров на изображении видны также в виде непрерывных темных линий геометрические места точек фольги, в которых для данных кристаллографических плоскостей выполняется условие Брэгга. Вдоль этих кривых большая часть интенсивности падающего пучка перешла в дифрагированную волну, и поэтому они выглядят в виде темных контуров. Эти контуры называются изгибными и их положение на изображении очень чувствительно к ориентации объекта. При изменении наклона образца по отношению к падающему пучку они быстро перемещаются по изображению. В почти совершенных фольгах эти контуры очень широки и едва заметны. В металлических же объектах они обычно значительно более резкие и их можно принять за изображение дислокаций.



3. **Контраст изображения от несовершенных кристаллов.** Рассмотрим в кинематическом приближении контраст от несовершенных кристаллов, проиллюстрировав на примере дефекта упаковки. Расчет производится тем же методом, что и для совершенного кристалла, только вклад от слоя, параллельного поверхности, записывается в виде

$$d\psi_g = \frac{i\pi}{\xi_g} \exp[-2\pi i(g+s)(r_n + R_n)] dz,$$

где вектор  $R_n$  представляет собой смещение элементарной ячейки из правильного положения  $r_n$  на глубине  $z$ . Поскольку произведение  $sR_n$  мало по сравнению с другими слагаемыми в показателе экспоненты, а  $gr_n$  — целое число, данное выражение можно упростить следующим образом:

$$d\psi_g = \frac{i\pi}{\xi_g} \exp(-2\pi i g R_n) \exp(-2\pi i z s) dz.$$

Для нахождения амплитуды рассеянной волны на нижней поверхности кристалла нужно просуммировать вклады от каждого слоя. Здесь также можно использовать колонковое приближение, имея в виду, что  $R_n$  не слишком сильно изменяется в направлениях, нормальных колонке. Заменяя сумму интегралом, получаем

$$\begin{aligned} \psi_g &= \frac{i\pi}{\xi_g} \int_0^t \exp(-2\pi i g R_n) \exp(-2\pi i z s) dz = \\ &= \frac{i\pi}{\xi_g} \int_0^t \exp(-i\alpha) \exp(-2\pi i z s) dz. \end{aligned}$$

Наиболее простой тип несовершенства — дефекты упаковки. Части кристалла выше и ниже дефекта идентичны по параметрам и ориентировке, но смещены относительно друг друга на некоторый постоянный вектор  $R$  (рис. 7). Фазовый множитель  $\alpha$  в случае дефекта упаковки постоянен и резко меняется от нуля (выше плоскости дефекта) до  $2\pi gR$  (ниже плоскости дефекта). Если  $R$  равен вектору трансляции решетки (т. е. обе половины кристалла воспринимаются как единое совершенное целое), дефект невидим для всех отражений  $g$ , поскольку  $\alpha$  просто меняется от нуля до эквивалентного значения  $2\pi m$ , где  $m$  — целое число. Если  $R$  не отвечает вектору трансляции решетки, то могут быть частные значения  $g$ , для которых  $gR$  — целое число и дефект не виден. При изучении дефектов упаковки идентификация таких направлений очень важна, поскольку при достаточной информации позволяет определить вектор смещения  $R$ . Распределение интенсивности на изображении дефекта упаковки легко получить из выведенных соотношений. Для дефекта, находящегося на глубине  $t_1$ , амплитуда рассеяния колонкой равна

$$\psi_g = \frac{i\pi}{\xi_g} \left[ \int_0^{t_1} \exp(-2\pi izs) dz + \int_{t_1}^t \exp(-i\alpha) \exp(-2\pi izs) dz \right] =$$

$$= \frac{i}{\xi_g} \exp(-\pi i s t_1) [\sin \pi t_1 s + \exp(-i\alpha) \exp(-\pi i s t) \sin \pi (t - t_1) s],$$

а распределение интенсивности определяется формулой

$$I = \frac{1}{\xi_g^2} \left[ \sin^2 \left( \pi t s + \frac{\alpha}{2} \right) + \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \right.$$

$$\left. - 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left( \pi t s + \frac{\alpha}{2} \right) \cos 2\pi s z \right],$$

где  $z=t/2-t_1$  отвечает расстоянию от центра фольги до дефекта. Это распределение имеет форму косинусоидальных полос с периодичностью по глубине  $1/s$ , расположенных параллельно линии пересечения дефекта с поверхностью фольги. В этом приближении полосы от дефекта подобны толщинным контурам, наложенным на однородный фон, и зависят от  $s$ ,  $t$  и  $\alpha$ . С увеличением  $s$  полосы должны располагаться теснее, а их интенсивность уменьшаться пропорционально  $s^{-2}$ .

#### § 4. Приготовление объектов для исследования в электронном микроскопе

Образцы для исследования в просвечивающем электронном микроскопе могут быть приготовлены как непосредственно из материала исследуемого объекта, так и из материала, отличного от материала объекта. В первом случае анализ электронограмм и дифракционного контраста на изображении дает непосредственную информацию о кристаллической структуре объекта. Тонкие образцы для таких исследований готовятся с помощью следующих методов:

получение тонких срезов на ультрамикротоммах;

утонение объектов химической полировкой или ионной бомбардировкой;

напыление пленок — термическое испарение, катодное распыление, газотранспортные реакции, образование пленок из расплава и т. д.;

разбрызгивание и высушивание (для порошков и суспензий).

Структура тонких слоев не всегда правильно передает структуру массивного объекта, иногда их приготовление крайне затруднительно (например, при исследовании роста нитевидных кристаллов или процессов деформации материалов). либо связано с изменениями исследуемых особенностей объекта в процессе препарирования. В этих случаях в микроскопе исследуют не сам объект, а отпечаток с его поверхности — реплику. Анализ контраста на

изображении ее в микроскопе дает информацию только о рельефе поверхности исследуемого объекта, но не о его структуре. В некоторых случаях, когда реплика является по существу эпитаксиальной пленкой, полученной на поверхности объекта, можно получить и кристаллографическую информацию об объекте.

Ниже будут рассмотрены только те методы приготовления образцов, которые используются в процессе выполнения задачи.

**1. Получение тонких пленок термическим испарением.** Тонкие пленки металлов и полупроводников можно получать термическим испарением в вакууме на различные подложки. Структура полученной пленки определяется как условиями осаждения (скоростью осаждения, температурой подложки, вакуумом), так и природой самой подложки. Если подложка — монокристалл, то при некоторой определенной для каждого осаждаемого вещества температуре на подложке может образовываться пленка с определенной ориентацией. Это явление носит название эпитаксиального роста, а температура, при которой наблюдается ориентированная кристаллизация, называется эпитаксиальной температурой. Если осаждение проводится на холодную аморфную подложку (уголь, стекло и т. п.), то полученная тонкая пленка также аморфна.

Эпитаксиальные пленки металлов (Au, Pd, Pt, Ph, Sb, Cd, Zn и др.) удобно получать термическим испарением в вакууме на сколы слюды и NaCl при температуре подложки 250—300°С. Ориентация пленок металлов с кубической структурой будет, как правило, (100) при осаждении на NaCl и (111) — на слюде. Ориентация пленок металлов с гексагональной структурой будет соответственно (10 $\bar{1}$ 0) на NaCl и (0001) на слюде.

Чем выше температура подложки во время напыления, тем, во-первых, большая вероятность получить пленку с одной ориентацией и, во-вторых, большая вероятность образования трехмерных зародышей. Скорость осаждения также влияет на структуру получаемой пленки. Малая скорость благоприятствует образованию трехмерных хорошо ориентированных кристаллитов, при большой скорости осаждения растут преимущественно двумерные зародыши, что приводит к образованию сплошной непрерывной пленки даже при достаточно малых толщинах (100 Å).

Пленки также можно получать с помощью катодного распыления, которое имеет ряд преимуществ по отношению к термическому испарению, а именно возможность получения пленок сложных веществ и тугоплавких металлов в широком интервале температур и меньшее загрязнение пленки.

**2. Получение реплик.** На практике широкое распространение получили угольные реплики. Они имеют хорошую механическую прочность, термоустойчивы и не выявляют собственной структуры до весьма значительных толщин (~800 Å). Такие реплики получают испарением в вакууме графитовых стержней при зажигании между ними дуги. Для усиления контраста одновременно с углем

испаряется платина. Образец располагается под углом 15—30° к потоку частиц.

Отслаивание реплик осуществляется с помощью желатины. Процедура такова: после напыления угольной пленки на изучаемый объект на нее из 0,03%-го раствора нитроклетчатки в амилацетате наносят пленку коллодия толщиной 50—100 Å, затем на высушенный колодий наносят 2%-ный раствор желатины в дистиллированной воде при температуре 30—40°С, которую после высыхания (5—6 ч на воздухе) снимают вместе с репликой пинцетом. Для удаления желатины реплику с желатиной помещают на поверхность нагретой до 50—60°С дистиллированной воды (репликой вверх). Желатина растворяется, а реплика полностью сохраняется на упрочняющей ее коллодиевой пленке. Вылавливание реплики производится на медные сеточки, после чего коллодиевая пленка удаляется в амилацетате, куда реплика помещается на 2—5 мин.

При использовании метода реплик в ряде случаев, например для исследования блоков и зерен в металлах, изучения распределения различных структурных составляющих в многокомпонентных системах и т. д., поверхность объекта необходимо предварительно подготовить. Для этого используются методики избирательного травления. Одна из таких методик — ионное травление (катодное распыление). Оно обладает рядом преимуществ по сравнению с наиболее распространенными методами травления — химическим и термическим:

1) универсальный метод, применимый практически ко всем твердым телам — металлам, сплавам, полупроводникам, диэлектрикам, пластмассам, биологическим объектам;

2) поверхность объекта во время травления не покрывается пленками окислов и загрязнений;

3) ионное травление может быть осуществлено в широком интервале температур мишени;

4) легкость управления процессом путем изменения энергии и массы бомбардирующих ионов, плотности тока на мишень и времени облучения.

При выборе режимов ионного травления следует руководствоваться данными по зависимости коэффициента распыления (скорости эрозии поверхности) от энергии бомбардирующих ионов. Кроме того, необходимо учитывать, что распыление тугоплавких, слабоокисляющихся материалов рекомендуется проводить в интенсионном режиме: плотность тока на мишень 5—20 мА/см<sup>2</sup> и отрицательное напряжение на мишень 5—10 кВ, а легкоплавких — при плотностях тока 0,5—1 мА/см<sup>2</sup> и напряжении 1—3 кВ. Для уменьшения вклада термического испарения мишень во время ионного травления следует охлаждать. В табл. 1 приведены режимы ионного травления различных веществ в тлеющем разряде при давлении Ne<sup>+</sup> 10<sup>-1</sup> мм рт. ст.

Т а б л и ц а

Вещество	Напряжение, кВ	Плотность тока, мА/см <sup>2</sup>	Время травления, ч
Медь . . . . .	2—10	1—5	1,0—0,5
Сталь . . . . .	2—10	1—10	1,0—0,5
InSb . . . . .	0,5—1,5	0,5—1,0	1,0—0,5
CdS . . . . .	1,5—5	2—7	1,0—0,5
Графит . . . . .	1,0—1,5	1,0	0,25
NaCl . . . . .	1,0—1,5	1,0	1,0—0,5
Кварц . . . . .	2,5—3	2—5	5—7

## § 5. Упражнения

1. Ознакомиться с инструкцией по эксплуатации просвечивающего электронного микроскопа. Отъюстировать микроскоп согласно инструкции, провести пробную установку апертурной и селекторной диафрагм.

2. Ознакомиться с инструкцией по эксплуатации установки для термического испарения типа ВУП.

Получить тонкие пленки металла (Sb, Cd, Zn) методом вакуумного испарения на подложки из угля и NaCl при температуре 200—300°С. (Толщина пленок в диапазоне 50—500 Å.)

Получить в электронном микроскопе изображение тонкой пленки металла (снятие пленки с NaCl осуществляется медленным погружением подложки с пленкой в воду и последующим вылавливанием и высушиванием пленки на электронно-микроскопическую сетку). Сфотографировать изображение пленки в микроскопе. Получить дифракцию и микродифракцию с этой же пленки и сфотографировать. Получить светлопольное и темнопольное изображения.

По изображению определить размер кристаллитов, а по картине микродифракции определить их преимущественную ориентацию (см. задачу 5).

3. Ознакомиться с инструкцией по эксплуатации установки для ионного травления типа ВУП.

Подготовить массивный объект для исследования структуры его поверхности: отполировать, промыть в спирте и дистиллированной воде и провести ионное травление.

После травления получить с образца угольную реплику и подготовить ее для просмотра в электронном микроскопе: отделить реплику с помощью желатины, выловить реплику на электронно-микроскопическую сетку и высушить.

Получить изображение реплики в микроскопе и сфотографировать.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Хейденрайх Р. Основы просвечивающей электронной микроскопии. М., «Мир», 1966.
2. Хирш П., Хови А., Николсон Р., Пэшли Д., Уэлан М. Электронная микроскопия тонких кристаллов. М., «Мир», 1968.
3. Амелинкс С. Методы прямого наблюдения дислокаций. М., «Мир», 1968.
4. Кельман В. М., Явор С. Я. Электронная оптика. Л., «Наука», 1968.
5. Шиммель Г. Методика электронной микроскопии. М., «Мир», 1972.
6. Утевский Л. М. Дифракционная электронная микроскопия. М., «Металлургия», 1973.
7. Сб. «Физика тонких пленок», т. 4. М., «Мир», 1970.
8. Плешивцев Н. В. Катодное распыление. М., Атомиздат, 1968.

### Дополнительная

9. Хокс П. Электронная оптика и электронная микроскопия. М., «Мир», 1974.
10. Деркач В. П., Кияшко Г. Ф., Кухарчук М. С. Электронно-зондовые устройства. Киев, «Наукова Думка», 1974.
11. Спивак Г. В., Дубинина Е. М. и др. Стробоскопическая электронная микроскопия. — Изв. АН СССР, сер. физ., 32, № 7, 1098—1110, 1968.
12. Стоянова И. Г., Анаскин И. Ф. Физические основы методов просвечивающей электронной микроскопии. М., «Наука», 1972.
13. Сб. «Электронная микроскопия», под ред. А. А. Лебедева. М., Гостехиздат, 1954.

## 5. ЭЛЕКТРОНОГРАФ \*

Изучается работа электронографа и методы получения тонких пленок металлов и полупроводников. Определяется их ориентация и состав по электронограммам в зависимости от толщины пленки и температуры подложки.

### § 1. Введение

В основе метода электронографии лежит явление дифракции электронов. Электроны — движущиеся заряженные частицы материи — обладают и волновыми свойствами. Длина волны электрона

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (1)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $v$  — скорость электрона,  $m$  — масса электрона. Кинетическая энергия электрона, ускоренного электрическим полем с разностью потенциалов  $V$ , равна

$$\frac{1}{2} mv^2 = Ve. \quad (2)$$

---

\* При постановке этой задачи большую помощь оказал проф. Б. Б. Звягин.

Из соотношений (1) и (2) можно получить выражение для длины волны электрона  $\lambda$  как функции ускоряющего напряжения.

При работе с ускоряющими напряжениями 100 кэВ и выше для вычисления  $\lambda$  необходимо пользоваться релятивистской формулой

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0eV \left(1 + \frac{eV}{2m_0c^2}\right)}}, \quad (3)$$

так как при таких напряжениях пренебрежение релятивистской поправкой приводит к ошибке  $\geq 5\%$ .

Кристаллические структуры, в которых плотность материи распределена периодически с периодами порядка единиц и десятков Å, являются естественными дифракционными решетками для электронов, так же как и для рентгеновских лучей и нейтронов (длины волн и периоды решеток соизмеримы). Получаемые картины рассеяния волн используются для изучения кристаллических структур.

Формально явление дифракции рентгеновских лучей, электронов и нейтронов аналогичны, и все они могут быть описаны единой геометрической теорией дифракции волн от кристаллических решеток. Однако природа взаимодействия электронов, нейтронов и рентгеновских лучей с веществом при дифракции существенно различна, и это определяет своеобразие каждого метода.

Для метода дифракции электронов характерны следующие отличительные особенности.

1. Электроны взаимодействуют с веществом в миллион раз сильнее, чем рентгеновские лучи и нейтроны, так как рассеяние электронов, обладающих меньшей длиной волны и большей энергией, происходит под действием электростатического потенциала, создаваемого ядрами атомов и их электронными оболочками. Поэтому, используя рассеяние электронов, можно получить информацию не только о расположении атомов, но и об электрическом поле кристаллической решетки.

В рассеяние рентгеновских лучей — электромагнитных волн, имеющих меньшую энергию (большую длину волны), — основной вклад вносит волновое взаимодействие с отдельными электронами атома. Ядра атомов с их положительным зарядом «невидимы» для рентгеновских лучей.

Рассеяние нейтронов происходит под действием потенциала ядерных сил, поэтому для нейтронов электроны «невидимы». При использовании нейтронографии можно изучать изотопические и спиновые различия входящих в решетку атомов, которые «не замечают» ни электроны, ни рентгеновские лучи. Возможности той или иной методики эксперимента определяются характером взаимодействия излучения с объектом.

Для исследования структуры вещества используют когерентное рассеяние в объекте, т. е. рассеяние, происходящее без обмена энергией с падающим на объект излучением. Основная характеристика рассеивающей способности атома — фактор атомного рассеяния  $f$ , который для рентгеновских лучей определяется числом электронов  $z$  в рассеивающем атоме, а для электронов — потенциальным полем ядер атомов и их электронных оболочек и зависит от величины  $(z - f_x)$  ( $f_x$  — фактор атомного рассеяния рентгеновских лучей). В общем виде фактор атомного рассеяния электронов записывается в виде

$$f_{эл}(\theta) = k(z - f_x)/\sin^2 \theta/\lambda,$$

где  $\theta$  — угол падения электронов на объекте [1]. Факторы атомного рассеяния  $f_x$  и  $f_{эл}(\theta)$  изменяются с углом падения и имеют наибольшее значение при очень малых углах. Фактор атомного рассеяния электронов  $f_{эл}(\theta)$  приблизительно в  $10^4$  раз больше фактора атомного рассеяния для рентгеновских лучей, и поэтому их путь в объекте (глубина проникновения) должен быть очень коротким. С этим связан выбор объектов и формы их исследования:

исследование тонких пленок (толщина 50—2000 Å) на просвет;  
исследование массивных объектов на отражение под скользящими углами;

исследование газовых молекул.

2. Одним из следствий того, что электроны рассеиваются под действием электрического потенциала кристаллической решетки, является тот факт, что отношение рассеивающих способностей легких и тяжелых атомов оказывается меньшим, чем для рентгеновских лучей. Это благоприятствует определению положения легких атомов — в присутствии тяжелых.

3. Малая длина волны электронов (при достаточно больших скоростях) по сравнению с длиной волны рентгеновских лучей способствует более эффективному выявлению элементов периодического строения вещества. В случае малых размеров область с более или менее упорядоченным расположением атомов, оцениваемая с помощью рентгеновской дифракции как аморфная, может оказаться с точки зрения электронографии кристаллической.

4. Малая длина волны электронов существенно облегчает условия получения многочисленного набора дифракционных рефлексов и упрощает интерпретацию электронограмм, так как их можно рассматривать в некотором приближении как прямое изображение плоского сечения обратной решетки объекта.

5. Электронографическое исследование проводится в вакууме порядка  $10^{-4}$  тор. Это делает доступными для электронографии такие объекты, которые неустойчивы в естественных условиях из-за окисления или поглощения воды, но требует корректив для объектов, изменяющихся при уменьшении атмосферного давления.



6. Электронографической методике свойственны достоинства:  
а) возможность исследования чрезвычайно малых количеств вещества ( $\sim 10^{-5}$  г);

б) непосредственное наблюдение дифракционной картины на флюоресцирующем экране в процессе исследования, что позволяет контролировать качество дифракционной картины и выбирать наиболее интересные участки препарата;

в) фотосъемка электронограмм с малыми экспозициями (порядка нескольких секунд), что позволяет фиксировать быстро протекающие структурные изменения вещества. Последнее свойство связано с тем, что электронографическая методика позволяет получать гораздо большие абсолютные интенсивности, чем те, которые могут дать рентгеновские лучи [1, 2].

Цель задачи — изучение работы электронографа в просвечивающем режиме и режиме отражения. Получение тонких пленок металлов и полупроводников методом термического испарения в вакууме и определение их ориентации и состава по электронограммам.

## § 2. Теория

**1. Кристаллическая решетка.** В кристаллическом веществе материальные частицы (молекулы, атомы, ионы) располагаются упорядоченно, образуя кристаллическую структуру. Отдельные частицы и группы атомов, образующих данную структуру, периодически чередуются в пространстве в общем случае в трех измерениях.

Для характеристики структур вводятся вектора периодов повторений — трансляций **a**, **b**, **c**, обладающие тем свойством, что любой произвольной точке **r** соответствует множество идентичных точек **r'**, связанных равенством

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + n_1 \mathbf{a} + n_2 \mathbf{b} + n_3 \mathbf{c} = \mathbf{r} + \mathbf{T},$$

где  $n_1, n_2, n_3$  — целые числа, а вектор **T** носит название вектора трансляции.

Идеальный кристалл можно представить как совокупность идентичных точек (атомов или групп атомов, избирательно связанных друг с другом), обладающих одним и тем же пространственным расположением. Такая совокупность точек носит название *пространственной решетки* и служит средством описания структуры кристаллов.

Пространственная решетка в силу своей периодичности может быть построена с помощью операций трансляции одной и той же элементарной ячейки — параллелепипеда, величина и направления ребер которого совпадают с периодами чередования идентичных точек.

Для описания кристаллической решетки достаточно задать такой параллелепипед, приняв его ребра за координатные оси. Для описания структуры следует указать координаты атомов внутри

параллелепипеда. Такие параллелепипеды, трансляция которых вдоль трех некопланарных ребер дает всю решетку, можно выбрать бесчисленным множеством способов.

Ячейки с наименьшим объемом, представляющие собой элементарный параллелепипед, ребра которого являются кратчайшими расстояниями между атомами (или группами атомов), называются *примитивными*. В примитивной ячейке материальные частицы располагаются только в узлах решетки (в вершинах параллелепипеда). Поэтому на одну примитивную ячейку приходится только одна частица (рис. 1 а, б). Такие ячейки могут не обладать наивысшей симметрией.

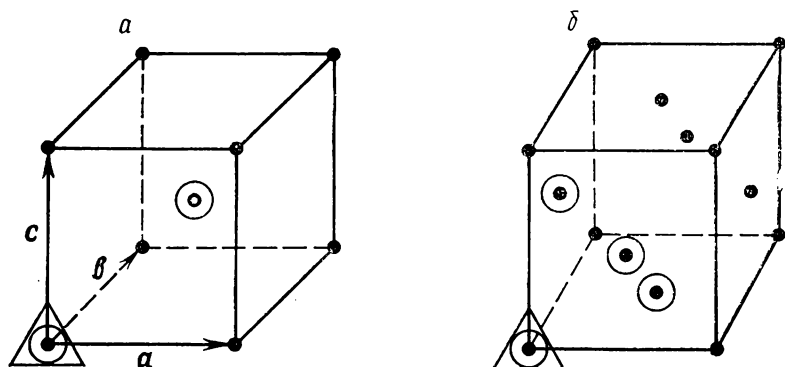


Рис. 1. Объемноцентрированная (а) и граноцентрированная (б) кубические решетки

В кристаллах возможны семь независимых элементов симметрии (сингоний): простые оси 2-го, 3-го, 4-го и 6-го порядков, зеркальная ось 4-го порядка, плоскость симметрии и центр симметрии, приводящей к 14 различным типам кристаллических решеток (решеток Бравэ) [3].

Ячейки с наивысшей симметрией могут содержать узлы не только в вершинах, но и в центрах граней или в центре объема.

*Элементарная ячейка* — это ячейка, обладающая наименьшим объемом и наивысшей симметрией. Она, а вместе с ней и кристаллическая решетка, характеризуется длинами ребер (периодами решетки)  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и углами между ними  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . В векторной форме решетка и ячейка задаются тремя векторами:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

На одну элементарную ячейку будет приходиться уже не одна частица, а несколько в зависимости от вида решетки. Например, на элементарную ячейку ОЦК решетки приходится два узла (рис. 1, а), а ГЦК — четыре (рис. 1 б).

В простейших структурах с каждым узлом решетки связан только один атом. Поэтому для полного описания структуры до-

статочно задать вектора  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ . Однако для большинства структур с каждым узлом решетки приходится связывать группу атомов, избирательно связанных друг с другом, — базис.

*Базис* — это совокупность узлов, принадлежащих одной элементарной ячейке и представляющих каждый свою простую решетку, характеризующую совокупностью трансляций неидентичных атомов.

Кристаллическую решетку можно рассматривать так же, как совокупность параллельных друг другу узловых прямых или узловых плоскостей. В кристалле существует бесчисленное множество систем параллельных друг другу узловых прямых и плоскостей. Каждая система отличается ориентировкой относительно координатных осей решетки. Эти ориентировки характеризуются числовыми индексами  $hkl$  (индексы узловых прямых обозначаются в *квадратных скобках*, а плоскостей — в *круглых*). Индексы прямо пропорциональны проекциям какого-либо отрезка этой прямой на координатные оси. Индексы плоскости обратно-пропорциональны отрезкам, отсекаемым плоскостью на координатных осях, и измерены в единицах, равных периодам решетки.

Пусть какая-либо плоскость решетки пересекает оси координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$  (рис. 2). Выразим отрезки, отсекаемые на осях плоскостью, проходящей через эти точки в периодах решетки:  $OA=ma$ ,  $OB=nb$ ,  $OC=pc$  ( $m=2$ ,  $n=3$ ,  $p=4$ ). Возьмем числа, обратные  $m$ ,  $n$ ,  $p$ , приведем их к общему знаменателю и отбросим общий множитель. Полученные после этих операций величины называются индексами Миллера данного семейства плоскостей решетки. Таким образом, индексы плоскости  $ABC$  —  $(6\ 4\ 3)$ .

Индексы направления  $OD$  равны отрезкам, отсекаемым на осях координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  проекциями вектора  $\mathbf{r}$ , проходящего через точки  $O$  и  $D$ , в единицах периодов решетки, в нашем случае  $OD$  имеет индексы  $[2\ 3\ 4]$  [3].

Линия пересечения семейства плоскостей кристалла называется *осью зоны*. Множество плоскостей кристалла может принадлежать к одной зоне и в том случае, если они пересекаются друг с другом по параллельным линиям. Например, в кубической решетке плоскости  $(100)$ ,  $(0\bar{1}0)$  и  $(110)$  содержат общее направление  $[001]$ . О таких плоскостях можно сказать, что они принадлежат к зоне  $[001]$ .

Индексы оси зоны  $[uvw]$  связаны с индексами плоскостей  $(h_1k_1l_1)$  и  $(h_2k_2l_2)$ , принадлежащих этой зоне, соотношениями

$$\begin{aligned} u &= k_1l_2 - l_1k_2, \\ v &= l_1h_2 - h_1l_2, \\ w &= h_1k_2 - k_1h_2. \end{aligned} \tag{4}$$

Эти выражения легко вывести, записав уравнения прямой, параллельной направлению  $[uvw]$ , и плоскостей  $(h_1k_1l_1)$  и  $(h_2k_2l_2)$ , проходящих через начало координат [3].

**2. Уравнение Лауэ. Закон Брэгга — Вульфа.** Основываясь на теории пространственно-решетчатого строения кристаллов Лауэ предположил, что рентгеновские лучи дифрагируют на узлах кристаллических решеток. Максимумы будут наблюдаться лишь при одновременном выполнении трех условий, которые называются условиями Лауэ:

$$\begin{aligned} a(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) &= h\lambda, \\ b(\cos \beta_1 - \cos \beta_2) &= k\lambda, \\ c(\cos \gamma_1 - \cos \gamma_2) &= l\lambda, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a, b, c$  — параметры кристаллической решетки;  $h, k, l$  — порядки лауэвской дифракции. Косинусы углов определяют направление падающего и дифрагированного пучков.

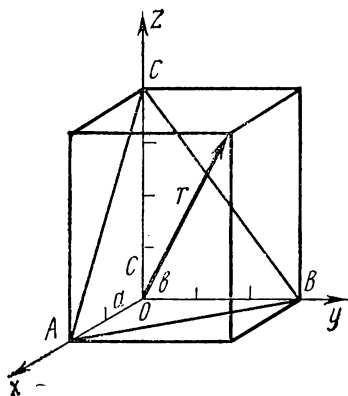


Рис. 2. К выводу обозначений плоскостей и направлений в решетке

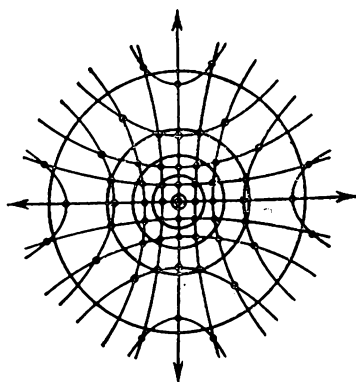


Рис. 3. Наложение дифракционных рефлексов от простой кубической решетки

Для реальных трехмерных решеток интерференцию волн при дифракции, когда выполняются все три условия Лауэ, можно графически представить следующим образом. Каждому условию Лауэ для атомного ряда с данным периодом в пространстве соответствует семейство конусов с полууглами при вершине, равными (согласно уравнению Лауэ)  $\alpha, \beta, \gamma$ . (При заданном  $\alpha_1$  первое равенство Лауэ будет выполняться для любых дифрагированных лучей, идущих по образующим конуса с полууглом  $\alpha_2$ .) Возможные значения этих углов определяются целыми числами  $hkl$  в выражении для разности хода лучей (5). Если поместить кристалл с кубической решеткой (кубическая решетка выбрана для простоты, в общем случае весь ход рассуждений справедлив для любой решетки) таким образом, чтобы одно из его ребер было параллельно пучку электронов, а фотопластинку расположим перпенди-

$$2d_{hkl} \sin \theta = n\lambda. \quad (6)$$

Figure 1 consists of two parts, (a) and (b). Part (a) is a side-view schematic of a diffraction grating. It shows a vertical grating with period  $D$  and height  $L$ . A point  $P'$  is located on the grating surface at a distance  $\sim 4d$  from the base. The distance from the base to  $P'$  is labeled  $h$ . The angle between the grating surface and the horizontal is  $\theta$ . Part (b) is a top-view schematic of the diffraction pattern. It shows a circular pattern with radial distance  $r/d$  and angles  $\theta$  between the grating surface and the horizontal. The pattern is labeled "Дифракционное пятно" (Diffraction spot).

ет на кристалл под углом  $\theta$  к системе кристаллографических плоскостей ( $hkl$ ), характеризующимся межплоскостным расстоянием  $d_{hkl}$ . Максимальная интенсивность отраженного пучка будет иметь место, если разность хода лучей, отражающихся от системы парал-

лельных плоскостей, равна целому числу длин волн. В этом случае угол между падающим и дифрагированным пучками, лежащими в одной плоскости, равен  $2\theta$ . Если выполняется это условие (причем угол падения равен углу отражения), то разность хода лучей  $n\lambda$ , которая равна избыточному пути каждого последующего луча относительно предыдущего, будет  $2d\sin\theta$ , т. е. мы пришли к закону Брэгга — Вульфа.

**3. Рассеяние волн на кристалле. Обратная решетка. Сфера отражения.** Под действием падающего на объект пучка электронов с длиной волны  $\lambda$  узлы решетки, обладающие определенной рассеивающей способностью, становятся источниками вторичных волн, взаимная интерференция которых при дальнейшем распространении и создает картину дифракции. Задача рассеяния может быть решена в двух приближениях: кинематическом и динамическом. Основное допущение кинематической теории рассеяния заключается в следующем. Так как абсолютные величины амплитуд рассеянных электронов очень малы, интенсивности рассеянных пучков при ограниченном числе рассеивающих центров оказываются малыми по сравнению с интенсивностью первичного. Поэтому можно пренебречь, во-первых, потерями энергии первичного пучка, идущими на образование когерентно рассеянного излучения, и, во-вторых, когерентным рассеянием вторичных пучков, которые могли бы порождать новые дифрагированные пучки.

По мере увеличения количества рассеивающих центров, т. е. увеличения толщины кристалла до  $1000\text{--}10\,000\text{ \AA}$ , с одной стороны, увеличивается интенсивность вторичных пучков, а с другой — становится чувствительной потеря интенсивности первичного пучка. Для описания процессов в этом случае необходимо пользоваться динамической теорией, в которой все пучки принимаются в том или ином приближении качественно равноправными.

Рассмотрим кинематическое приближение. Падающая на объект плоская монохроматическая волна  $e^{ik_0r}$ , где  $|k_0| = 2\pi/\lambda$ , возбуждает в каждом элементе его объема элементарную вторичную волну. Пусть положение рассеивающих центров объекта задается вектором  $\mathbf{r}$ . Рассматривая результат взаимной интерференции вторичных волн, необходимо учесть сдвиг фаз, обусловленный различием пути, проходимого вторичными волнами, рассеянными разными узлами. Падающий луч  $k_0$  (рис. 5) проходит к рассеивающему узлу  $\mathbf{r}$  путь, который на

$$r \cos \varphi_0 = \mathbf{r} \mathbf{k}_0 \lambda / 2\pi$$

больше, чем путь до начала координат, а путь рассеянной волны  $\mathbf{k}$  от точки  $\mathbf{r}$  на

$$r \cos \varphi = \mathbf{r} \mathbf{k} \lambda / 2\pi$$

меньше, чем от точки  $O$ . Фаза волны, испытавшей рассеяние в

точке  $\mathbf{r}$ , отличается от фазы волны, рассеянной в начале координат, на

$$(\mathbf{k}_0\mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{r}) = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)\mathbf{r}.$$

Амплитуда рассеянной волны определяется не только геометрией распределения в объекте рассеивающих центров, но и рассеивающей способностью каждого центра. Так как основной вклад в рассеяние электронов вносит взаимодействие с потенциальным полем ядер атомов, характеризующимся потенциалом  $\varphi(\mathbf{r})$ , то амплитуда рассеяния атомом выражается интегралом

$$f(\mathbf{s}) = A \int \varphi(\mathbf{r}) e^{i(\mathbf{s}\mathbf{r})} d\mathbf{r}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{s} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$  и имеет размерность, обратную размерности  $\mathbf{r}$ , т. е.  $[L^{-1}]$  [1],  $A$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от природы волн [4]. Для электронов

$$A = 2\pi me/h^2.$$

В случае кристаллического объекта  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m + \mathbf{r}'$ , где  $\mathbf{r}_m$  определяет положение начала  $m$ -й ячейки, а  $\mathbf{r}'$  — положение точек внутри ячейки. Выражение (7) может быть разбито на сумму интегралов по объему  $V$  отдельных элементарных ячеек

$$f(\mathbf{s}) = A \int_V \varphi(\mathbf{r}') e^{i(\mathbf{s}\mathbf{r}')} e^{i(\mathbf{s}\mathbf{r}_m)} d\mathbf{r}', \quad (8)$$

принимая во внимание, что функция  $\varphi(\mathbf{r})$  в элементарной ячейке складывается из рассеивающей способности отдельных входящих в нее атомов

$$\varphi(\mathbf{r}') = \sum_j \varphi_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j),$$

а интеграл (8) можно представить в виде

$$f(\mathbf{s}) = F(\mathbf{s}) D(\mathbf{s}), \quad (9)$$

где

$$F(\mathbf{s}) = \sum_j \varphi_j(\mathbf{s}) e^{i(\mathbf{r}_j\mathbf{s})},$$

$$\varphi_j(\mathbf{s}) = A \int_V \varphi_j(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_j) e^{i[(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_j)\mathbf{s}]} d\mathbf{r}', \quad (10)$$

$$D(\mathbf{s}) = \sum_m e^{i(\mathbf{s}\mathbf{r}_m)}. \quad (11)$$

Здесь  $F(\mathbf{s})$  выражает рассеивающую способность содержимого одной элементарной ячейки и носит название структурной амплитуды или структурного фактора;  $D(\mathbf{s})$  характеризует те ограни-

чения на направления рассеяния, которые определяются конкретной трехмерной периодичностью кристалла для данной *кристаллической решетки*, и называется интерференционной функцией.

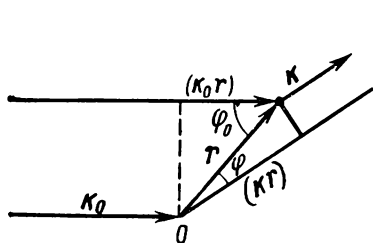


Рис. 5. Расположение первичных  $\mathbf{k}_0$  и вторичных  $\mathbf{k}$  волн при рассеянии началом координат и точкой, определяемой вектором  $\mathbf{r}$

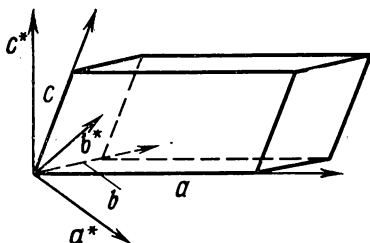


Рис. 6. Соотношение осей прямой и обратной решеток

В функции  $D(\mathbf{s})$  векторы  $\mathbf{r}_m$  и  $\mathbf{s}$  входят равноправным образом. Они имеют разные размерности, и уже поэтому их нецелесообразно рассматривать в одной и той же системе координат. Кроме того, задание обоих векторов в одной системе координат,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ , связанный с векторами  $\mathbf{r}_m$ , определяющими в общем случае и косоугольные элементарные ячейки кристаллических решеток, приводит к тому, что скалярное произведение этих векторов—сумма из девяти членов. Имея столь громоздкое выражение в показателе экспоненты интерференционной функции  $D(\mathbf{s})$ , практически невозможно рассчитать и построить пространственную картину распределения интенсивностей рассеяния на кристалле.

Однако если векторы  $\mathbf{r}_m$  и  $\mathbf{s}$  задать в различных системах координат, то для векторов  $\mathbf{s}$  можно найти такую систему координат  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$ ,  $\mathbf{c}^*$ , что скалярное произведение  $(\mathbf{s}\mathbf{r})$  в ней трехчлен.

Поскольку  $\mathbf{r}_m = m_1\mathbf{a} + m_2\mathbf{b} + m_3\mathbf{c}$  и если  $\mathbf{s} = p_1\mathbf{a}^* + p_2\mathbf{b}^* + p_3\mathbf{c}^*$ , где  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$ ,  $\mathbf{c}^*$  — координатные векторы искомой системы, то для того чтобы  $(\mathbf{s}\mathbf{r}_m) = p_1m_1 + p_2m_2 + p_3m_3$ , необходимо выполнить соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{a}\mathbf{a}^* &= \mathbf{b}\mathbf{b}^* = \mathbf{c}\mathbf{c}^* = 1, \\ \mathbf{a}\mathbf{b}^* &= \mathbf{a}\mathbf{c}^* = \mathbf{b}\mathbf{c}^* = \dots = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Это означает, что вектор  $\mathbf{a}^*$  нормален векторам  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$ , т. е. нормален плоскости, содержащей эти вектора. Аналогично для  $\mathbf{b}^*$  и  $\mathbf{c}^*$  (рис. 6). Следовательно, если  $\mathbf{a}$  не перпендикулярен  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$ , то  $\mathbf{a}^*$  не параллелен  $\mathbf{a}$ . Но для ортогональных осей:

$$\mathbf{a}^* \parallel \mathbf{a}, \quad \mathbf{b}^* \parallel \mathbf{b}, \quad \mathbf{c}^* \parallel \mathbf{c};$$

$$|\mathbf{a}^*| = \frac{1}{|\mathbf{a}|}, \quad |\mathbf{b}^*| = \frac{1}{|\mathbf{b}|}, \quad |\mathbf{c}^*| = \frac{1}{|\mathbf{c}|}.$$



В общем случае для ячейки с косоугольными осями

$$\mathbf{a}^* = \frac{[\mathbf{b} \times \mathbf{c}]}{V}, \quad \mathbf{b}^* = \frac{[\mathbf{c} \times \mathbf{a}]}{V}, \quad \mathbf{c}^* = \frac{[\mathbf{a} \times \mathbf{b}]}{V},$$

где  $V$  — объем элементарной ячейки  $V = \mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}]$ . Следовательно, для векторов  $\mathbf{s}$  найдена система координат, у которой трансляции  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$  и  $\mathbf{c}^*$  имеют размерности  $L^{-1}$ .

Нетрудно убедиться, что в пространстве векторов  $\mathbf{s}$  функция  $D(\mathbf{s})$  при большом числе слагаемых (что вполне естественно для кристаллов, содержащих множество элементарных ячеек) имеет ненулевые значения лишь в непосредственной близости от целочисленных значений  $p_1 = h$ ,  $p_2 = k$  и  $p_3 = l$ . Следовательно, функция  $D(\mathbf{s})$  аналитически задает трехмерную решетку с тройкой координатных векторов  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$ ,  $\mathbf{c}^*$ , взаимную тройке  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ . Она служит координатной системой для так называемого *обратного пространства*, в котором в результате фурье-преобразования функция  $\varphi(\mathbf{r})$  переводится в функцию  $F(\mathbf{s})$ . Соответственно решетка с элементарными трансляциями  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$ ,  $\mathbf{c}^*$  называется обратной и ее узлы определяют направления дифракции лучей в зависимости от периодов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  прямой решетки.

Функция  $D(\mathbf{s})$  имеет максимумы при целочисленных значениях  $hkl$ , т. е. в точках, характеризующимся вектором

$$\mathbf{g} = h\mathbf{a}^* + k\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^*.$$

Причем области, в которых она отлична от нуля, тем меньше, чем больше размеры кристалла. Можно показать, что для кристалла, имеющего  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  ячеек вдоль кристаллографических осей  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , размеры указанных областей — дифракционные рефлексы — в направлениях  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$ ,  $\mathbf{c}^*$  равны соответственно:  $\mathbf{a}^*/N_1$ ,  $\mathbf{b}^*/N_2$  и  $\mathbf{c}^*/N_3$  [8].

Таким образом, функция  $f(\mathbf{s}) = F(\mathbf{s})D(\mathbf{s})$ , определяющая амплитуду рассеянной волны, есть аналитическое задание решетки, узлы которой наделены плотностью  $|f(\mathbf{g})|$  и фазой, свойственной  $F(\mathbf{g})$ , а размеры узлов определяются  $D(\mathbf{g})$ . Образ этой решетки, называемой обратной решеткой, — естественное следствие рассмотрения явления дифракции и служит важнейшим методическим средством структурного анализа, указывающим связь между реальной кристаллической решеткой объекта и соответствующими дифракционными картинками.

Геометрическое место точек обратной решетки, которые для данного  $\mathbf{g}$  рассеивают в одной фазе, определяется равенством

$$\mathbf{r}\mathbf{g} = hx + ky + lz = \text{const}, \quad (13)$$

т. е. уравнением плоскости с вектором  $\mathbf{g}$  в качестве нормали к плоскостям с целочисленными координатами  $(hkl)$ .

Расстояние между плоскостями  $(hkl)$  —  $d_{hkl}$  равно расстоянию от начала координат до ближайшей плоскости системы  $(hkl)$ . Используя равенство (13), нетрудно показать, что  $d_{hkl} = 1/|\mathbf{g}|$ .

Теперь можно сформулировать важнейшее свойство обратной решетки: целочисленный вектор обратной решетки  $\mathbf{g}$  перпендикулярен плоскостям прямой решетки с индексами  $hkl$ , равными компонентам вектора  $\mathbf{g}$ , а по длине он равен обратной величине соответствующего межплоскостного расстояния. Физический смысл функции  $f(\mathbf{g})$  заключается в том, что она выражает дифракционные свойства кристаллической решетки. Направления когерентного рассеяния определяются максимумами функции  $D(\mathbf{g})$ , т. е. равенством

$$\mathbf{g} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)/2\pi = h\mathbf{a}^* + k\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^*. \quad (14)$$

Если умножить (14) попеременно на  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ , то получим условия Лауэ, определяющие направления  $\mathbf{k}$  дифракционных лучей:

$$a(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) = 2\pi h,$$

$$b(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) = 2\pi k,$$

$$c(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) = 2\pi l,$$

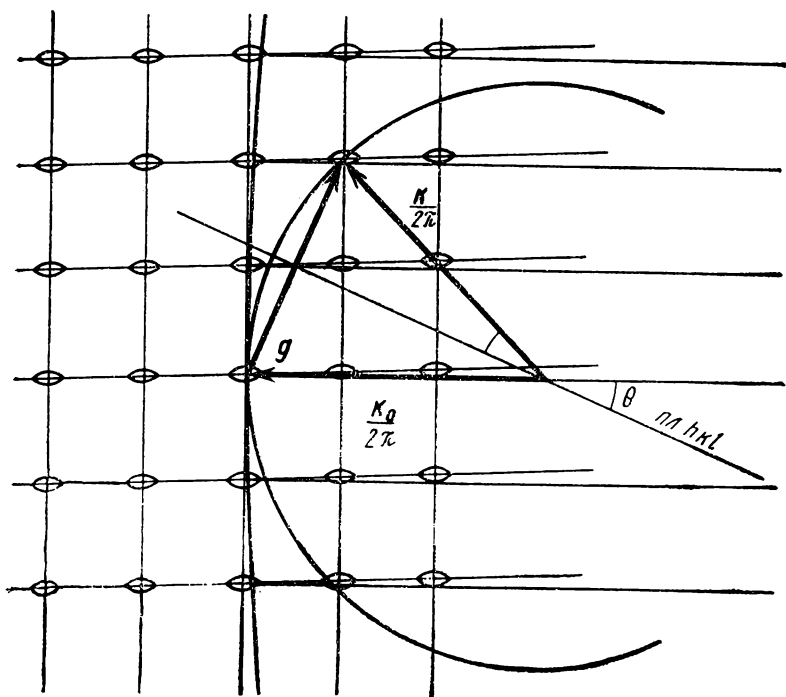


Рис. 7. Сфера и плоскость Эвальда в обратной решетке

а проведя несложные геометрические построения (рис. 7), получим условие Брэгга — Вульфа:

$$\frac{1}{d} = \left| \frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}_0}{2\pi} \right| = 2 \sin \theta / \lambda \text{ или } 2d \sin \theta = \lambda.$$

Условия Лауэ и Брэгга — Вульфа накладывают ограничения на длину волны  $\lambda$ , пригодную для осуществления дифракции в зависимости от постоянных значений кристаллической решетки вещества  $a, b, c$  или  $d$ . Очевидно, что  $\lambda \leq d$ . Кроме того, как видно из рис. 7, направления всех дифракционных лучей совпадают с направлениями тех радиусов сферы  $1/\lambda$  (называемой сферой Эвальда или сферой отражения), которые проведены к точкам пересечения этой сферой узлов обратной решетки. Сфера отражения указывает возможные значения вектора  $\mathbf{k}$  при заданном  $\mathbf{k}_0$ . Если провести сферу радиусом  $2/\lambda$ , то мы получим область всевозможных значений  $\mathbf{k}_0$ , которые участвуют в формировании обратной решетки. Эта сфера носит название сферы ограничения. Так как длина волны электронов  $\lambda$  мала, то радиус сферы Эвальда  $1/\lambda$  значительно ( $\sim 100$  раз) больше расстояний между узлами обратной решетки. Поэтому секущий участок сферы можно считать плоскостью, а *дифракционную картину — сечением обратной решетки плоскостью, перпендикулярной падающему пучку*. В табл. 1 приведены кристаллометрические соотношения между прямой и обратной решетками.

Таблица 1

Символы	Прямая решетка	Обратная
$hkl$	Плоскость $(hkl)$	Узел решетки или, более точно, вектор, соединяющий нулевой узел с данным узлом $hkl$
$uvw$	Ось зоны $[uvw]$	Плоскость $(uvw)^*$

Уравнение плоскости:  $hu + kv + lw = 0$  (16)

- |                         |  |   |
|-------------------------|--|---|
| а) $uvw = \text{const}$ | Уравнение (16) определяет плоскости, принадлежащие к одной зоне    | Уравнение определяет узлы $hkl$ , лежащие в данной плоскости обратной решетки $(uvw)^*$ |
| б) $hkl = \text{const}$ | Уравнение (16) определяет узлы $uvw$ , лежащие в плоскости $(hkl)$ | Уравнение определяет плоскости, принадлежащие зоне $[hkl]$                              |

**4. Условия погасания рефлексов.** По своему характеру функция  $f(\mathbf{g})$  (7) выражает дифракционные свойства кристаллической решетки. Направления когерентного рассеяния определяются значениями  $\mathbf{g}$  в максимумах функции  $D(\mathbf{g})$  или равенством

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{s}}{2\pi} = h\mathbf{a}^* + k\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^*.$$

Распределение  $F(g)$  (10) накладывается на узлы  $D(g)$  (11) таким образом, что нулевые значения этой функции погашают некоторые максимумы, разрешенные интерференционной функцией. Физически это связано с присутствием в кристалле определенных элементов симметрии [6]. В качестве примера рассмотрим ГЦК, ОЦК и гексагональную решетки с одинаковыми атомами. Так как при кинематическом рассеянии интенсивность рассеянной волны определяется квадратом модуля структурного фактора

$$I = |F_{hkl}|^2 = \varphi^2 \left| \sum_j^N e^{2\pi i(hx_j + ky_j + lz_j)} \right|^2,$$

нулевые значения  $F_{hkl}$  будут соответствовать погасанию. Поэтому мы можем определить, какие  $hkl$  приводят к возникновению рефлексов в решетке каждого типа.

1<sup>0</sup>. В случае объемно-центрированной кубической решетки (рис. 1, а) координаты атомов: 000 в вершине и  $1/2 \ 1/2 \ 1/2$  в центре единичной ячейки.

Тогда

$$|F_{hkl}| = \varphi e^{2\pi i 0} + \varphi e^{2\pi i \left[ \frac{h}{2} + \frac{k}{2} + \frac{l}{2} \right]} = \varphi (1 + e^{\pi i(h+k+l)}).$$

Отсюда видно, что

$$|F_{hkl}|^2 = 4f^2, \text{ если сумма } h + k + l \text{ четная;}$$

$$|F_{hkl}|^2 = 0, \text{ если сумма } h + k + l \text{ нечетная.}$$

Поэтому в ОЦК-решетке отражения получаются только от плоскостей, для которых сумма индексов четная.

2<sup>0</sup>. Для гранецентрированной кубической решетки (рис. 1, б) координаты узлов: (0, 0, 0), ( $1/2$ , 0,  $1/2$ ), (0,  $1/2$ ,  $1/2$ ), ( $1/2$ ,  $1/2$ , 0)

$$|F_{hkl}|^2 = 16f^2, \text{ если } h, k, l \text{ все четные или все нечетные.}$$

3<sup>0</sup>. Для гексагональных плотноупакованных кристаллов отражения не разрешены для  $h+2k$  и  $l$  — нечетных. Построение моделей обратных решеток ОЦК, ГЦК и гексагональных плотноупакованных кристаллов детально разобрано в монографии Утевского [9].

**5. Типы наблюдаемых электронограмм.** Характер дифракционной картины зависит от характера взаимной ориентации, упорядоченности расположения кристаллов в объекте и диаметра пучка электронов (размера диафрагмы конденсорной линзы). Последний фактор определяет число кристаллитов, участвующих в формировании дифракционной картины.

В зависимости от количества кристаллов и степени их упорядоченности можно условно выделить четыре типа электронограмм.

*Точечные электронограммы от монокристаллов.* Монокристалл или система монокристаллических блоков (мозаика) с угловым

разбросом менее  $2-3^\circ$  при облучении электронами даст дифракционную картину регулярно и симметрично расположенных точечных рефлексов, каждый из которых имеет отличные от других значения  $hkl$  (рис. 8, *г*). Эта дифракционная картина —

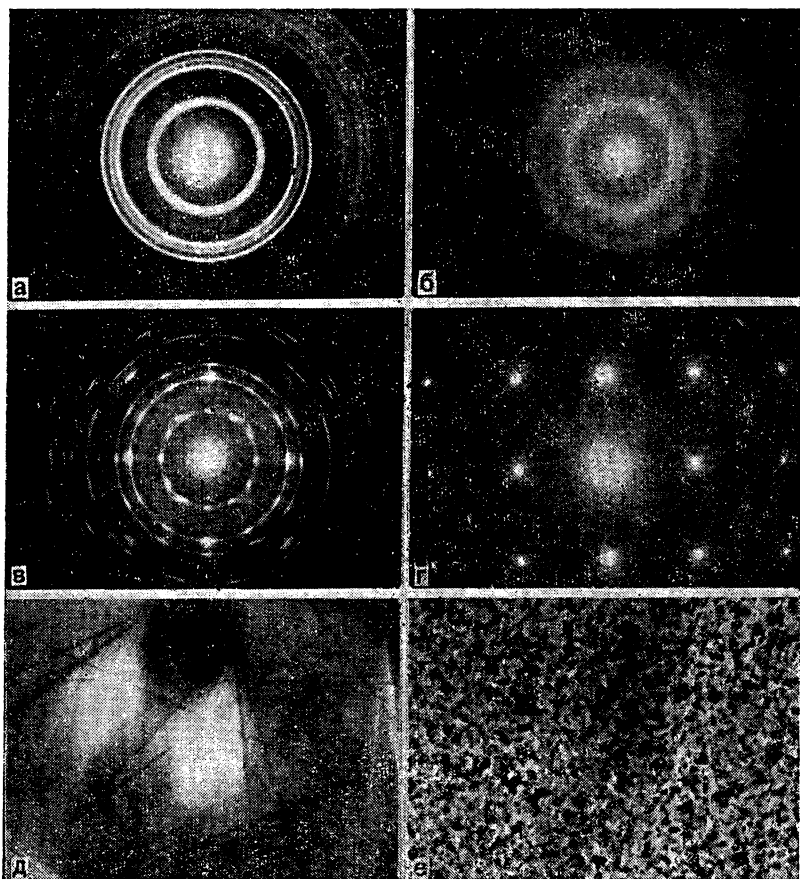


Рис. 8. Электронограммы на просвет, полученные в электронографе ЭГ-100А от:

- а*) поликристаллической пленки InSb; *б*) пленки InSb, имеющей аморфную структуру; *в*) текстурированной пленки InSb; *г*) монокристаллической пленки Au; *д*) Кикучи-линии от тонких слоев Si  $\sim 1000$  Å; *е*) изображение поликристаллической пленки InSb в просвечивающем электронном микроскопе

плоское сечение обратной решетки — представляет собой двумерную периодическую систему точек с центром в узле (000). Если плоскость объекта перпендикулярна пучку, электронограмма от

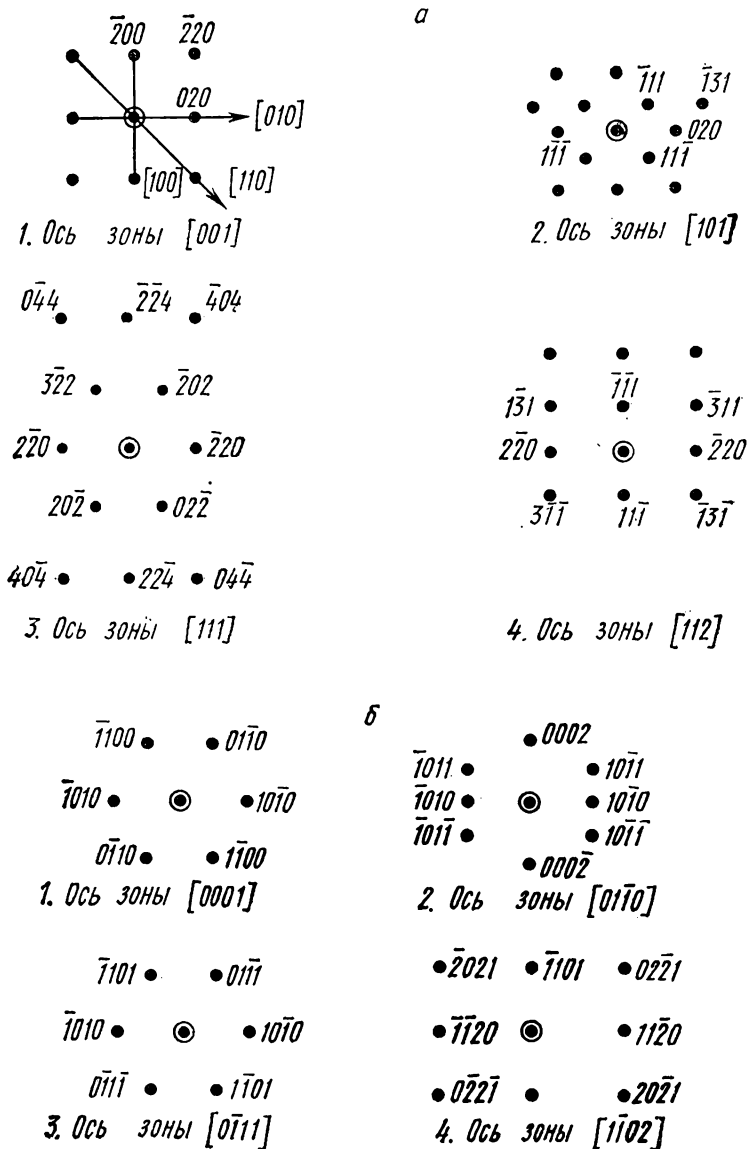


Рис. 9. Типичные точечные электронограммы от различных ориентировок *a*) ГЦК и *б*) гексагональных плотноупакованных монокристаллов по отношению к пучку электронов

монокристалла представляет собой систему пятен, симметричных относительно горизонтальной и вертикальной осей, проходящих через центр. Так как каждому узлу обратной решетки  $hkl$  противостоит соответствующий узел  $\bar{h}\bar{k}\bar{l}$ , то в случае, если направление падения пучка на кристалл совпадает с осью зоны, на дифракционной картине появятся рефлексы, соответствующие брэгговскому отражению от плоскостей этой зоны. Обратная решетка ГЦК кристалла представляет ОЦК решетку (см. [9, с. 113]). Плоскость, нормальная по отношению к направлению  $[HKL]$  и проходящая через узел (000), будет проходить через узлы  $hkl$ , удовлетворяющие условию

$$Hh + Kk + Ll = 0.$$

На рис. 9 показаны типичные примеры сечений обратных решеток для различных ориентировок кубических и гексагональных плотноупакованных монокристаллов. Эти схемы иллюстрируют изменение дифракционной картины с изменением ориентировки кристалла. В каждом случае отмечена ось зоны, совпадающая с направлением падения пучка электронов на кристалл.

*Электронограммы от текстур.* Текстуры представляют собой набор отдельных кристалликов, обладающих преимущественной ориентировкой, размер которых больше  $1/15$  диаметра пучка электронов. Один из видов текстур — волокнистые текстуры. Оси волокон, из которых состоит объект, направлены вдоль определенного кристаллографического направления, но отдельные волокна произвольно ориентированы по азимуту вокруг оси волокна. Электронограмма от текстуры представляет собой одно из сечений обратной решетки, которое можно получить вращением обратной решетки монокристалла вокруг оси  $[001]$ ; каждый узел описывает окружность с центром, лежащим на оси. Сечение этой вращающейся решетки, перпендикулярное этой оси, даст электронограмму волокнистой текстуры с осью, совпадающей с направлением  $[001]$  в виде системы с индексами плоскостей  $hkl$ , принадлежащими зоне  $[001]$  (для ГЦК решетки это  $\{200\}$ ,  $\{220\}$ ,  $\{400\}$  и т. д.).

Если ось волокна отклонена на некоторый угол  $\Delta\gamma$ , то обратная решетка, вращающаяся вокруг этой оси, ведет себя подобно прецессирующему волчку с углами прецессии  $\Delta\gamma$ . Поэтому описанные ранее окружности превращаются в сферические пояса с угловой шириной  $\Delta\gamma$ . Сечение плоскостью, перпендикулярное оси и проходящее через узел (000), даст вместо окружностей дуги с угловым размером  $\Delta\gamma$  [11].

В качестве примера на рис. 8, в приведена электронограмма текстурированной пленки In Sb, ось текстуры  $[001]$ .

*Кольцевые электронограммы от поликристаллов.* Если в поле зрения пучка электронов попадает большое количество произвольно ориентированных кристаллов, то аналогично случаю рентге-

новской дифракции от порошка возникает кольцевая картина (по Дебаю — Шерреру). Обратное пространство поликристалла представляет собой ряд концентрических сфер с центром в нулевом узле. Такая картина получается, если угол отклонения оси кристаллов изменяется от 0 до  $90^\circ$ . В этом случае имеется набор хаотически ориентированных кристаллитов и в отражающее положение попадают все плоскости  $\{hkl\}$ , разрешенные структурным фактором для данного типа решетки. Радиусы сфер или концентрических колец, получающихся при сечении обратного пространства плоскостью, перпендикулярной лучку, — это последовательный ряд радиус-векторов  $g_{hkl}$  узлов обратной решетки отдельного кристаллита. Таким образом, каждое кольцо формируется пучками, отражающимися от плоскостей с одним и тем же межплоскостным расстоянием  $d_{hkl}$ . В качестве примера приведена электронограмма на просвет от поликристаллической пленки InSb (рис. 8, а).

Электронограммы от материалов, имеющих аморфную структуру, представляют размытую диффузную картину одного или двух концентрических широких колец, так называемых гало. Линейная ширина колец  $\Delta R_{\max}$  связана с размером кристаллической области  $t$  соотношением

$$\Delta R_{\max} = \frac{2\lambda L}{t},$$

где  $L\lambda$  — постоянная электронографа.

Условной границей поликристаллического и аморфного состояний считается размер кристаллитов  $\sim 75 \text{ \AA}$ . На рис. 8, б показана электронограмма на просвет с аморфной пленки InSb.

**Кикучи-линии.** Другой вид электронограмм от монокристаллов — это так называемые электронограммы с Кикучи-линиями (рис. 8, в). При дифракции электронов от достаточно толстых ( $\sim 1000 \text{ \AA}$ ) монокристаллов или монокристаллических фольг происходит ослабление двумерной точечной дифракционной картины из-за увеличения поглощения электронов. На изображении появляется равномерный фон и возникают пары темных и светлых полос.

В качестве наиболее удобного способа описания этих линий используются геометрические построения, предложенные Кикучи. Аналитическое описание процессов рассеяния в толстых кристаллах может быть проведено лишь при использовании динамической теории рассеяния [4].

Предположим, что электроны, проходя через кристалл, рассеиваются только неупруго, при этом или не теряя совсем, или теряя очень мало энергии. Эти электроны могут испытывать дифракцию на тех плоскостях кристаллической решетки, которые находятся в брэгговском отражении. На рис. 10 линии  $OA$  и  $OB$  изображают пути лучей, которые могут привести к образованию



Кикучи-линий. Пучок электронов падает на плоскости  $CD$  и  $C'D'$  с межплоскостным расстоянием  $d_{hkl}$  и рассеивается в направлениях  $AE$  и  $BG$ . Каждый из дифрагированных пучков образует конус с осью, перпендикулярной  $CD$  и  $C'D'$  с полууглом при вершине  $(\pi/2 - \theta)$ . Эти конусы пересекают фотопластинку по гиперболам очень малой кривизны (так как  $\lambda$  электрона мала), т. е. фактически по прямым линиям. В результате когерентного рассеяния на плоскости  $(hkl)$  пучок идет по направлению  $BG$  вместо  $BF$ , а пучок  $OA$  идет по  $AE$  вместо  $AH$ . Поскольку интенсивность когерентно рассеянного излучения уменьшается с увеличением угла отклонения от направления первичного пучка, то вдоль  $k_1$  интенсивность электронов будет меньше, чем вдоль  $k_2$ . Это приводит к появлению соответственно темной и светлой линий на электронограмме. Картину Кикучи-линий также можно использовать для определения ориентировки кристалла (см. [4, гл. 5, § 6] и [10, гл. 4, § 7]).

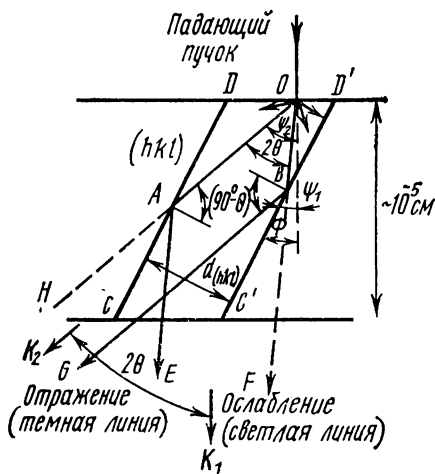


Рис. 10. Схема образования Кикучи-линий

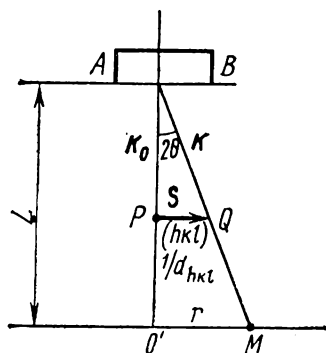


Рис. 11. Схема хода лучей для определения постоянной прибора

### § 3. Анализ электронограмм и аппаратура для дифракции электронов

**1. Геометрический анализ электронограмм, определение постоянной прибора.** Обработка электронограмм подразделяется на два этапа: геометрический анализ и анализ интенсивностей. Соответствующие операции заключаются в определении особенностей

взаимного расположения рефлексов и в оценке их интенсивностей [1, 2].

Важнейшей характеристикой электронограммы служит постоянная дифракционного прибора  $L\lambda$ , являющаяся ее своеобразным масштабом ( $\lambda$  — длина волны электронов, а  $L$  — расстояние от объекта до экрана электронографа).

Если образец  $AB$  (рис. 11) находится на расстоянии  $L$  от фотопластинки, а  $M$ -рефлекс — на фотопластинке от пучка  $OM$ , отраженного под брэгговским углом, то дифракционная картина в плоскости  $OM$  представляет увеличенное изображение плоскости  $PQ$  обратной решетки. Из подобия треугольников  $OPQ$  и  $OMO'$ , учитывая, что брэгговские углы малы, имеем

$$2\theta = \frac{1/d_{hkl}}{1/\lambda} = \frac{r}{L}, \text{ т. е. } d_{hkl}r = L\lambda, \quad (15)$$

где  $L\lambda$  — постоянная прибора,  $r$  — расстояние от нулевого рефлекса до индицируемого на экране или фотопластинке.

Постоянную прибора можно найти, используя образец с известными параметрами кристаллической решетки и соответствующими значениями  $d_{hkl}$  (как правило  $Au$ ), который дает четкую кольцевую или точечную электронограмму.

## 2. Основные этапы расшифровки кольцевых электронограмм.

Электронограммы от поликристаллов состоят из рефлексов в виде концентрических колец (см. п. 3), положения которых характеризуются их радиусами  $r$  (или диаметрами  $D=2r$ ). Эти величины связаны непосредственно с соответствующими рефлексам межплоскостными расстояниями равенством (15).

В наиболее простом случае, когда исследуемое вещество известно для индицирования электронограммы, необходимо:

1. Измерить диаметры колец. При значительном масштабе электронограммы ( $2L\lambda > 60$ ) измерение всех расстояний может быть выполнено с помощью линейки. Но точнее диаметры колец могут быть измерены с помощью оптического длиннотра ИЗА-2 с точностью 0,01 мм.

2. Перевести измеренные значения в межплоскостные расстояния по формуле (15).

3. Сравнить полученные величины  $d$  с табличными для данного вещества и проиндицировать каждое кольцо.

При индицировании электронограмм от кубических кристаллов часто полезно знать закон чередования колец в порядке возрастания их радиусов. Влияние структурного фактора (определенные для каждого типа структуры правила потасания) приводит к относительному расположению колец, которое легко узнать для каждого типа решетки. Например, в кубической гранцентриро-

ванной решетке (рис. 1, б) межплоскостные расстояния  $d_{hkl}$  связаны с постоянной решетки  $a$  и индексами  $h$   $k$   $l$  соотношением

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}.$$

Разрешенные отражения либо все четные, либо все нечетные. Тогда нетрудно видеть, что чередование колец в порядке увеличения их радиуса будет: (111), (200), (311), (222), (400), (331), (420), (422), а радиусы колец пропорциональны числам:

$$\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{16}, \sqrt{19}, \sqrt{20}, \sqrt{24} \dots$$

**3. Индцирование электрограмм от монокристаллов и определение ориентировки фольги.** Так как электрограмма — плоское сечение обратной решетки и индексы дифракционных рефлексов идентичны индексам соответствующих узлов обратной решетки, то индцирование точечной электрограммы не вызывает больших трудностей. При исследовании твердых тел с известной кристаллической структурой могут возникнуть две задачи:

- 1) построить и проиндцировать дифракционную картину для кристалла определенной ориентировки относительно электронного пучка;
- 2) расшифровать электрограмму и проиндцировать для определения ориентировки кристалла.

Для индцирования электрограмм от кристаллов как известной, так и неизвестной ориентировки используют следующее геометрическое соотношение, определяющее условие принадлежности узла  $hkl$  к плоскости обратной решетки  $(uvw)^*$ , содержащей нулевой узел

$$hu + kv + lw = 0. \quad (16)$$

Рассмотрим построение сечения обратной решетки — плоскости  $(hkl)$ . Для всех узлов  $hkl$ , лежащих в плоскости  $(uvw)$  обратной решетки, выполняется соотношение (16). Возьмем два узла  $h_1k_1l_1$  и  $h_2k_2l_2$  с малыми индексами, удовлетворяющими этому соотношению. Тогда узлы  $h_1-h_2$ ,  $k_1-k_2$  и  $l_1-l_2$  также лежат в плоскости  $(uvw)$ . Векторы обратной решетки, соответствующие этим трем узлам, можно представить в виде треугольника. Величины векторов обратной решетки равны согласно (12)  $1/d_{hkl}$ .

В случае кубической решетки построение упрощается, так как

$$\frac{1}{d_{hkl}} = \frac{1}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}},$$

а вершины параллелограмма  $O$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  отвечают узлам решетки  $0$ ;  $h_1k_1l_1$ ;  $h_2k_2l_2$ ;  $h_1-h_2$ ,  $k_1-k_2$ ,  $l_1-l_2$ . Применение различных элементов симметрии — трансляций, отражения, вращения и др. — к построенной нами ячейке дает двумерную схему плоскости  $(uvw)^*$ . Для получения электрограммы — плоского сечения обратной ре-

шетки — необходимо устранить все узлы, запрещенные структурным фактором для данного типа решетки (рис. 12). Далее нужно проверить, все ли разрешенные для данной плоскости узлы присутствуют. В зависимости от выбора начальных  $h_1k_1l_1$  и  $h_2k_2l_2$  на схеме некоторых разрешенных узлов может не оказаться. Для кубических кристаллов два первоначальных узла с малыми индексами лучше выбрать таким образом, чтобы ось  $h_1k_1l_1$  была перпендикулярна направлению  $h_2k_2l_2$ .

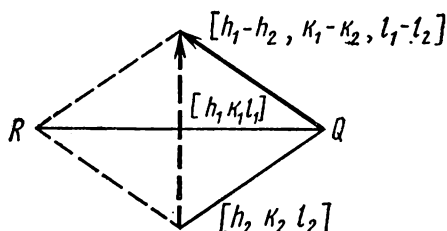


Рис. 12. Построение сечения обратной решетки

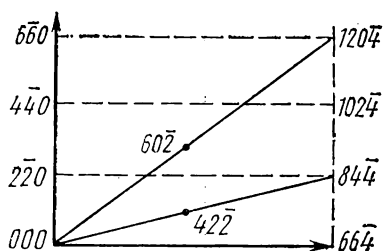


Рис. 13. Построение сечения (113) обратной решетки ГЦК-структуры

В качестве конкретного примера рассмотрим построение схемы расположения рефлексов плоскости (113) ГЦК решетки (рис. 13). Выбор первого узла  $h_1k_1l_1$  для построения плоскости обратной решетки в некоторой степени произволен. Однако он должен удовлетворять равенству (16), т. е. скалярное произведение векторов  $h_1k_1l_1$  и  $uvw$  должно равняться нулю. Кроме того, для простоты построения лучше брать узел с наименьшими возможными индексами, разрешенными структурным фактором. В ГЦК решетке разрешенные рефлексы — это такие, у которых все индексы либо четные, либо нечетные. Узел (220) удовлетворяет всем указанным требованиям. Второй узел в перпендикулярном направлении (это удобно лишь в случае кубических решеток) определяется из условия ортогональности двух векторов:  $h_1h_2 + k_1k_2 + l_1l_2 = 0$ . Так как узел  $h_2k_2l_2$  лежит в рассматриваемой плоскости (113), то он должен удовлетворять уравнению (16). Решая два полученных уравнения, имеем

$$h_2k_2l_2 = C(33\bar{2}).$$

Но узел (332) не разрешен в ГЦК решетке, наименьшее разрешенное значение  $C=2$ , т. е.  $6h_2k_2l_2$  должен иметь индексы 664. Получившийся в результате сложения векторов 220 и 664 узел 844 не представляет отражение первого порядка и следует добавить узел 422. Повторение построенной ячейки дает полную плоскость (113). Прimitивная ячейка в этой плоскости — параллелограмм, определяемый узлами: 000, 422, 602, 220.

**4. Индицирование неизвестной электронограммы. Определение ориентировки фольги.** Для определения ориентировки фольги или тонкой пленки вещества с известным составом необходимы лишь таблицы межплоскостных расстояний  $d_{hkl}$ . Рассмотрим на примере определение ориентировки тонкой фольги Au, имеющего ГЦК решетку. Для Au первые семь разрешенных отражений будут приведены в табл. 2. Рассмотрим три рефлекса:  $P$ ,  $Q$  и  $R$  (рис. 14).

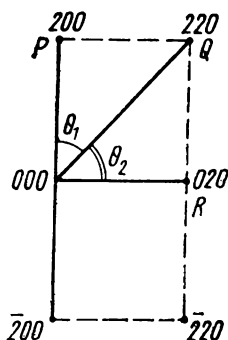


Рис. 14. Схема индицирования электронограммы

Так как отрезки  $OP$ ,  $OQ$  и  $OR$  (векторы обратной решетки) пропорциональны величине  $\sim (h^2 + k^2 + l^2)^{-1/2}$ , можно определить миллеровские индексы рефлексов. Измерения на электронограмме, которая аналогична показанной на рис. 8, г, дают средние значения:  $OP=1,6$ ;  $OQ=2,2$  и  $OR=1,6$  см. Таким образом,  $OQ/OP=1,41$ ,  $OR/OP=1$ ;  $OQ/OR=1,38$ . Из табл. 2 находим, что отношения величин  $(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}$  для плоскостей:  $(220)/(200)=1,43$ ;  $(0,20)/(200)=1$  и  $(220)/(020)=1,41$ . Поэтому рефлексы  $P$ ,  $Q$  и  $R$  являются, вероятно, отражениями  $\{200\}$ ,  $\{220\}$  и  $\{020\}$ . Измеряя расстояние от центрального пятна до других рефлексов, можно полностью проиндировать электронограмму. Необходимо учитывать, что значения индексов должны быть согласованы в каждом ряду рефлексов, например вдоль  $OP$  и  $OQ$   $h$  изменяется на 2, а  $k$  и  $l$  остаются постоянными, так как все рефлексы ряда принад-

Таблица 2

$hkl$	Отражение $h^2+k^2+l^2$	$d_{klh}$ (Å)	$I_{\text{инт}}$	$(h^2+k^2+l^2)^{1/2}$
— 111 —	3	2,35	100	1,736
200 002 020	4	2,03	53	2,000
202 220 022	8	1,439	33	2,828
131 311 113	11	1,227	40	3,316
— 222 —	12	1,173	9	3,464
203 023 320	13	1,019	3	3,61
213 123 321	14	0,935	9	3,75
040 400 004	16	1,01	7	4,000
— 313 133	19	0,832	4	4,358
204 024 420	20	0,784	4	4,47

лежат одной зоне. Для проверки правильности индицирования электронограммы полезно рассчитать углы между плоскостями, используя выражение для косинуса угла  $\theta$ :

$$\cos \theta = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{[(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)]^{1/2}}$$

или найти их в таблицах для межплоскостных расстояний [5, 10]. Углы  $\theta$  можно определить прямо по электронограмме. Например, угол  $\theta$  между отражениями  $Q$  и  $R$  равен  $45^\circ$ , расчетное значение угла между плоскостями (220) и (020) дает ту же величину. Это свидетельствует о том, что индексы рефлексов были определены правильно.

Ориентировка фольги получается из закона зон. Две плоскости  $(h_1 k_1 l_1)$  и  $(h_2 k_2 l_2)$  принадлежит зоне  $[uvw]$ , если

$$u:v:w = (k_1 l_2 - k_2 l_1) : (l_1 h_2 - l_2 h_1) : (h_1 k_2 - h_2 k_1) = \\ = \left( \begin{vmatrix} k_1 & l_1 \\ k_2 & l_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} l_1 & h_1 \\ l_2 & h_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} h_1 & k_1 \\ h_2 & k_2 \end{vmatrix} \right).$$

Взяв рефлексы 220 и 020, получаем  $[uvw] = [220] \times [020] = [001]$  (с точностью до общего множителя). Это означает, что направление пучка и нормаль к пленке есть  $[001]$ , т. е. плоскость пленки  $Au - (001)$ .

**5. Точность метода.** Важная характеристика дифракционной картины — ее разрешающая способность

$$A = \frac{d}{\Delta d} = \frac{r}{\Delta r}, \quad (17)$$

где  $\Delta d$  — минимальная разница межплоскостных расстояний, которая может быть зафиксирована между отдельно наблюдаемыми точечными рефлексами (или кольцами) вблизи положения, отвечающего межплоскостному расстоянию  $d$ ;  $r$  — радиус от нулевого рефлекса до фиксируемого;  $\Delta r$  — ширина рефлексов (или колец).

Обычно рассматривают разрешающую способность, отнесенную к 1 Å. Ширина рефлексов и разрешение зависят от качества оптической системы. Если исключить астигматизм, то разрешение в основном зависит от сферической аберрации линз и размеров зерна фотопластинок. Учет всех указанных погрешностей приводит к значению  $A \sim 10^3$ . Один из источников ошибок при определении межплоскостных расстояний — неточность вычисления постоянной прибора  $L\lambda$ . Последняя может претерпевать небольшие изменения вследствие колебаний ускоряющего напряжения питания прибора, неточностей процесса получения дифракционной картины: изменения положения образца по высоте, ошибок при измерении диаметров колец (напр., при их эллиптичности, связанной с аберрациями линз) и т. д. Если указанные ошибки свести к минимуму, то полная ошибка, связанная с определением  $L\lambda$ , может быть порядка  $\sim 0,1\%$ .

**6. Аппаратура для дифракции электронов.** Наблюдение дифракции электронов осуществляется в вакуумных приборах — электронографах и электронных микроскопах. Электронограф приспособлен только для наблюдения дифракционных картин. В электронном же микроскопе можно получить как изображение объекта, так и электронограмму с исследуемого участка, а в случае необходи-

мости — и микродифракционную картину (в поле зрения электронного пучка участок  $\sim 1$  мкм).

Для понимания явлений дифракции, наблюдаемых в электронографе, полезно рассмотреть ход лучей в обычных серийных приборах. Одновременно можно качественно оценить взаимосвязь между ходом лучей и разрешающей способностью прибора (т. е. остротой дифракционных рефлексов).

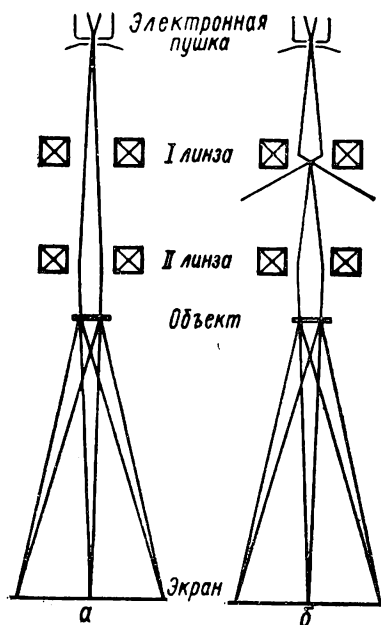


Рис. 15. Схема хода лучей при съемке электронограммы:  
а) со второй линзой, б) с первой и второй линзами

На рис. 15 показана схема хода лучей при съемке электронограмм. Источник электронов — трехэлектродная электронная пушка с V-образным катодом. Катод находится под отрицательным относительно земли потенциалом 40—100 кВ, анод заземлен. Самое узкое сечение пучка электронов после катодной системы будет рассматриваться как источник излучения.

В простейшем случае при съемке электронограмм вообще можно обойтись без линз. Объект размещается между источником излучения и экраном. Апертура (угол раствора) пучка электронов ограничена только диафрагмой, а на электронограмме из-за сильной расходимости пучка возникают широкие кольца. Такая электронограмма дает плохое разрешение, так как близкорасположенные кольца накладываются друг на друга.

Применение однолинзового конденсора (рис. 15, а) позволяет получить более узкий пучок электронов и тем самым улучшить разрешение. Фокусное расстояние конденсора выбирается таким образом, чтобы на экране возникло изображение источника электронов (минимального сечения пучка электронов). Каждый максимум (отдельный рефлекс или кольцо) на дифракционной картине — изображение этого минимального сечения. Таким образом, ширина рефлекса или дифракционного кольца определяется диаметром пучка электронов.

Использование двухлинзового конденсора создает наиболее благоприятные условия в отношении разрешения при съемке электронограмм (рис. 15, б). Первая линза (короткофокусная) позволяет получить уменьшенное изображение минимального сечения

пучка, который можно рассматривать как новый источник излучения. Вторая линза проектирует изображение этого источника на экран. Объект располагается между двухлинзовым конденсором и экраном. Каждый рефлекс на дифракционной картине представляет уменьшенное всегда изображение минимального сечения пучка, а дифракционные рефлексы становятся острее. Разрешающая способность увеличивается в 200 раз. Однако вследствие сильной расходимости пучка при фокусировке первой линзой интенсивность электронограммы резко уменьшается, что создает некоторые трудности при съемке объектов с использованием двух линз. Для большинства практических задач вполне достаточна разрешающая способность, получаемая при использовании только второй линзы.

Рассмотрим более подробно схему и возможности промышленного электронографа ЭГ-100А. Он состоит из следующих основных узлов:

1°. Колонны, состоящей из:

- осветительной системы, включающей в себя электронную пушку с бронированным вводом, две электромагнитные линзы с полюсными наконечниками. Первая линза более сильная, с фокусным расстоянием, равным 2 мм, а вторая — слабая, расположенная ближе к объекту;

- двух камер объектов — первая малая и вторая большая. В малой камере объект расположен на расстоянии  $L=735$  мм от экрана. При введении объектов в большую камеру расстояние от объектов до экрана  $L=385$  мм;

- кристаллодержателя, обеспечивающего перемещение объекта в горизонтальной плоскости, наклон его по отношению к пучку электронов и вращение объекта вокруг оптической оси электронографа (азимутальное вращение);

- проекционного тубуса;

- фотокамеры со шторным затвором, экраном для наблюдения, сменным фотоматазином на 18 фотопластин.

2°. Вакуумной системы, обеспечивающей в колонне вакуум  $4 \cdot 10^{-5}$  тор.

3°. Системы электропитания пушки и линз с пультом управления, расположенным на стенде по обе стороны колонны. Ускоряющее напряжение ЭГ-100А меняется ступенчато: 40—60—80—100 кВ.

В электронографе имеется возможность:

- нагрева образца до  $t=1000^\circ\text{C}$ ,

- охлаждения образца до  $t=140\text{ K}$ ,

- исследования газов и легколетучих веществ, нагретых до  $t=300\text{—}400^\circ\text{C}$ ,

- снятия заряда с полупроводников и диэлектриков с помощью пушки медленных электронов.

**7. Методы подготовки объектов для электронографического исследования на просвет и на отражение.** Для различных элементов микроэлектроники необходимо иметь тонкие пленки с определен-



ной структурой и физическими свойствами. Тонкие пленки металлов и полупроводников можно получить методом конденсации в вакууме на различные подложки или методом катодного распыления [6, 7, 11]. Чтобы исследовать структуру тонких слоев на просвет, их необходимо отделить от подложки механически или растворить саму подложку (наиболее удобные подложки, растворяющиеся в воде, это щелочногалоидные соединения: NaCl, KCl и т. д.). Если в качестве подложки использовать различные кристаллы монокристаллов, то при определенной для каждого вещества температуре на подложке можно получить монокристаллические пленки. Как правило, ориентировка напыленной пленки совпадает с ориентацией подложки. Такой процесс роста пленок носит название *эпитаксии*.

При конденсации на неподогреваемых поликристаллических или аморфных подложках образуются поликристаллические или аморфные пленки.

Испарение металлов и полупроводников производят в стандартных напылительных установках. (С методикой работы на установке для получения пленок можно ознакомиться по описанию к установке. Нагрев для испарения Au или In Sb производят в нагревателях из тугоплавких металлов (Mo и W) в виде лодочки или в кварцевых тиглях [6].)

Поликристаллические пленки Au или In Sb можно приготовить напылением на механически отполированные кристаллы NaCl при *быстром* испарении тонкой проволоки Au или мелкоизмельченного порошка In Sb на неподогреваемую подложку. (Быстрое испарение происходит при определенной для каждого вещества температуре, при которой упругость пара достигает значения выше 10 тор.) Из-за сильного различия температур, при которых достигается давление  $P=10$  тор In и Sb, получаемая пленка In Sb обычно обогащена Sb ( $T_{In}=952$  и  $T_{Sb}=618^\circ\text{C}$ ). Изменение скорости конденсации ведет к изменению состава пленок. Для получения тонкой пленки Au  $\sim 500$  Å необходимо поместить в W лодочку 0,1 мг Au, в случае In Sb — 0,1 мг порошка и установить подложку на расстоянии  $\sim 5\text{--}10$  см от испарителя. При изготовлении более толстых пленок  $\sim 1$  мкм используется 0,3 мг Au или In Sb при том же расстоянии испарителя от подложки.

Для исследования тонких пленок Au и In Sb на просвет в электронографе пленка снимается с подложки медленным погружением последней в воду. После отделения пленки от подложки она вылавливается на электронно-микроскопическую сетку и высушивается.

#### § 4. Упражнения

1. Ознакомиться с работой электронографа ЭГ-100 А.
2. Получить тонкие пленки Au и In Sb  $\sim 500$  Å методом вакуумного испарения для исследования их на просвет в электронографе.

Получить толстые пленки In Sb  $\sim 1$  мкм методом вакуумного испарения для исследования их на отражение.

3. Получить и сфотографировать дифракционную картину от эталонной поликристаллической пленки Au. По электронограмме вычислить постоянную прибора  $L\lambda$ .

Получить дифракционную картину с поликристаллической пленки: а) без включения линз, б) со второй линзой и в) с первой и второй линзами. Пользуясь формулой (17), вычислить разрешение дифракционной картины.

4. Получить на экране и сфотографировать дифракционные картины с пленок In Sb: а) на просвет и б) на отражение.

Используя полученные данные относительно постоянной прибора  $L\lambda$ , провести расшифровку электронограмм на просвет и на отражение пленок In Sb и сравнить состав и степень упорядоченности пленок различной толщины.

5. Получить и сфотографировать электронограмму на просвет от монокристаллической пленки Au. (Пленка Au напыляется на свежий скол NaCl при температуре подложки  $t^\circ = 300^\circ\text{C}$ .)

По электронограмме определить ориентацию пленки Au.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Вайнштейн Б. К. Структурная электронография. М., Изд-во АН СССР, 1956.
2. Пинскер З. Г. Дифракция электронов. М., Изд-во АН СССР, 1949.
3. Книттель Ч. Элементарная физика твердого тела. М., «Мир», 1969.
4. Хирш П., Хови А., Николсон Р., Пешли Д., Уэлан М. Электронная микроскопия тонких кристаллов. М., «Мир», 1968 (а — гл. 4, б — гл. 5).
5. Миркин Л. И. Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов. М., Физматгиз, 1961.
6. Томас Г. Электронная микроскопия металлов. М., ИЛ, 1963.
7. Палатник Л. С., Фукс М. Я., Косевич В. М. Механизм образования и субструктура конденсированных пленок. М., «Наука», 1972.

### Дополнительная

8. Звягин Б. Б. Электронография и структурная кристаллография глинистых минералов. М., «Наука», 1964.
9. Утевский Л. М. Дифракционная электронная микроскопия в металловедении. М., «Металлургия», 1973.
10. Эндрюс К., Дайсон Д., Кисун С. Электронограммы и их интерпретация. М., «Мир», 1971.
11. Сб. «Современная электронная микроскопия». М., Изд-во НТО им. Попова А. С., 1965, с. 54.

## 6. РАСТРОВЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ МИКРОСКОП

Изучается работа растрового электронного микроскопа в различных режимах.

## § 1. Введение

С глубиной фокуса, в сотни раз большей, и с разрешающей способностью, лучшей, чем у оптического микроскопа, возможно при помощи РЭМ изучать явления в поверхностном и приповерхностном слоях объекта. При наблюдении в РЭМ «на просвет» сейчас достигнуто разрешение в единицы ангстрем [1—3].

Вызванный взаимодействием электронного или ионного луча с твердым телом «видеосигнал» после обработки и усиления регистрируется на экране электронно-лучевой трубки. Увеличенное изображение объекта или локальный осциллографический сигнал могут наблюдаться глазом или фотографироваться. Широко распространен режим с применением вторичной электронной эмиссии. При этом могут использоваться медленные или быстрые отраженные электроны. Изображения, получаемые с помощью электронов разных энергий, несут различную информацию и различаются по контрасту и разрешению. Возможно визуализировать толстые и тонкие объекты, исследовать топографию, наблюдать и измерять электрические и магнитные микрополя. Применение принципов оптоэлектроники и стробоскопии позволяет улучшить разрешение ряда режимов, а также исследовать динамику процессов в образце.

В РЭМ используются предельно тонкие электронные пучки и широко применяется радиотехника для обработки видеосигнала. Эти характерные особенности присущи целой группе приборов. На табл. 1 представлена схема, показывающая многообразие приборов, режимов и обработки информации.

Некоторые из указанных устройств детально разработаны и применяются, другие имеют пока ограниченное распространение. В качестве примера можно указать на два гибридных РЭМ — «зеркально- и эмиссионно-растровый». Первый интересен тем, что регистрирующий электронный луч практически не заряжает объект, второй удобно применить для получения количественных данных о распределении поверхностных потенциалов. Вместо электронного луча может использоваться и ионный луч, тогда это уже растровый ионно-ионный микроскоп в сочетании с масс-спектрометрией позволяет производить локальный анализ распределения элементов на объекте.

Большие возможности дает РЭМ при проведении исследований в процессе воздействия на образец. Образец в нем может деформироваться, травиться, нагреваться, охлаждаться и т. д.

## § 2. Применение вторичной электронной эмиссии

Вторичная электронная эмиссия наиболее часто используется при работе растрового микроскопа: для наблюдения топографии объекта, его состава, кристаллического строения, распределения электрических и магнитных микрополей и т. д. Отметим основные закономерности вторичной эмиссии [4]. Вторичные электроны

**ЗОНД:**  
электронный  
ионный

**ПРИБОР:**

1. Стандартный растровый электронный микроскоп (РЭМ)
2. Просвечивающий растровый электронный микроскоп
3. Зеркальный растровый электронный микроскоп
4. Эмиссионный растровый электронный микроскоп
5. Оже-электронный растровый микроскоп
6. Рентгеновский микроанализатор
7. Растровый ионно-электронный микроскоп
8. Растровый ионно-ионный микроскоп

**РЕЖИМЫ ОСВЕЩЕНИЯ:**

1. Статический
2. Импульсный
3. Стробоскопический

**ВОЗДЕЙСТВИЕ НА ОБРАЗЕЦ:**

1. Нагрев
2. Охлаждение
3. Травление
4. Деформация
5. Контролируемая среда

**ОБРАБОТКА СИГНАЛА:**

1. Синхронное детектирование
2. Селекция сигналов
3. Оптоэлектронная обработка и обработка на ЭВМ
4. У-модуляция, оконтуривание
5. Чернобелая, цветная регистрация
6. Коррекция, подавление постоянной составляющей
7. Суммирование и вычитание сигналов
8. Накопление и распознавание сигналов

**НОСИТЕЛИ ИНФОРМАЦИИ:**

**Вторичные электроны**

- а) медленные—истинные
- б) быстрые—отраженные
- в) Оже  
топография, состав,  
электрические и маг-  
нитные микрополя,  
упругие волны  
картины каналирования

**Рентгеновские лучи**

- а) анализ по длине волны
- б) анализ по энергии
- в) Косель-диаграммы

**Наведенный ток**  
**Поглощенные электроны**

**Катодолуминесценция**

интегральная и спектральная

**Прошедшие электроны —**  
микродифракция

можно подразделить на две группы: первую составляют электроны первичного пучка, отраженные от объекта как упруго и имеющие энергию первичного пучка  $W_0$ , так и неупруго, испытав потерю энергии в веществе, следствием чего является эмиссия медленных, так называемых истинно вторичных электронов, которые и составляют вторую группу. Условной границей между ними считают 50 эВ.

Число упруго отраженных электронов в диапазоне рабочих энергий РЭМ мало и с ростом  $W_0$  уменьшается, так что уже при

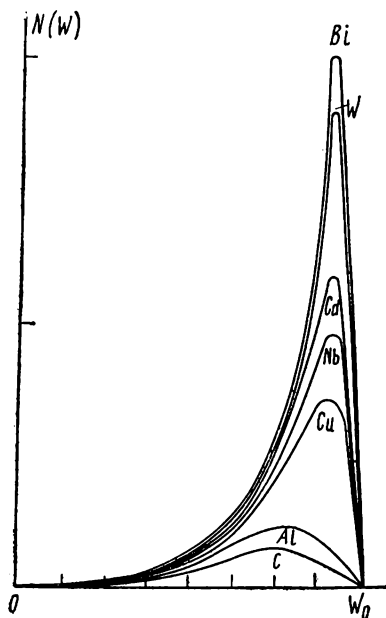


Рис. 1. Энергетический спектр отраженных электронов для разных веществ:  $W_0=30$  кэВ,  $\varphi=37,5^\circ$

$W_0$  свыше 100 эВ они составляют лишь несколько процентов от числа первичных. Таким образом, первая группа вторичных электронов в РЭМ практически состоит только из неупруго отраженных электронов. Вторичная эмиссия характеризуется интегральным коэффициентом вторичной эмиссии  $\sigma$ , который равен отношению полного тока вторичных электронов к току первичных, и является суммой коэффициента отражения  $\eta$  и коэффициента истинно вторичной эмиссии  $\delta$ , равных отношению тока вторичных электронов соответственно с энергией больше 50 и меньше 50 эВ к току первичных электронов.

**1. Отраженные электроны.** Коэффициент отражения  $\eta$  — сложная функция  $W_0$  и атомного номера  $Z$  вещества объекта.

Для  $W_0 > 1-2$  кэВ  $\eta$  слабо зависит от  $W_0$ , а зависимость

$\eta(Z)$  имеет характерный монотонный вид. Распределение по энергиям отраженных электронов характеризуется вполне определенным максимумом. Для малых энергий  $W_0=0,6-3$  кэВ для всех элементов ( $Z=6-83$ ) и для углов отражения  $\varphi=30-60^\circ$  максимум соответствует упруго отраженным электронам ( $W_{\max}=W_0$ ). Для  $W_0=10-30$  кэВ максимум распределения всегда находится ниже  $W_0$ , и с ростом  $Z$  максимум растет по величине и смещается в сторону  $W_0$  (рис. 1). Для тяжелых элементов положение максимума не зависит от угла отражения и изменения энергии  $W_0$  от 10 до 30 кэВ. При нормальном падении первичного пучка для всех элементов с ростом угла отражения уменьшается число отраженных электронов и сама величина максимума распределения.

Взаимодействие электронов средних энергий с веществом яв-

ляется сложным процессом, и в настоящее время нет теории, которая бы давала количественное описание всех закономерностей этого процесса, в том числе и отражения электронов. В процессе взаимодействия с веществом электрон испытывает упругие соударения с ядрами, что определяет рассеяние электронов, и неупругие соударения с передачей энергии электронам атомов, что приводит к потере скорости.

Потери энергии электроном при движении в веществе были получены Бете, который рассматривал этот процесс как непрерывный. Его формула имеет вид

$$-\frac{dW}{ds} = \frac{2\pi e^4}{W} NZ \ln \frac{2W}{I_{cp}}, \quad (1)$$

где  $I_{cp}$  — средний ионизационный потенциал, который согласно расчетам с использованием статистической модели атома Томаса — Ферми равен  $13,5 Z$ ;  $N$  — концентрация атомов вещества;  $e$  — заряд электрона и  $ds$  — элемент пути. Формула Бете справедлива тогда, когда скорость рассматриваемого электрона значительно больше скорости электронов атомов объекта.

Представление рассеяния электронов в веществе за счет упругих соударений электронов с ядрами атомов объекта справедливо при энергиях электронов  $10$ — $100$  кэВ. При энергиях менее  $10$  кэВ становится существенным вклад неупругих соударений в рассеяние электронов, особенно для легких элементов. Для энергий в несколько сот электрон-вольт этот механизм рассеяния становится доминирующим.

Практически все теоретические модели отражения электронов имели своей целью в первую очередь объяснить зависимость  $\eta(Z)$ . Простая модель Эверхарта основывается на однократном резерфордовском рассеянии с учетом потерь по закону Видингтона — Томсона:

$$v_0^4 - v^4 = c \rho x, \quad (2)$$

где  $v$  — наиболее вероятная скорость,  $\rho$  — плотность вещества и  $c$  — постоянная. Для коэффициента отражения Эверхарт получил выражение

$$\eta = \frac{a - 1 - 0,5^a}{a + 1}, \quad (3)$$

где  $a = \pi e^4 Z^2 N / c p m^2$ . Эта формула правильно отражает зависимость  $\eta(Z)$ , которую получают в экспериментах только для  $Z < 30$ , а при больших  $Z$  дает завышенные значения  $\eta$  из-за повышения роли многократного рассеяния. Роль многократного рассеяния учтена в диффузионной модели Арчарда. В ней электроны, попадая в объект, движутся прямолинейно до некоторой глубины  $X_d$  (по Бете, глубины полной диффузии), а затем диффундируют равномерно по всем направлениям. Те электроны, которые при подходе к по-

верхности объекта прошли в веществе расстояние меньше максимальной длины пробега в веществе, которая согласно формуле Бете равна

$$R_B = \int_{W_0}^0 \left( \frac{dW}{ds} \right)^{-1} dW, \quad (4)$$

дают вклад в отраженные электроны (схема модели Арчарда дана на рис. 2). Глубина полной диффузии связана с  $R_B$  формулой

$$X_d/R_B = 40/7 Z$$

и выражение для коэффициента отражения имеет вид

$$\eta = \frac{7Z - 80}{14Z - 80}. \quad (5)$$

Эта формула хорошо описывает зависимость  $\eta(Z)$  для больших  $Z$ .

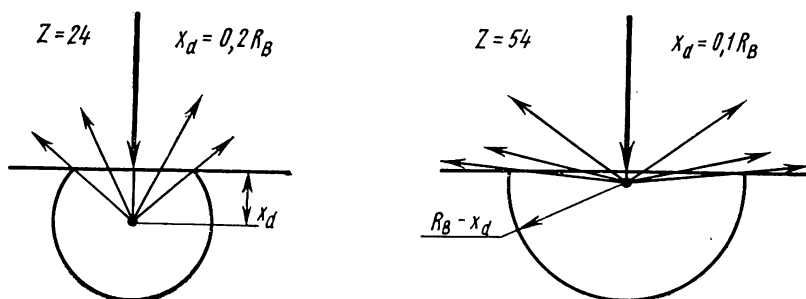


Рис. 2. Представление диффузионной модели Арчарда для объектов с различным атомным номером

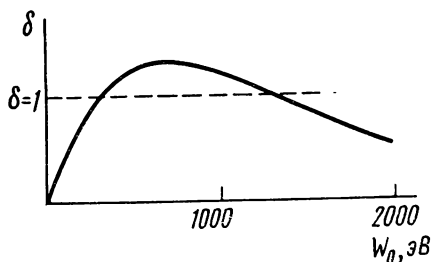


Рис. 3. Зависимость коэффициента истинной вторичной эмиссии от энергии первичных электронов

**2. Истинно вторичные электроны.** Общий вид зависимости коэффициента вторичной эмиссии  $\delta$  от энергии первичных электронов приведен на рис. 3. Вначале вместе с  $W_0$   $\delta$  растет из-за увеличения числа вторичных электронов в объекте (растет энергия, рассеиваемая в веществе), затем с ростом глубины проникновения в вещество из-за того, что рожденные на глубине вторичные электроны не могут достигнуть поверхности,  $\delta$  при дальнейшем

росте  $W_0$  начинает уменьшаться. Металлы и элементарные полупроводники характеризуются невысоким  $\delta$ :  $\delta_{\max}$  — около единицы,  $W_{0\max} = 200\text{—}800$  эВ. Для изоляторов  $\delta_{\max} = 1,5\text{—}23$  и  $W_{0\max} = 300\text{—}1200$  эВ. Вторично-эмиссионные характеристики металлов и диэлектриков с большим  $\delta$  сильно отличаются друг от друга. Для металлов максимум энергетического распределения вторичных электронов находится в области  $1,5\text{—}3,5$  эВ, полуширина распределения довольно большая:  $70\text{—}80\%$  всех вторичных электронов заключено в интервале энергий  $0\text{—}15$  эВ. Для диэлектриков с большим  $\delta$  максимум энергетического распределения расположен гораздо левее, чем у металлов ( $1\text{—}2$  эВ), полуширина распределения гораздо меньше — основное количество вторичных электронов сосредоточено до  $6\text{—}8$  эВ.

Следующим характерным отличием диэлектриков от металлов является температурная зависимость  $\delta$  у диэлектриков. При изменении температуры от  $100$  до  $600^\circ\text{K}$   $\delta$  уменьшается в  $2\text{—}3$  раза. Существенное отличие состоит также в гораздо большей глубине выхода медленных вторичных электронов у диэлектриков. Так, если у металлов средняя свободная длина пробега вторичных электронов  $10$  Å и соответственно максимальная глубина выхода около  $50$  Å, то у диэлектриков цифры в  $5$  раз больше —  $50$  и  $500$  Å. Причина такой разницы в следующем. Вторичные электроны в металлах сильно взаимодействуют с электронами зоны проводимости, причем достаточно лишь нескольких столкновений, чтобы потерять энергию настолько, что они уже не могут преодолеть потенциальный барьер на границе металла. В диэлектриках с шириной запрещенной зоны около  $10$  эВ вторичный электрон с энергией менее  $10$  эВ не может передать свою энергию электронам вещества и теряет свою энергию только за счет взаимодействий с фононами и, таким образом, может проходить большие расстояния.

В создании вторичных электронов принимают участие не только электроны первичного пучка, но и отраженные электроны, причем их эффективность повышается за счет того, что при выходе они имеют меньшие, чем первичные электроны, скорости и двигаются по наклонным к поверхности объекта траекториям. Отраженные электроны могут играть существенную роль в создании вторичных электронов. При коэффициенте отражения в  $0,05$  выбитые отраженными электронами вторичные электроны составляют  $25\%$  от общего числа вторичных электронов, а при величине коэффициента отражения  $0,45\text{—}70\%$ .

Простейшая теория вторичной эмиссии не учитывает роли отраженных электронов и рассматривает одномерную модель с постоянной средней длиной свободного пробега вторичных электронов. Согласно ей

$$\delta = \int_0^\infty n(x, W) f(x) dx, \quad (6)$$



где  $n(x, W)dx$  — число медленных вторичных электронов, образованных первичным электроном на пути  $dx$  на глубине  $x$ , а  $f(x)$  — вероятность достижения вторичным электроном с глубины  $x$  поверхности и выхода наружу. При этом полагают, что  $n(x, W)dx$  пропорционально потере энергии первичным электроном на пути  $dx$ , а  $f(x) = V \exp(-x/\lambda)$ , где  $\lambda$  — средний свободный пробег вторичных электронов. Тогда формула (6) приобретает вид

$$\delta = B_1 \int_0^{\infty} \frac{dW}{dx} \exp(-x/\lambda) dx. \quad (7)$$

Рассчитанная таким образом зависимость  $\delta(W_0)$  довольно хорошо совпадает с экспериментом.

**3. Информативность вторичных электронов в РЭМ.** Вторичные электроны несут об объекте большую информацию. Рассмотрим вначале отраженные электроны. Если образец однородный по составу и имеет поверхность с выраженной геометрией, то изображение в отраженных электронах будет иметь такой же вид, как если бы мы смотрели на аналогичную поверхность со стороны падения первичного лучка, но на изображении не будет полутонов: оно будет иметь резкие переходы от светлого к темному (темными будут места, откуда не попадают на коллектор отраженные электроны (рис. 4)). В том случае, если образец плоский, но имеет области с разным составом, например Al и Cu, из-за различия в  $\eta$  сигнал от медной области будет больше, чем от алюминиевой, и последняя на изображении будет выглядеть темной.

Если объект различен и по составу, и по топографии, то возможно отдельно выделить информацию о составе и о геометрии поверхности. Для этого используется парный детектор (рис. 5). А и Б представляют собой твердотельные детекторы, расположенные симметрично относительно объекта (обычно они устанавливаются над объектом у полюсного наконечника объективной линзы). Для плоского объекта сигналы с каждого детектора одинаковы при геометрическом рельефе, сигналы детекторов имеют изменения разного знака:  $I_A = I_0 + \Delta_1$  и  $I_B = I_0 - \Delta_2$ . Их суммарный сигнал  $I_{A+B} = 2I_0 + (\Delta_1 - \Delta_2) \approx 2I_0$  несет информацию об атомном номере, а разностный  $I_{A-B} = \Delta_1 + \Delta_2$  — о геометрии.

Используя анализатор по энергиям, можно из всей массы отраженных электронов выделить только те, которые испытали лишь вполне определенные небольшие (до нескольких десятков электрон-вольт) потери энергии, так называемые характеристические потери. Для получения таких изображений объект нужно сильно наклонять к первичному пучку. Разрешение очень высокое и информация получается только об очень тонком поверхностном слое, что характерно также и для другой группы электронов, содержащихся в спектре вторичных, — Оже-электронов.

Следует отметить еще одну особенность отраженных электронов — аномальное изменение коэффициента отражения при опреде-

ленных ориентациях монокристаллического объекта относительно первичного пучка. Это связано с эффектом каналирования первичных электронов и при некоторых условиях может дать изображения, аналогичные линиям Кикучи в просвечивающей микроскопии. По этим так называемым картинам каналирования, или линиям псевдо-Кикучи, можно делать заключения о кристаллическом строении объекта.

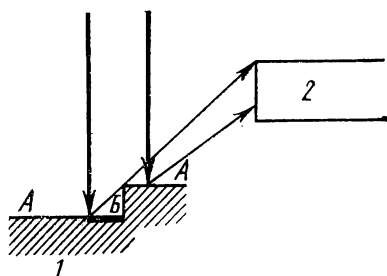


Рис. 4. К вопросу о контрасте изображения в отраженных электронах (области  $A$  на изображении светлые, область  $B$  — темная); 1 — объект, 2 — коллектор

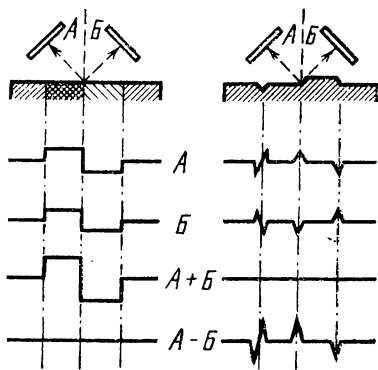


Рис. 5. Принцип работы парного детектора:

$A$  и  $B$  — твердотельные детекторы,  $O$  — объект, ниже — вид сигналов от каждого детектора, а также вид суммарного и разностного сигналов

Режим работы РЭМ с использованием медленных истинно вторичных элементов используется чаще всего. По отношению к изображению в отраженных электронах изображение в медленных вторичных содержит полутона, более «мягкое» и имеет больше деталей. Оно очень объемно и привычно для человеческого глаза. Именно этот режим работы позволяет реализовать важное преимущество РЭМ по отношению к оптическому микроскопу — на два-три порядка большую глубину фокуса, поскольку медленные вторичные электроны удается «вытащить» и уловить коллектором даже из узких и глубоких щелей и отверстий.

Чем же обусловлена большая глубина фокуса в РЭМ?

В световом микроскопе всюду имеется жесткое соответствие между плоскостями объекта и изображения, что и ограничивает глубину фокуса. В РЭМ условия иные. Здесь электронные линзы формируют лишь первичный тонкий луч, освещающий образец, а между объектом и коллектором вторичных электронов нет электронной линзы с сильным осесимметричным электрическим полем. Несфокусированный пучок вторичных электронов может дать произвольное пятно засветки на торце сцинтиллятора коллектора.

Однако это пятно соответствует полной эмиссии, поступающей со всей «точки» объекта. В отличие от светового микроскопа соответствие между точкой объекта и ее изображением обеспечивается не линзой, а последовательным «освещением» отдельных мест объекта, причем оба электронного луча в камере микроскопа и в видеотрубке движутся синхронно и синфазно.

Изображение в РЭМ остается резким и в тех случаях, когда нормаль к объекту образует достаточно большой угол с направлением «освещающего» электронного луча. Это также сопряжено с большой «безоптической» глубиной фокуса изображения. Однако контраст картины сильно зависит от угла наклона, так как вторичная эмиссия характеризуется значительной угловой зависимостью.

Следующая важная особенность режима вторичных электронов — в возможности наблюдения в нем электрических и магнитных полей на поверхности объекта, в чем также заключается принципиальное отличие РЭМ от светового микроскопа. Нужно также отметить возможность получать изображения в поглощенном токе — токе первичных электронов минус ток вторичных. Этот сигнал несет в себе суммарную информацию отраженных и истинно вторичных электронов.

**4. Контраст изображений электрических и магнитных микрополей (Е- и Н-контраст).** Исследование (визуализация и измерение) электрических и магнитных микрополей на изучаемых поверхностях массивных объектов и в пространстве над этими поверхностями чаще всего основано на отклонении траекторий медленных вторичных электронов под воздействием микрополей при движении электронов к коллектору [5].

Например, под воздействием электрического микрополя  $p$ — $n$ -перехода, сосредоточенного практически в небольшом объеме над исследуемым образцом (рис. 6, размер  $d$  по оси  $y$ ), медленные вторичные электроны, увлекаемые полями  $E_0$  и  $E_1$  коллектора со щелью  $l$ , отклоняются и траектория такого электрона смещается на некоторую величину  $Y$  (или  $S(x)$ ) в плоскости коллектора при «включении» микрополя. Изменяется и ток, прошедший через щель коллектора.

В большинстве случаев распределение плотности тока медленных вторичных электронов в плоскости коллектора близко к гауссовому, поэтому «включение» микрополя (например, подача запирающего напряжения на исследуемый  $p$ — $n$ -переход) эквивалентно некоторому сдвигу на величину  $Y$  гауссовой кривой в плоскости коллектора (рис. 6) и изменению тока от значения  $I_0$  до  $I_1$ . Изменение тока связано с величиной вызвавшего это изменение микрополя. Измерив это изменение, можно найти величину смещения траекторий вторичных электронов  $S(x)$ , а затем и рассчитать на ЭВМ вызвавшее это смещение микрополе.

Для простейшего случая коллектора, плоскость которого параллельна плоскости исследуемого образца, при некоторых упро-

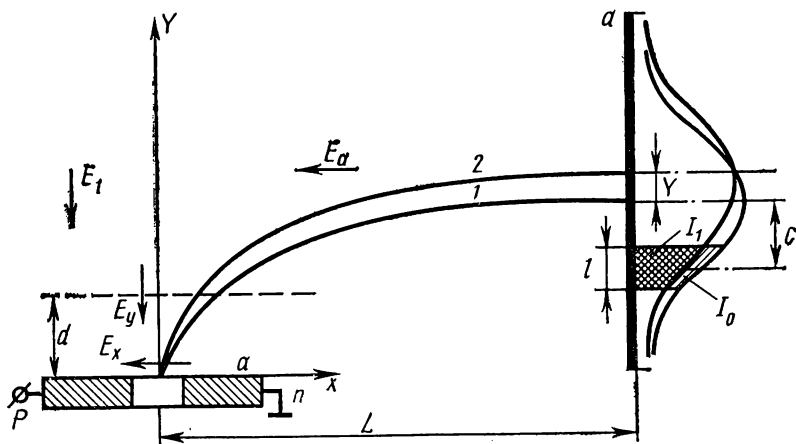


Рис. 6. Отклонение траекторий медленных вторичных электронов в РЭМ под действием поля обратного смещенного  $p$ - $n$ -перехода

щающих предположениях производная распределения потенциала на исследуемой поверхности  $\varphi'(x)$  связана со смещениями траекторий электронов в плоскости коллектора  $S(x)$  сравнительно простым соотношением

$$\varphi'(x) = \frac{E_0}{2\pi\sqrt{2L}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S(x) - S(x-\xi)}{|\xi|^{3/2}} d\xi, \quad (8)$$

где  $E_0$  — напряженность вытягивающего поля коллектора вблизи исследуемой поверхности,  $L$  — расстояние от образца до коллектора. Контраст изображения  $K$ , пропорциональный величине отношения токов через щель коллектора при включенном и выключенном микрополе, связан со смещениями при тех же упрощающих предположениях соотношением

$$K = \frac{I_1}{I_0} = \exp \left[ -\frac{(c+S)^2 - c^2}{a^2} \right], \quad (9)$$

где  $a$  — параметр гауссова распределения плотности тока в плоскости коллектора  $j = j_0 \exp(-x^2/a^2)$ ,  $c$  — расстояние от центра щели до центра гауссовой кривой (см. рис. 6, где  $Y = S$ ).

Аналогичные соотношения получены и для магнитных микрополей — отклонение электронов малых энергий в таких полях над исследуемым образцом обусловлено силой Лоренца  $e[\mathbf{vB}]$ , где  $\mathbf{B}$  — величина индукции магнитного поля.

Таким образом, в принципе можно по контрасту изображения, полученного с помощью РЭМ, рассчитать по формулам типа (8), (9) распределение электрического или магнитного микрополя,

обусловившего этот контраст, т. е. перераспределение яркости изображения на экране трубки видеоблока РЭМ.

Однако указанный путь, который приводит к достаточно хорошим результатам при исследованиях с помощью эмиссионных или зеркальных электронных микроскопов, не приспособлен для РЭМ: между объектом и сцинтиллятором нет электронной оптики. Поэтому нужно специально подбирать коллекторную систему, весьма тщательно юстировать ее (в обычных условиях роль щели коллектора играют какие-либо ограничивающие вторичный пучок электронов диафрагмы или просто край сцинтиллятора).

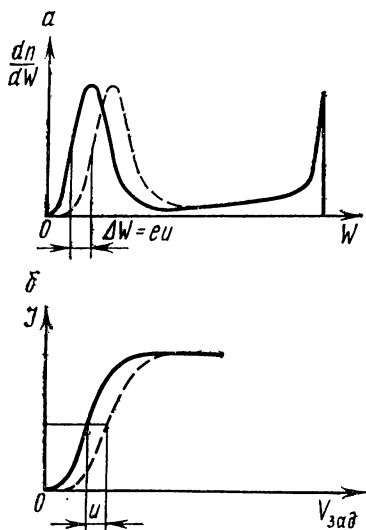


Рис. 7. Измерение локальной разности потенциалов по методу сдвига кривых задержки: а) спектры вторичных электронов, б) кривые задержки

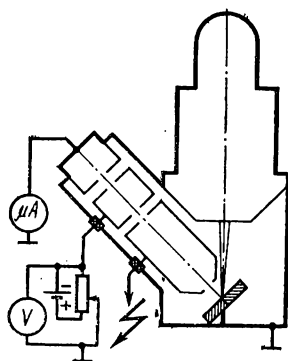


Рис. 8. Блок-схема приставки для снятия кривых задержки в РЭМ

Несколько иной путь измерения локальных потенциалов на исследуемой поверхности — видеоизмененный метод задержки (рис. 7). Основная идея — использовать не сдвиг траекторий медленных вторичных электронов относительно коллектора, а сдвиг энергетического спектра этих электронов при изменении локального потенциала той области, из которой выходят эти электроны (на рис. 7 сдвиг кривой  $dn/dW$  на величину  $\Delta W$ ). Коллектор вторичных электронов содержит линзу-фильтр (обычно это одиночная линза с толстым средним электродом), пропускающую электроны, энергия которых превышает некоторую заданную величину. Меняя «напряжение задержки»  $V_{\text{зад}}$ , регулирующее эту величину пороговой энергии электронов (меняя потенциал  $V$  на

среднем электроде линзы-фильтра), можно снимать «кривые задержки» — зависимость тока, прошедшего через линзу-фильтр, от напряжения задержки  $I=f(V_{\text{зад}})$  — фактически интегрировать кривую  $dn/dW$ . По сдвигу полученных кривых задержки легко найти изменение локального потенциала исследуемой поверхности с точностью вплоть до 0,1 В.

Измерения по методу кривых задержки легко автоматизировать: подавать пилообразное напряжение задержки, синхронное с разверткой осциллографа, регистрирующего выходной сигнал. Можно даже получать карту эквипотенциальных поверхностей. Так же, как и в описанном выше «методе траекторий», геометрическое разрешение «метода задержки» ограничено размерами области, из которой выходят вторичные электроны, т. е. может составлять доли микрометра.

В методе задержки предполагается, что энергетический спектр вторичных электронов эквипотенциальной поверхности исследуемого образца одинаков в любой точке. Дополнительный источник ошибок — искажение спектра из-за влияния тангенциальных компонент электрического микрополя, обусловленных микрогеометрией и краевыми эффектами.

Для измерения локальных потенциалов можно также использовать сдвиг спектра Оже-электронов при изменении потенциала точки вылета. Метод Оже-спектроскопии дает более точные результаты, однако требуется большее время для проведения измерений из-за худшего отношения сигнал — шум (интенсивность пиков Оже-электронов на общем фоне энергетического спектра вторичных электронов мала).

Наблюдение и измерение электрических и магнитных полей можно делать также и в динамике, используя стробоскопический режим [5, 6].

### § 3. Размер электронного зонда и разрешающая способность

В РЭМ информация об объекте получается последовательно «по точкам». Источником информации являются физические процессы, которые возникают при взаимодействии электронов зонда с объектом. Естественно, что разрешающая способность РЭМ связана с размером зонда на объекте и тем выше, чем меньше размеры зонда. Здесь мы дадим простую оценку величины разрешающей способности, вытекающую из принципа работы РЭМ. Особенности взаимодействия электронов зонда с веществом и характер самого объекта учитываться не будут.

В идеальной электронно-оптической системе, лишенной аберраций, плотность тока зонда на объекте  $J$  связана с плотностью тока на катоде  $J_0$  формулой Ленгмюра

$$J = J_0 \left[ 1 + \frac{eU}{kT} \right] \sin^2 \alpha, \quad (10)$$

где  $U$  — разность потенциалов, которую прошел электрон,  $T$  — температура катода;  $\alpha$  — полуапертура зонда на объекте. В РЭМ  $eU \gg kT$  и  $\alpha$  мал, в связи с чем эта формула упрощается:

$$J = J_0 e U \alpha^2 / kT. \quad (11)$$

Без нарушения общности можно предположить, что плотность тока зонда в пятне на объекте постоянна, и тогда связь между током зонда  $I$  и диаметром зонда  $d_0$  на объекте в идеальной электронно-оптической системе будет

$$I = \frac{J_0 \pi e U d_0^2 \alpha^2}{4kT}. \quad (12)$$

В реальной электронно-оптической системе aberrации линз приводят к увеличению диаметра зонда. Следует учитывать aberrации только последней объективной линзы — сферическую, хроматическую и дифракционную. Астигматизм можно не учитывать, поскольку в РЭМ имеются стигматоры, с помощью которых он может быть скорректирован. С учетом aberrаций реальный размер зонда на объекте с достаточной точностью может быть представлен в виде

$$d^2 = d_0^2 + d_{сф}^2 + d_{хр}^2 + d_{диф}^2, \quad (13)$$

где  $d_{сф} = C_{сф} \alpha^3$ ,  $d_{хр} = C_{хр} \alpha \Delta V / V$ ,  $d_{диф} = 1,22 \lambda_e / \alpha$  — диаметры кругов рассеяния, а  $C_{сф}$  и  $C_{хр}$  — коэффициенты сферической и хроматической aberrаций,  $\Delta V$  — разброс электронов по энергиям и  $\lambda_e$  — длина волны электрона. Таким образом, в реальной электронно-оптической системе, даже неограниченно уменьшая ток зонда, невозможно уменьшить размер зонда на объекте ниже определенной величины, которая определяется aberrациями системы. Предел уменьшению тока зонда кладут шумы, имеющиеся в системе — дробовой шум и собственные шумы тракта передачи и усиления сигнала. Рассмотрим влияние только дробового шума.

Вылет электронов из катода пушки — случайный процесс, и число электронов, попадающих в данную область объекта, подвержено статистическим флуктуациям. Статистика термоэлектронной эмиссии соответствует распределению Пуассона. Если  $n$  — среднее число электронов, падающих на элемент изображения за один кадр, то  $\sqrt{n}$  — среднеквадратичное отклонение и отношение сигнал/шум —  $n/\sqrt{n} = \sqrt{n}$ . Глаз может различить изменение яркости  $B$  и  $B + \Delta B$  соседних элементов изображения только тогда, когда отношение сигнал/шум превышает более чем в 5 раз отношение  $B/\Delta B$ , т. е. когда  $\sqrt{n} \geq 5 B/\Delta B$ .

Для нахождения  $n$  нужно знать число элементов и время кадра. Обычно глаз на изображении не может различить детали менее 0,1 мм, т. е. при обычном экране  $10 \times 10$  см число строк  $N$  должно быть около 1000 (число элементов изображения

$N^2=10^6$ ). На образце желательно иметь некоторое перекрывание линий сканирования, поскольку в действительности плотность тока в зонде не остается постоянной, а падает к границе зонда. Это можно учесть, если в качестве эквивалентного размера зонда с равномерной плотностью взять не величину  $d$ , а меньшую, скажем  $d_0$ . Тогда размер области сканирования на образце будет  $d_0 N \cdot d_0 N$ . Учитывая это и выражение (12), получим

$$n = \frac{J_0 \pi U d_0^2 \alpha^2 t}{4kTN^2}. \quad (14)$$

Выражая отсюда  $d_0$  и подставляя выражение для  $n$ , получим

$$d_0^2 = \frac{[100 (B/\Delta B)^2 kTN^2]}{J_0 \pi U t \alpha^2}. \quad (15)$$

Это выражение получено только из условия необходимого количества первичных электронов, и мы должны рассмотреть возможность его применения для случая РЭМ, где изображение строится во вторичных электронах.

В обычных режимах работы РЭМ  $\delta$  всегда меньше единицы и число вторичных электронов меньше числа первичных, т. е. отношение сигнал/шум для вторичных электронов хуже, чем для первичных. Даже при  $\delta > 1$  это вовсе не означает, что все первичные выбили по несколько вторичных, а только то, что одни первичные выбили несколько вторичных, а другие — ни одного. Поскольку статистика определяется лишь числом импульсов тока, а не их амплитудой, отношение сигнал/шум для вторичных электронов еще хуже, чем для первичных. Из этого следует, что  $d_0$  должно быть гораздо больше той величины, которую дает формула (15). Так же действует и тот факт, что коллектор вторичных электронов улавливает только часть вторичных электронов. При самых оптимальных обстоятельствах, учитывая вышесказанное, число импульсов уменьшается по крайней мере раза в три. Это учтем, удаляя из знаменателя (15)  $\pi$  и вводя в числитель коэффициент  $\beta$ , величина которого может быть и много больше единицы:

$$d_0^2 = \frac{100 \beta (B/\Delta B)^2 kTN^2}{J_0 U t \alpha^2}. \quad (16)$$

В обычных условиях вклад хроматической аберрации и дифракционной ошибки в формулу (13) мал и им можно пренебречь. Это позволяет получить связь между оптимальными значениями параметров в явном виде. Учитывая это и подставляя в (13) выражения для  $d_0$  и  $d_{c\phi}$ , получим

$$d^2 = P \alpha^{-2} + R \alpha^6, \quad (17)$$

где

$$P = 100 (B/\Delta B)^2 \beta \frac{kTN^2}{J_0 U t}, \quad R = C_{c\phi}^2. \quad (18)$$



Выражение (17) имеет минимум при

$$\alpha_{\text{opt}} = (P/3R)^{1/8}, \quad (19)$$

подставляя которое в (17), получаем для диаметра зонда

$$d_{\text{min}} = 1,3 P^{3/8} R^{1/8} = 1,3 P^{3/8} C_{\text{сф}}^{1/4}. \quad (20)$$

Выражение для полного тока зонда (12) с использованием (16) и (18):

$$I = 100 (B/\Delta B)^2 \beta N^2 e/4t = \pi P J_0 U e/4kT. \quad (21)$$

Исключая  $P$ , использовав (20), имеем

$$I = 0,5 d^{8/3} J_0 U e/kT C_{\text{сф}}^{2/3} = 6 \cdot 10^3 d^{8/3} J_0 U/T C_{\text{сф}}^{2/3}, \quad (22)$$

а подставив  $P$  из (18) в (20), получим для времени кадра

$$t = 2,2 \cdot 10^{-21} (B/\Delta B)^2 \beta T N^2 C_{\text{сф}}^{2/3}/J_0 U d^{8/3}. \quad (23)$$

По выражениям (22) и (23) видна зависимость тока зонда и времени кадра от электронно-оптических параметров РЭМ, что дает возможность проводить быстрые оценки этих величин. Естественно, точные расчеты по ним проводить нельзя хотя бы потому, что выбор значений  $B/\Delta B$  и  $\beta$  имеет большую неопределенность.

Приведенный выше расчет показал, что мы можем ожидать принципиально от прибора, если хотим достичь разрешения порядка размеров электронного зонда. А вот конкретно ответ на вопрос, увидим или не увидим мы тонкие детали на изображении, сравнимые по размерам с размером электронного зонда, может дать только решение конкретной задачи с учетом взаимодействия электронов зонда с объектом. Дело в том, что рассеивание в объекте первичного пучка ведет к уширению потока упругоотраженных и истинно вторичных электронов.

#### § 4. Исследование полупроводников в РЭМ

**1. Режим наведенного тока.** Для исследования полупроводниковых структур во многих случаях весьма полезен режим наведенного тока, т. е. тока неравновесных носителей, созданных в полупроводнике первичным электронным пучком. Если в исследуемом полупроводнике есть какие-либо внутренние электрические поля (поля  $p$ — $n$ -переходов, дислокаций и т. п.), то неравновесные носители разделяются этими полями и создают ток во внешней цепи.

Простейший случай использования наведенного тока—исследование полупроводниковых структур с  $p$ — $n$ -переходами в режиме «токодiodного сигнала», т. е. сбора наведенного тока с короткозамкнутого (через усилитель тока) полупроводника. Токодiodный сигнал можно использовать для определения диффузионных длин

неосновных носителей в исследуемом образце. Если плоскость  $p$ — $n$ -перехода перпендикулярна поверхности, облучаемой первичным пучком, и  $p$ — $n$ -переход резкий, то ток короткозамкнутого диода

$$I = I_0 \exp(-x/L), \quad (24)$$

где  $I_0$  — максимальный ток через переход,  $x$  — расстояние от точки попадания электронного зонда до  $p$ — $n$ -перехода,  $L$  — диффузионная длина неосновных носителей соответственно в  $p$ - и  $n$ -области ( $L_n$  или  $L_p$ ). Если коэффициент диффузии  $D$  известен, то из соотношения  $L = \sqrt{D\tau}$  можно найти время жизни носителей  $\tau$ . Его можно также найти непосредственным измерением в РЭМ по спаду во времени токодiodного сигнала в фиксированной точке образца при включении на короткое время первичного пучка. Выявление дефектов  $p$ — $n$ -переходов обеспечивается неустановившимися режимами — импульсным и стробоскопическим [7].

При неоднородном распределении примесей в полупроводнике или при нерезких  $p$ — $n$ -переходах расчеты усложняются. Однако и здесь в РЭМ можно найти диффузионные длины и величины «встроенных» электрических полей, обусловленных градиентом концентрации примеси. РЭМ можно использовать также и для нахождения глубины залегания  $p$ — $n$ -перехода, плоскость которого параллельна наблюдаемой поверхности образца, для выявления дислокаций, дефектов диффузии и т. п.

**2. Режим катодолюминесценции.** Другой режим работы РЭМ, который дает информацию при исследовании полупроводников и диэлектриков, — режим катодолюминесценции. Источник информации — световое излучение, возникающее в образце при рекомбинации избыточных электронов и дырок, созданных электронным зондом. Процессы рекомбинации в материале сложны, они определяются зонной структурой объекта и наличием примесей и могут носить излучательный или безызлучательный характер. Особенности излучательных переходов находят свое отображение в спектре катодолюминесценции. В РЭМ для проведения спектрального анализа катодолюминесцентный сигнал выводится из микроскопа и подается на вход монохроматора.

Режим катодолюминесценции [8] и режим наведенного тока, которые широко используются для исследования полупроводников в РЭМ, объединяет то, что в обоих случаях сигнал получается за счет избыточных носителей, рожденных в объекте электронным зондом. Однако в первом случае сигнал интегральной (полной, не разделенной по спектру) катодолюминесценции пропорционален числу рекомбинировавших носителей, а во втором — сигнал наведенного тока пропорционален числу нерекombинировавших, разделенных  $p$ — $n$ -переходом. С помощью сигнала катодолюминесценции так же, как и в режиме наведенного тока, можно определять

времена релаксации, включая импульсно первичный пучок. Эти измерения не связаны с наличием  $p-n$ -перехода. Кроме того, выделяя монохроматором отдельные участки спектра, можно измерять времена релаксации отдельных рекомбинационных процессов. Следует отметить, что как в режиме наведенного тока, так и в катодолюминисценции разрешение может быть улучшено при использовании стробоскопической методики [7, 8].

## § 5. Стереометрические измерения в РЭМ

РЭМ позволяет проводить и стереометрические измерения. Стереопары получают в режиме вторичных электронов съемкой одного и того же места объекта при одинаковом увеличении, но при различном наклоне объекта относительно первичного лучка. Разница в углах наклона обычно составляет  $6-8^\circ$ . Первый снимок делается обычным образом, а на экране отмечается положение некоторых деталей образца. После этого образец наклоняется, и происходит некоторое смещение объекта. Положение образца вос-

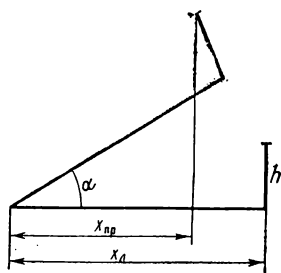


Рис. 9. Схема параллельной проекции

станавливается с помощью горизонтального перемещения по отмеченным деталям. Подфокусировка производится перемещением образца по оси  $z$ , так как увеличение остается неизменным.

При работе с увеличениями  $500\times$  и выше изменение наклона пучка при сканировании настолько мало, что им можно пренебречь и при расчете пользоваться упрощенными формулами параллельной проекции (рис. 9). Здесь поворот произведен относительно оси  $Y$ ;  $X_л$  и  $X_{пр}$  — реальные координаты в масштабе образца, измеренные соответственно на левой и правой фотографии стереопары. Высоты измерены для базовой левой фотографии, полученной при горизонтальном расположении объекта:

$$h = \frac{X_л \cos \alpha - X_{пр}}{\sin \alpha} = \frac{X_л - X_{пр}/\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (25)$$

Множитель  $1/\cos \alpha$  исправляет масштабные искажения для правой фотографии. Это искажение масштаба нужно учитывать при расчете либо уже получать скорректированные фотографии в РЭМ, используя приставку для коррекции наклона объекта.

## § 6. Упражнения

### Работа в режиме вторичных электронов (медленных)

1. В качестве образца используется поликристалл или монокристалл с ориентацией (100) меди, предварительно подвергнутый ионному травлению (см. задачу «Просветивающий электронный микроскоп»). Получить изображения при  $3\div 5$  различных ускоряющих напряжениях, отметить особенности изображений. При ускоряющем напряжении  $10\div 20$  кВ получить стереопару — два изображения ямки травления; затем, используя стереокомпаратор, определить глубину ямки.

2. Установить в держатель образца РЭМ интегральную микросхему. Получить изображения микросхемы при низком и высоком ускоряющих напряжениях (в диапазоне  $1\div 50$  кВ), отметить характерные особенности изображений. Подав на схему необходимые питающие напряжения, получить с помощью специального коллектора вторичных электронов изображения микросхемы с «потенциальным» электрическим контрастом. Снять кривые задержки для двух точек микросхемы, и по их сдвигу определить разность локальных потенциалов этих точек.

### Работа в режиме отраженных электронов.

3. Подготовить специальный образец, состоящий из отдельных участков (с площадью в несколько  $\text{мм}^2$ ) напыленных на одну подложку пленок: углерода (распыление в дуговом разряде); алюминия железа, германия, кадмия (термическое испарение). Толщина пленок — в диапазоне  $0,5\div 5$  мкм. Полученный образец установить в РЭМ и получить изображение при ускоряющем напряжении  $10\div 30$  кВ в режиме сбора отраженных быстрых электронов. Обратит внимание на различие контраста изображения участков, отличающихся по составу. Построить зависимость относительного значения сигнала от атомного номера вещества для  $2\div 3$  значений ускоряющего напряжения. Проследить за изменением контраста изображения при изменении угла наклона образца по отношению к первичному пучку. Объяснить результаты.

### Работа в режиме наведенного тока

4. Установить в РЭМ образец с  $p-n$ -переходом и собрать схему, затем получить изображение поверхности образца во вторичных электронах и в наведенном токе (отдельно и с наложением сигналов). Сфотографировать осциллограмму наведенного тока (или записать на самописец) и определить диффузионные длины неосновных носителей в  $p$ - и  $n$ -областях, прологарифмировав полученную кривую и определив масштаб по оси абсцисс. Получить изображение  $p-n$ -перехода в режиме «У-модуляции», отметить неоднородности перехода.

5. Установить в РЭМ интегральную микросхему, получить ее изображение во вторичных электронах. Используя различные вы-

воды схемы, визуализировать в режиме наведенного тока различные  $p-n$ -переходы. Получить изображение  $p-n$ -перехода в стробоскопическом режиме. Сопоставить с результатами в установленном режиме, объяснить различие. Проследить за изменением изображения перехода коллектор — база транзистора микросхемы при изменении ускоряющего напряжения. Объяснить результаты.

### Работа в режиме катодолюминесценции

6. В качестве объекта используется скол светодиодной структуры (типа GaP). Получить изображение скола во вторичных электронах, в наведенном токе и в режиме интегральной катодолюминесценции. Получить и сопоставить осциллограммы сигналов наведенного тока и катодолюминесценции. Объяснить их особенности.

7. Установить в РЭМ образец — светодиод на основе GaP. Получить изображение светодиода во вторичных электронах и в катодолюминесцентном режиме. Снять спектры катодолюминесценции из области  $p-n$ -перехода и из точек  $p$ - и  $n$ -областей, удаленных от  $p-n$ -перехода. Пропустив через диод ток от внешнего источника питания, снять спектры электролюминесценции при разном уровне ишжекции. Сравнить спектры электролюминесценции и катодолюминесценции, объяснить их различия.

### Работа в стробоскопическом режиме.

8. Установить в РЭМ образец пьезоэлектрика с решеткой, возбуждающей поверхностные волны. Получить изображения пьезополя ультразвуковой поверхностной волны в обычном и в стробоскопическом режимах работы, синхронизовав генератор синусоидального сигнала, поступающего на решетку, и генератор оптически первичный пучок строб-импульсов. Измерить длину волны ультразвука, сравнить с расчетной.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Thornton P. R. Scanning Electron Microscope. — «Chapman and Hall». L., 1968.
2. Деркач В. П., Кияшко Г. Ф., Кухарчук М. С. Электронно-зондовые устройства. Киев, «Наукова думка», 1974.
3. Хокс П. Электронная оптика и электронная микроскопия. М., «Мир», 1974.
4. Бронштейн И. М., Фрайман Б. С. Вторичная электронная эмиссия. М., «Наука», 1969.
5. Спивак Г. В., Сапарин Г. В., Быков М. В. Растровая электронная микроскопия. — УФН, 99, 635, 1969.
6. Спивак Г. В., Дубинина Е. М. и др. Стробоскопическая электронная микроскопия. — «Изв. СССР, сер. физ.», 32, № 7, 1098, 1968.
7. Спивак Г. В., Комолова Л. Ф., Сапарин Г. В. О наблюдении наведенного тока в полупроводниках при помощи стробоскопического растрового электронного микроскопа. — «Радиотехника и электроника», 21, № 2, 414, 1976.
8. Спивак Г. В., Комолова Л. Ф. и др. К теории наблюдения катодолюминесценции в стробоскопическом растровом электронном микроскопе. — «Вестн. Моск. ун-та, сер. физ., астроном.», № 4, 442, 1976.

## II. ГАЗОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

### 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗОНДЫ ЛЕНГМЮРА

Методом зондов Ленгмюра экспериментально определяются основные параметры плазмы.

#### § 1. Введение

Метод электрических зондов Ленгмюра позволяет измерять основные параметры плазмы (концентрацию, температуру, макроскопический потенциал и электрическое поле в плазме, направленную скорость заряженных частиц), определять функцию распределения электронов по скоростям. Этот метод разработан Ленгмюром в 1924 г. и до сих пор является одним из основных методов диагностики плазмы.

Термин «плазма» означает частично (или полностью) ионизованный газ, который в среднем квазинейтрален, т. е.

$$|n_i - n_e| \ll n_0 = \bar{n}_i = \bar{n}_e,$$

где  $n_i$ ,  $n_e$  — локальные значения концентрации ионов и электронов,  $n_0$  — соответствующая средняя величина. Плазма обладает свойством экранировать электрическое поле, создаваемое зарядом или малым заряженным телом, помещенным в нее. Причина экранировки — в преимущественной группировке вокруг любого заряда частиц противоположного знака, приводящей к нейтрализации действия заряда на расстоянии порядка дебаевского радиуса

$$D = (kT/4\pi e^2 n_0)^{1/2}, \quad T = T_e T_i / T_e + T_i.$$

Так, потенциал одиночного заряда, равный в пустоте  $e/r$ , в плазме имеет вид  $\frac{e}{r} e^{-r/D}$ , т. е. падает с расстоянием гораздо быстрее.

На этом свойстве плазмы основана возможность введения в плазму пробных заряженных проводников — зондов без заметного нарушения состояния плазмы, по крайней мере в областях, лежащих на расстоянии нескольких  $D$  от зонда.

Электрический зонд Ленгмюра представляет собой небольшое по сравнению с общим размером плазмы и электродов (анода, катода) металлическое тело, вводимое в плазму, на котором может поддерживаться (и изменяться) определенный потенциал. Используются различные модификации зондов: плоские, цилиндри-

ческие, сферические и др. (рис. 1). Потенциал зонда задается и отсчитывается обычно относительно некоторого опорного электрода, потенциал которого не изменяется в процессе измерения;

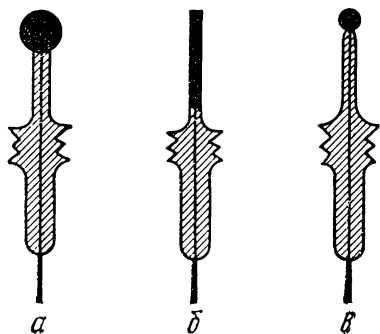


Рис. 1. Конструкция зондов:  
а — плоский, б — цилиндрический,  
в — сферический

например, относительно анода или катода, если исследуется плазма в газоразрядном баллоне (рис. 2). Параметры плазмы определяются по вольт-амперной характеристике зонда (рис. 2, в)  $i=f(V)$ , т. е. по зависимости тока на зонд от потенциала зонда относительно электрода (например, анода).

Цель работы — изучение основных параметров и функции распределения плазмы положительного столба газового разряда на постоянном токе при низком давлении.

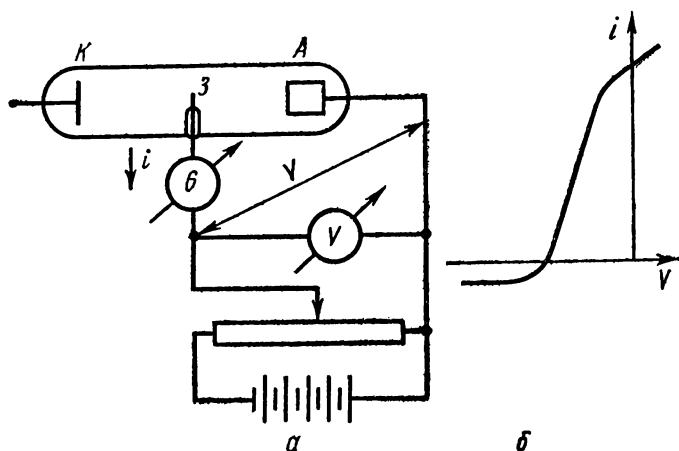


Рис. 2. а — принципиальная схема зондового метода:  
К — катод, А — анод, З — зонд; б — зондовая характеристика

## § 2. Теория

Электрический ток на зонд складывается из тока электронов  $i_e$  и ионов  $i_i$ . Если зонд имеет потенциал, положительный относительно потенциала пространства невозмущенной плазмы, то ионы отталкиваются, а электроны притягиваются к нему, если зонд заряжен отрицательно по отношению к плазме, то картина меняется на обратную. Сформулируем предположения, на которых основана упрощенная модель теории метода зондов.

1. Электроны в невозмущенной плазме имеют максвелловское распределение по скоростям:

$$dW_v = 4\pi f(v) v^2 dv = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}} v^2 dv,$$

$$\int dW_v = 1, \quad \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \int_0^\infty \frac{mv^2}{2} dW_v = \frac{3}{2} kT_e,$$

$$dW_{v_x} = \left( \frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT_e}} dv_x, \quad (1)$$

где  $T_e$  — температура электронов. Такое же распределение, но только со своей температурой  $T_i$ , имеют и ионы.

2. В окрестности зонда, помещенного в плазму, образуется слой пространственного заряда, полностью экранирующего за внешней границей слоя возмущающее действие зонда. Знак пространственного заряда различен в зависимости от потенциала зонда. Если потенциал зонда  $V$  ниже потенциала плазмы  $V_0$ , то пространственный заряд слоя положителен и состоит из ионов; если  $V > V_0$ , то из электронов. Толщина возмущенного слоя пространственного заряда зависит от величины напряжения, падающего в слое, и имеет порядок нескольких  $D$  ( $1 \div 10$ ).

3. Характерный размер зонда значительно больше толщины слоя. Например, в случае сферического зонда радиуса  $R_0$  это условие приобретает вид

$$R_0 \gg D. \quad (2)$$

Фактически такой зонд независимо от конфигурации близок к плоскому, а условие (2) равносильно предположению о том, что площадь поверхности внешней границы слоя мало отличается от площади собирающей поверхности зонда, и практически все частицы, попадающие на внешнюю границу слоя, либо попадают на зонд, либо отражаясь от потенциального барьера, в зависимости от потенциала зонда, собирающая поверхность зонда предполагается «черной» по отношению к падающим на нее электронам.

4. В слое пространственного заряда электроны и ионы не испытывают соударений с тяжелыми частицами (атомами и ионами), т. е.  $\lambda_{e,i} \gg D$  ( $\lambda_{e,i}$  — длина свободного пробега соответственно электронов и ионов).

5. Если  $V < V_0$ , электроны находятся в тормозящем поле и в пределах слоя пространственного заряда их концентрация распределена по закону Больцмана.

$$n_e = n_{e0} e^{-\left| \frac{e\Phi}{kT_e} \right|}, \quad (3)$$

где  $\Phi = V - V_0$ ,  $n_{e0}$  — концентрация электронов в невозмущенной плазме.



Используя сформулированные выше предположения, можно получить аналитические выражения, описывающие вольт-амперные характеристики зонда. Плотность хаотического тока на зонд равна, например, для электронов

$$j_e = en_e \langle v_{ex} \rangle. \quad (4)$$

Здесь ось  $x$  нормальна к поверхности зонда. Из (1) имеем

$$\langle v_{ex} \rangle = \int_0^\infty v_x dW_x = \left( \frac{kT_e}{2\pi m} \right)^{1/2} = \frac{1}{4} \langle \bar{v}_e \rangle, \quad \langle \bar{v}_e \rangle = \left( \frac{8kT_e}{\pi m} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Для электронного тока на зонд при  $V < V_0$  из (3) и (4) получаем

$$i_e = en_{e0} \left( \frac{kT_e}{2\pi m} \right)^{1/2} S e^{-\frac{|e(V-V_0)|}{kT_e}}, \quad (6)$$

где  $S$  — площадь собирающей поверхности зонда. При  $V > V_0$  ток электронов достигает насыщения:

$$i_{e0} = en_{e0} \left( \frac{kT_e}{2\pi m} \right)^{1/2} S. \quad (7)$$

При  $V > V_0$  формула (6) непригодна для описания электронного тока, так как электроны — уже не отталкивающиеся частицы. Поэтому зондовая характеристика при  $V = V_0$  претерпевает более или менее резкий излом.

Если отталкивающиеся частицы — ионы ( $V > V_0$ ), то для  $i_i$  можно получить аналогичные (6) и (7) выражения посредством замены  $T_e \rightarrow T_i$ ,  $m \rightarrow M$ ,  $ef \rightarrow -ef$ . Ионный ток насыщения равен\*

$$i_i = en_{e0} \left( \frac{kT_i}{2\pi M} \right)^{1/2} S. \quad (8)$$

С уменьшением  $V$  относительно  $V_0$  можно достигнуть такого положения, при котором ионный и электронный токи сравняются по абсолютной величине и полностью компенсируют друг друга, так что суммарный ток на зонд обратится в нуль ( $i = 0$ ). Потенциал зонда, при котором  $i = 0$ , определяется из (6) и (8) и обычно называется «плавающим» потенциалом:

$$V_{пл} = V_0 - \frac{kT_e}{2e} \ln \left( \frac{M}{m} \cdot \frac{T_e}{T_i} \right). \quad (9)$$

Такой потенциал приобретает изолированное тело, помещенное в плазму.

---

\* Выражение (8) справедливо лишь при  $T_e \approx T_i$ . При  $T_e \gg T_i$  более точные расчеты Бома приводят к выражению

$$i_{e0} = 0,4 en_{e0} \left( \frac{2kT_e}{M} \right)^{1/2} S.$$

Вклад ионного тока в суммарный ток зонда, очевидно, существен только при  $V < V_{пл}$ . При  $V \gg V_{пл}$  ток ионов мало влияет на общий зондовый ток. Действительно,

$$\left| i_{e0}/i_{i0} \right| = \left( \frac{kT_e M}{T_i m} \right)^{1/2} \gg 1, \text{ так как } M \gg m, T_e \gg T_i,$$

либо  $T_e \approx T_i$ . На рис. 3 представлены образцы зондовых кривых, построенных в безразмерных координатах

$$i/i_{e0} = f \left( \frac{e\Phi}{kT_e} \right), \quad \Phi = V - V_0, \quad i_{e0} = S e n_{e0} \left( \frac{kT_e}{2\pi m} \right)^{1/2},$$

для случая плазмы водорода  $M/m = 1,84 \cdot 10^3$ . Кривые 1 и 2 соответствуют случаю так называемого «большого» зонда ( $R_0 \gg D$ ), кривая 3 — случаю «малого» зонда ( $R_0 \ll D$ ). Кривая 1 определена теоретически по упрощенной модели классической теории Ленгмюра. Кривая 2 отображает решение задачи, учитывающее проникновение электрического поля зонда в квазинейтральную плазму за пределы внешней границы слоя. Такое уточнение сделано в работах Бома, Бархопа, Мессе, Альперта и др. Кривая 3 ( $R_0 \ll D$ ) резко отличается от кривых 1 и 2 для  $\Phi > 0$ . В этом случае площадь поверхности внешней границы слоя сильно отличается от площади собирающей поверхности зонда и, кроме того, сильно зависит от разности потенциалов  $\Phi = V - V_0$ . Поэтому на зондовой характеристике не наблюдается насыщения ни в области ионных, ни в области электронных токов.

В случае  $R_0 \ll D$  или  $R_0 \sim D$  далеко не все частицы, попавшие в слой, достигают зонда, так как возможны пролеты без попадания на собирающую поверхность. В этих случаях различия в геометрии зондов плоских, цилиндрических, сферических играют существенную роль, в то время как в случае большого зонда ( $R_0 \gg \gg D$ ) геометрическая форма зонда практически не играет никакой роли.

### § 3. Методика анализа зондовых характеристик и описание установки

**1. Определение параметров плазмы из анализа зондовой характеристики.** Удобно представить экспериментальную зондовую характеристику в полулогарифмическом масштабе.

---

\* Толщину слоя при  $e\Phi \sim kT_e$  всегда можно оценивать величиной порядка  $D$ . Более точно ее можно вычислять по закону «3/2», согласно которому для плоской геометрии толщина слоя

$$l = \frac{4}{3} (8\pi)^{-1/2} \left( \frac{2m}{e} \right)^{-1/2} \frac{\Phi^{3/4}}{i^{1/2}}.$$

Определение электронной температуры  $T_e$ . По данным зондовой характеристики  $i=f(V)$  (рис. 4, а) строится зависимость  $\ln|i_e| = -f(V)$  (рис. 4, б). Для этого из полного зондового тока находится электронная составляющая  $i_e^*$ . Согласно (7) имеем

$$\ln|i_e| = \ln \left[ en_{e0} \left( \frac{kT_e}{2\pi m} \right)^{1/2} S \right] - \left| \frac{e(V - V_0)}{kT_e} \right|. \quad (10)$$

При наличии в плазме максвелловского распределения (2) на графике (рис. 4, б) обнаруживается довольно протяженный прямолинейный участок АО. Тангенс угла наклона полулогарифмической характе-

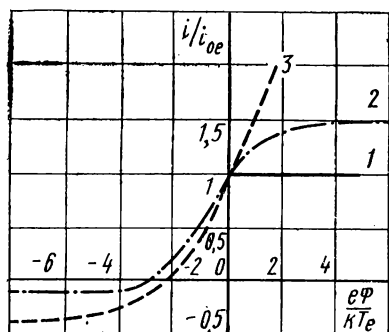


Рис. 3. Образцы зондовых характеристик

ристики, очевидно, равен  $e/kT_e$ . Отсюда и определяется электронная температура

$$T_e = \frac{e/k}{\Delta \ln|i_e| / \Delta V} = \frac{5040}{\Delta \lg|i_e(A)| / \Delta V(B)} [K]. \quad (11)$$

Электронную температуру можно также определить из величины «плавающего» потенциала по отношению к плазме, используя фор-

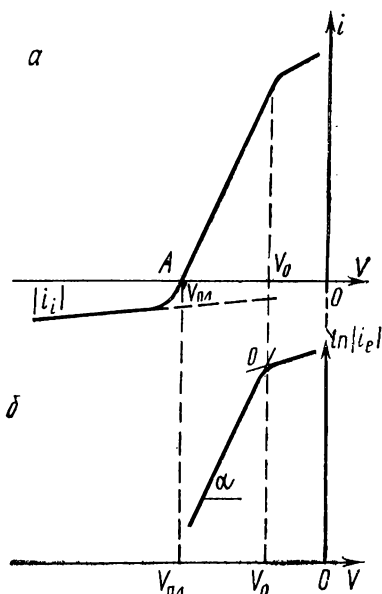


Рис. 4. Экспериментальная зондовая кривая:

$V_{пл}$  — плавающий потенциал,  $i_i$  — экстраполяция ионного тока,  $i_e$  — электронная составляющая зондового тока,  $O$  — точка излома,  $V_0$  — потенциал пространства,  $\tan \alpha = e/kT_e$

\* Чисто электронный ток извлекается из зондового тока согласно соотношению  $i = i_e + i_i$ , но так как  $i_e < 0$ ,  $i_i > 0$ , то  $|i_e| = |i| + |i_i|$ . Ионный ток экстраполируется линейно из той области, где он преобладает ( $V < V_{пл}$ ), в область, где преобладает, напротив, электронный ток ( $V_{пл} < V < V_0$ ). В ряде случаев, в сильно неизотермической плазме ( $T_e \gg T_i$ ) и в случае  $M \gg m$  влиянием ионного тока на зондовую характеристику можно пренебречь.

мулу (9). Для этого необходимо знать (хотя бы приближенно в силу логарифмической зависимости) значение ионной температуры  $T_i$ .

*Определение потенциала пространства плазмы  $V_0$ .* Потенциал пространства плазмы в месте помещения зонда определяется по точке пересечения линий прямолинейного участка зависимости  $\ln|i_e| = f(V)$  и следующего за ним участка с меньшим углом наклона (рис. 4, б). Излом зондовой характеристики точки О обусловлен тем, что экспоненциальная зависимость тока на зонд имеет место только при отрицательном относительно пространства плазмы потенциале зонда ( $V - V_0$ ). Таким образом, точка излома соответствует  $V = V_0$ .

*Определение концентрации электронов  $n_{e0}$ .* Концентрация электронов определяется из величины электронного тока при каком-либо фиксированном значении  $V$ , например при  $V = V_0$ . В этом случае из (7) получаем простую связь концентрации  $n_{e0}$  и  $|i_e|$ :

$$n_{e0} = \frac{i_e(V_0)}{e(kT_e/2\pi m)^{1/2} S} = \frac{4,03 \cdot 10^{13}}{\sqrt{T_e(\text{К})}} \frac{i_e(\text{А})}{S(\text{см}^2)} (\text{см}^{-3}). \quad (12)$$

Как видно, для определения  $n_{e0}$  необходимо предварительно определить электронную температуру  $T_e$  и измерить площадь зонда

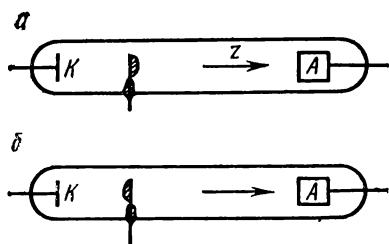


Рис. 5. Плоский зонд для определения направленной составляющей скорости электрона:

а — положение 1, зонд обращен рабочей поверхностью к катоду;  
б — положение 2, зонд повернут на 180°

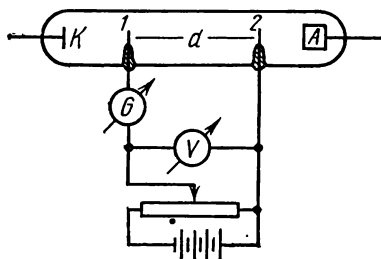


Рис. 6. Определение  $E_z$  в разрядной трубке методом компенсации

S. Концентрацию электронов можно найти также по ионной части ( $V_i < V_{пл}$ ) зондовой характеристики, если она выходит на плато. Для расчета используются соотношения типа (8).

*Определение направленной составляющей скорости электронов.* В плазме положительного столба газового разряда (рис. 5) скорость электрона может быть представлена как сумма тепловой и направленной составляющих:

$$v_e = v_{Te} + v_{ez}, \quad (13)$$

где  $v_{Te}$  — составляющая тепловой скорости (для тепловой скорости справедливо распределение Максвелла (1));  $v_{ez} = b_e E_z$  — направленная составляющая, определяющая ток через трубку;  $E_z$  — продольный градиент потенциала;  $b_e$  — подвижность электронов. Соответственно и ток на односторонний плоский зонд в случае, когда его плоскость ориентирована перпендикулярно  $z$ , а рабочая поверхность обращена к катоду (положение 1), будет равен

$$i_{e1} = i_{Te} + i_{ez}. \quad (14)$$

При повороте зонда на  $180^\circ$  (положение 2)

$$i_{e2} = i_{Te} - i_{ez}. \quad (15)$$

Учитывая, что  $i_{ez} = en_0 v_z S$ , из (14) и (15) получаем

$$v_z = \frac{i_{e1} - i_{e2}}{2en_0 S}. \quad (16)$$

Допустимо вместо  $i_{e1} - i_{e2}$  использовать  $i_1 - i_2$  — разность полных зондовых токов при  $V = V_0$ . Таким образом, предварительно определив  $n_0$  и измерив  $S$ , можно определить направленную составляющую  $v_z$ .

*Определение продольного градиента потенциала в плазме газового разряда.* Если ввести в разрядную трубку два идентичных зонда и расположить их на оси на некотором расстоянии  $d$  (рис. 6), то можно определить напряженность поля  $E_z = -\text{grad } V(z)$ . Это можно сделать двумя способами. Первый способ определения заключается в последовательном определении потенциала пространства  $V_0$  для точек 1 и 2, в которых находятся первый и второй зонды.  $E_z$  определяется из очевидного (для случая однородного поля) соотношения

$$E_z = \frac{V_{01} - V_{02}}{d} \text{ (В/см)}. \quad (17)$$

Второй способ состоит в том, что между идентичными зондами 1 и 2 включается компенсирующее напряжение  $U$ , при котором ток равен нулю. Очевидно, что  $U = V_{01} - V_{02}$ . По формуле (17) определяется  $E_z$ .

*Определение функции распределения электронов по скоростям из анализа зондовой характеристики.* Если распределение электронов по скоростям отличается от максвелловского  $f_M(v)$  (см. формулу (1)), но изотропно, то анализ зондового тока позволяет определить вид функции распределения. Пусть  $f(v)$  — функция распределения электронов

$$4\pi \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \int_0^\infty g(v) dv. \quad (18)$$

При отрицательном потенциале зонда  $\Phi = V - V_0 < 0$  электроны являются отталкивающимися частицами и при значении скорости электрона  $v$  до зонда (имеется в виду плоская геометрия, либо  $R_0 \gg D$ ) дойдут только те электроны, для которых  $\theta < \theta^*$ :

$$v \cos \theta^* = v_0 = \sqrt{-\frac{2e\Phi}{m}}. \quad (19)$$

Полный электронный ток на зонд равен

$$i_e = S n_{e0} \int_{v_0}^{\infty} v^3 f(v) dv \int_0^{\theta^*} 2\pi \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{S n_{e0}}{4} \int_{v_0}^{\infty} v g(v) \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2}\right) dv. \quad (20)$$

Делая замену  $v_0^2 = \varphi$  и дифференцируя дважды по  $\varphi$ , получаем

$$\frac{d^2 i_e}{d\varphi^2} = \frac{S n_{e0}}{8} \frac{g(\varphi^{1/2})}{\varphi}. \quad (21)$$

Таким образом,  $g(v) \sim \Phi \frac{d^2 i_e}{d\Phi^2}$ . Дифференцирование зондовой

характеристики можно проводить графически либо с помощью радиотехнических средств. Однако экспериментальная кривая должна быть снята очень точно. Это возможно только в спокойной плазме. В литературе предложен ряд схем, в которых на зонд подается переменное напряжение, двойное дифференцирование осуществляется с помощью соответствующего электрического контура. Это напряжение представляет собой синусоидальные колебания с частотой  $\omega_2$ , модулированные по амплитуде частотой  $\omega_1$ . Если падением напряжения на измерительном сопротивлении пренебречь, то разложение в степенной ряд зондового тока дает

$$I = f(U_1) + \frac{3}{8} A^2 f''(U_1) + \dots + \\ + \left[ \frac{A^2}{2} f''(U_1) + \frac{7}{64} A^4 f'''(U_1) + \dots \right] \cos \omega_1 t + \Sigma. \quad (22)$$

Здесь  $\Sigma$  — сумма гармоник типа  $2\omega_1, 3\omega_1, \dots, 2\omega_2, 3\omega_2$  и комбинационных гармоник с убывающими амплитудами.

Как видно, амплитуда первой гармоники  $\omega_1$  с точностью до малых величин определяется второй производной характеристики. Эту гармонику выделяют из зондового тока с помощью фильтра или узкополосного усилителя, после чего сигнал через детектор поступает на регистрирующее устройство — осциллограф или гальванометр. Блок-схема такого устройства с осциллографической

регистрацией приведена на рис. 7. На трансформатор подают переменное модулированное напряжение  $\Delta U$ . Потенциал зонда медленно изменяют во времени с помощью генератора. Этот потенциал подается одновременно на горизонтальные пластины осциллографа. Падение напряжения на измерительном сопротивлении  $R$  поступает на вход узкополосного усилителя, настроенного на частоту  $\omega_1$ . После усиления сигнал подают на детектор, а затем на усилитель горизонтальных пластин осциллографа. На экране получают сразу всю кривую второй производной.

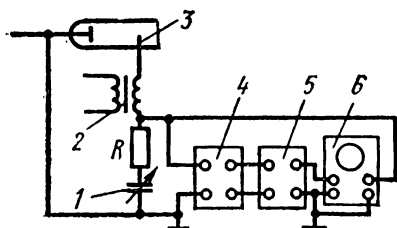


Рис. 7. Аппаратура для измерения второй производной зондового тока с помощью модулирующего напряжения:

1 — источник напряжения смещения зонда, 2 — трансформатор, 3 — зонд, 4 — узкополосный усилитель, 5 — детектор, 6 — осциллограф

**2. Экспериментальная установка для зондовых измерений.** Зондовые измерения производятся в аргоне или в неоне при различных давлениях газа и токах. Устройство вакуумной установки показано на рис. 8.

Для заполнения разрядной трубки газом определенного давления вначале необходимо откачать до высокого вакуума установку, включая разрядную трубку Г. Затем газоразрядная трубка заполняется исследуемым газом. Давление газа в разрядной трубке ниже 0,1 мм рт. ст. измеряется термопарным манометром ЛТ-2, а выше —  $U$ -образным манометром. После заполнения трубки газом до необходимого давления (0,1—1 мм рт. ст.) зажечь разряд и приступить к зондовым измерениям.

Схема зондовых измерений дана на рис. 9.

Порядок зажигания разряда следующий: после наполнения трубки газом включить накал катода, затем подать от выпрямителя напряжение на разрядную трубку, причем такой величины, чтобы установить определенный разрядный ток через трубку. После того как на соответствующий зонд будет подано отрицательное напряжение от потенциометра по отношению к аноду, можно приступить к зондовым измерениям.

## § 4. Упражнения

1. Определить согласно описанной методике с помощью зонда 1 температуру электронов  $T_e$ , потенциал пространства  $V_0$  и концентрацию электронов  $n_{e0}$  для различных разрядных токов. Определить потенциал пространства  $V_0$  на зонде 3 для тех же разрядных токов. Полученные результаты представить в виде графиков

$$T_e(I_{\text{раз}}), n_{e0}(I_{\text{раз}}), \frac{|V_{01} - V_{03}|}{d} = E_z(I_{\text{раз}}).$$

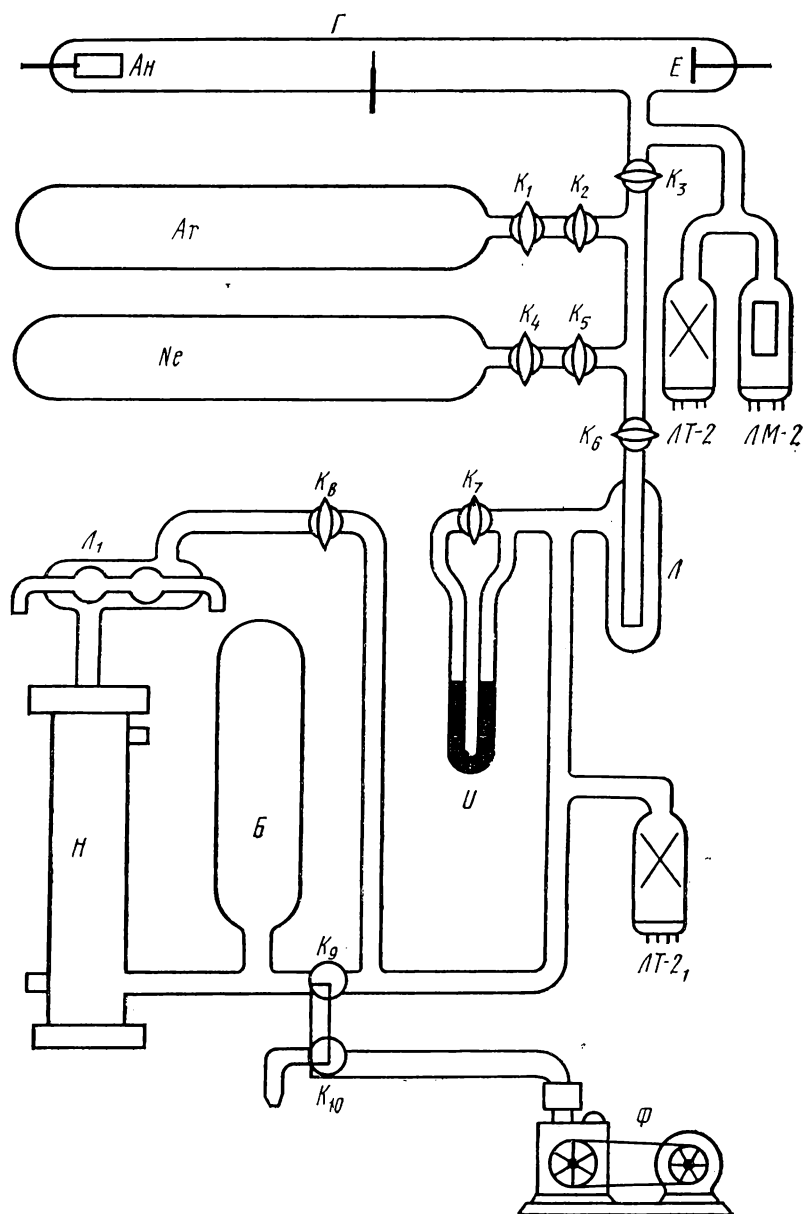


Рис. 8. Схема вакуумной установки для зондовых измерений:  
 $\Gamma$  — разрядная трубка,  $K_1-8$  — двухходовые краны,  $K_{9,10}$  — трехходовые краны, Ar — баллон с аргоном, Ne — баллон с неоном. Л — ловушка для вымораживания паров масла, ЛТ-2 — термопарный манометр, ЛМ-2 — ионизационный манометр, U — образный масляный манометр, Б — форвакуумный баллон, Л<sub>1</sub> — водяная ловушка, Н — пароструйный насос и Ф — ротационно-масляный насос



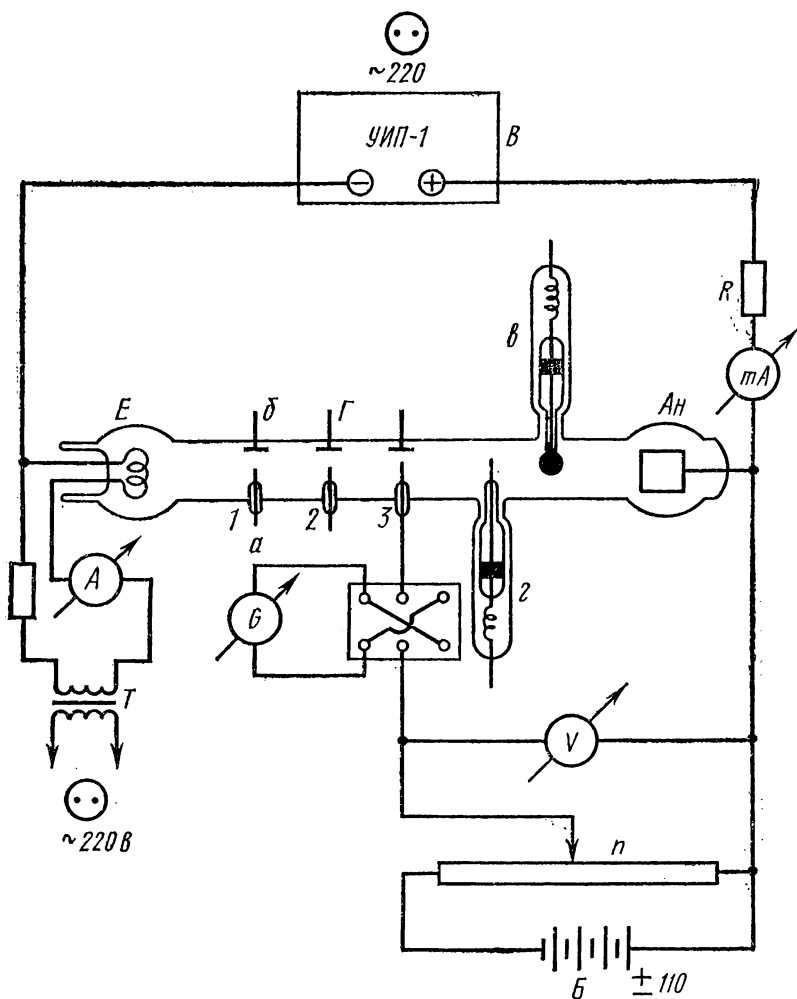


Рис. 9. Схема электронной цепи для зондовых измерений:  
 Г—разрядная трубка, б—плоские зонды на стенке разрядной трубки, а—цилиндрические зонды, в—односторонний плоский зонд, z—подвижной цилиндрический зонд, Ан—анод, Е—подогревный оксидный катод, А—амперметр, измеряющий силу накального тока катода, Т—накальный трансформатор, G—гальванометр, измеряющий зондовый ток, V—вольтметр, П—потенциометр, Б—аккумуляторная батарея, mA—миллиамперметр, контролирующий силу разрядного тока, В—выпрямитель, питающий разрядную трубку, R—сопротивление в цепи разрядного тока

2. Методом компенсации определить градиент потенциала для зондов 1 и 3 для тех же разрядных токов, что и в п. 1. Результаты представить в виде графика

$$\frac{V_{01} - V_{03}}{d} = E_z(I_{\text{раз}}).$$

3. Определить, используя зонд 3, направленную скорость электронов  $v_{ez}$  для различных разрядных токов (см. § 2, п. 4). Используя зависимость  $E_z(I_{\text{раз}})$ , построить графически зависимость

$$v_{ez} = f(E_z).$$

4. Используя подвижный зонд  $g$ , найти распределение  $T_e$ ,  $n_{e0}$ ,  $V_0$  по радиусу разрядной трубки для фиксированного разрядного тока.

5. Найти функцию распределения  $g(v)$  по одной из зондовых характеристик.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Капцов Н. А. Электрические явления в газах и вакууме. М.—Л., ГИТТЛ, 1950.
2. Грановский В. Л. Электрический ток в газе, т. 1. М.—Л., Гостехиздат, 1952.
3. Подгорный И. М. Лекции по диагностике плазмы. М., Атомиздат, 1968.

### Дополнительная

4. Каган Ю. М., Перель В. И. — УФН, 81, 409, 1963.
5. Сб. «Диагностика плазмы». Под ред. Р. Хаддлстроуна и С. Леонарда. М., «Мир», 1967.
6. Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Искусственные спутники в разреженной плазме. М., «Наука», 1964.
7. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М., Атомиздат, 1969.
8. Русанов В. Д. Современные методы исследования плазмы. М., Атомиздат, 1962.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЛАЗМЫ С ПОМОЩЬЮ СВЧ-РАДИОВОЛН

С помощью радиоволн трехсантиметрового диапазона измеряются параметры газоразрядной плазмы в статическом и динамическом режимах.

### § 1. Введение

Взаимодействие плазмы с полем сверхвысокочастотной волны лежит в основе работы многих СВЧ-приборов с электрически управляемыми параметрами, тесно связано с проблемой нагрева и удержания плазмы СВЧ-полем, а также с задачей устойчивой

радиосвязи с космическими кораблями и ракетами. СВЧ метод исследования некоторых характеристик плазмы имеет ряд преимуществ по сравнению с другими известными способами изучения плазмы.

Прохождение зондирующей СВЧ-волны не приводит к возмущению исследуемой плазмы. Другая особенность СВЧ-метода — в его малой инерционности, что позволяет использовать его при большой скорости изменения состояния плазмы (развитие электрического пробоя, распад плазмы, мощные импульсные разряды и др.). Дальнейшее развитие метод зондирования плазмы электромагнитными волнами получил после изобретения источников когерентного излучения световых волн (лазеров), с помощью которых успешно исследуется плазма с высокой концентрацией электронов.

В настоящей работе изучается связь между параметрами плазмы (концентрация электронов, частота столкновений электронов с атомами газа) и характеристиками СВЧ-волны в волновомде с плазмой (фазовый сдвиг и затухание). Объектом исследования служит плазма электрического разряда низкого давления, питаемого постоянным током или током, модулируемым низкой частотой (300—30 000 Гц) (рис. 1).

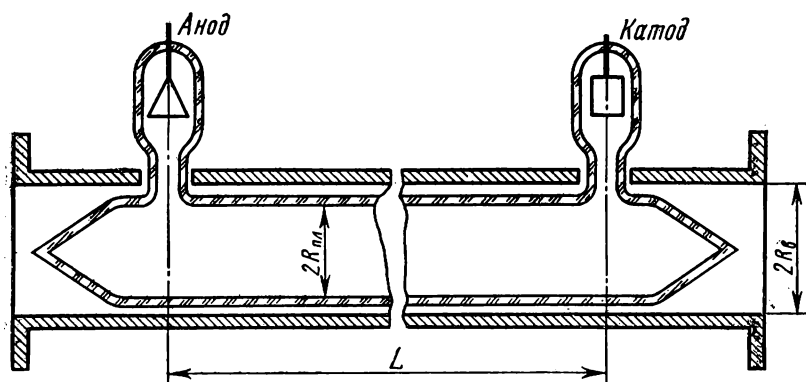


Рис. 1. Волновод с разрядной трубкой в разрезе. Размеры:  $L=46$  см,  $R_{пл}=1,3$  см,  $R_a=1,5$  см

Время прохождения СВЧ-волны через область, занимаемую плазмой, очень мало по сравнению с характерными временами процессов в плазме, определяемых скоростями диффузии зарядов к стенкам и ионизации атомов газа. Это позволяет наблюдать инерционные свойства плазмы разряда низкого давления, в котором ток изменяется во времени.

## § 2. Теория

1. Связь комплексной проводимости плазмы с концентрацией электронов и частотой их столкновений с атомами газа. Возможность исследования плазмы СВЧ-методом основана на том, что плазма представляет собой среду с комплексной проводимостью:

$$\sigma = \sigma_r + i \sigma_i. \quad (1)$$

Активная составляющая проводимости  $\sigma_r$  вызывает уменьшение амплитуды волны, т. е. затухание волны. Реактивная часть проводимости  $\sigma_i$  вызывает изменение скорости распространения волны и приводит к возникновению сдвига фазы волны, распространяющейся в волноводе с плазмой, относительно волны, проходящей через волновод без плазмы.

Для определения зависимости  $\sigma_r$  и  $\sigma_i$  от характеристик плазмы используют обычно решение газокINETического уравнения Больцмана применительно к электронному газу [1, 2]. Если предположить, что СВЧ-поле слабое и не вызывает изменения свойств плазмы и что существует максвелловское распределение электронов по скоростям, то для  $\sigma$  получают выражение [1]

$$\sigma = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \frac{e^2 n_e}{m} \left[ \int_0^{\infty} \frac{v(u) u^4 \exp(-u^2) du}{\omega^2 + v^2(u)} - i \omega \int_0^{\infty} \frac{u^4 \exp(-u^2) du}{\omega^2 + v^2(u)} \right], \quad (2)$$

где  $u = \left( \frac{m}{2kT_e} \right)^{1/2} v$ ,  $v$  — скорость электрона,  $k$  — постоянная

Больцмана,  $T_e$  — температура электронного газа,  $n_e$  — концентрация электронов,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $\omega$  — круговая частота поля,  $v$  — частота столкновений электронов с атомами газа.

Для таких газов, как водород, гелий и пары ртути, частота столкновений не зависит от скорости в широком диапазоне скоростей электронов, т. е.  $v = \text{const}$ . Для них

$$\sigma = \frac{e^2 n_e v}{m(\omega^2 + v^2)} - i \frac{e^2 n_e \omega}{m(\omega^2 + v^2)}. \quad (3)$$

Отсюда следует, что реактивная составляющая проводимости монотонно убывает с увеличением давления газа  $p$  (так как  $v \propto p$ ), а активная составляющая (определяющая потери энергии электромагнитной волны, проходящей через плазму) с ростом давления сначала растет, проходит максимум, а затем монотонно уменьшается. Максимум  $\sigma_r$  соответствует такому давлению газа, при котором  $v \approx \omega$ . При этом давлении имеются наиболее благоприят-

ные условия диссипации энергии электромагнитной волны в плазме. С уменьшением частоты поля  $\omega$  при постоянном давлении газа реактивная часть проводимости  $\sigma_i$  стремится к нулю, а активная часть  $\sigma_r$  приближается к значению проводимости в постоянном электрическом поле  $e^2 n_e / m \nu$ .

Если выполнено условие  $\nu^2 \ll \omega^2$  (случай низких давлений газа или высоких частот поля), то для любого газа  $\sigma$  можно представить в виде

$$\sigma = \frac{e^2 n_e}{m \omega^2} \nu_{\text{эфф}} - i \frac{e^2 n_e}{m \omega}, \quad (4)$$

где  $\nu_{\text{эфф}} = \int_0^\infty \nu(u) u^4 \exp(-u^2) du$  — частота столкновений  $\nu$ , усредненная по всем скоростям и называемая эффективной частотой столкновений электронов с атомами газа [1].

**2. Уравнения поля и постоянная распространения СВЧ-волн в плазме.** Распространение волны в среде характеризуется постоянной распространения  $\gamma$ , которая есть комплексная величина:

$$\gamma = \alpha + i\beta. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha$  — постоянная затухания и определяет степень уменьшения амплитуды волны вследствие взаимодействия со средой, заполняющей волновод, и со стенками волновода (в дальнейшем затухание СВЧ-волны в стенках волновода не будем принимать во внимание). Фазовая постоянная  $\beta$  характеризует скорость перемещения фронта монохроматической волны по волноводу и зависит от проводимости вещества, заполняющего волновод (влиянием материала стенок также будем пренебрегать).

Мгновенные значения напряженности электрического и магнитного полей СВЧ-волны в момент  $t$  в точке  $z$  характеризуются выражением

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} e^{i\omega t - \gamma z}, \quad \mathbf{H}(t) = \mathbf{H} e^{i\omega t - \gamma z}.$$

Введение в волновод плазмы приводит к изменению и фазовой постоянной  $\beta$ , и постоянной затухания  $\alpha$ . Исходные уравнения для определения  $\alpha$  и  $\beta$  — уравнения электромагнитного поля Максвелла [2]:

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{E} + i \frac{\omega}{c} \mathbf{H} = 0, \\ \text{rot } \mathbf{H} - i \frac{\omega}{c} \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \\ \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{j}$  — комплексная амплитуда плотности СВЧ-тока,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — амплитуды напряженности электрического и магнитного по-

лей. Граничные условия предполагают бесконечно большую проводимость стенок волновода.

Проводимость плазмы  $\sigma$  можно представить через  $\sigma_r$  и  $\sigma_i$  (1). В поле сверхвысоких частот  $\sigma$  определяется в основном движением электронов под действием этого поля. Вклад ионов в проводимость плазмы обычно несуществен, так как скорости, приобретаемые ионами в быстропеременном поле, во много раз меньше скоростей электронов.

Из решения системы уравнений (6) с применением метода малых возмущений в первом приближении получается

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \gamma = \gamma - \gamma_0 = \Delta \alpha + i \Delta \beta, \\ \Delta \beta = \frac{2\pi \lambda_B}{c \lambda_0} \frac{\int_{S_B} \sigma_i E_0^2 dS}{\int_{S_B} |E_0|^2 dS}, \\ \Delta \alpha = \frac{2\pi \lambda_B}{c \lambda_0} \frac{\int_{S_B} \sigma_r E_0^2 dS}{\int_{S_B} |E_0|^2 dS}. \end{array} \right. \quad (7)$$

Здесь  $E_0$  — амплитуда напряженности поля основной волны в волноводе без плазмы;  $\Delta \beta$  и  $\Delta \alpha$  — изменение фазовой постоянной и затухания, вызываемые плазмой;  $\sigma_i$  и  $\sigma_r$  — реактивная и активная составляющие проводимости плазмы. Интегрирование проводится по площади поперечного сечения волновода  $S_B$ ,  $\lambda_B$  и  $\lambda_0$  — длины волны в волноводе и в свободном пространстве.

Из (3) и (6) можно получить

$$|\Delta \beta| = C_\Phi \frac{e^2 \lambda_B}{mc^2} \frac{S_{пл}}{S_B} \frac{\omega^2}{\omega^2 + v_{эфф}^2} \bar{n}_e, \quad (8)$$

$$\Delta \alpha = \frac{v_{эфф}}{\omega} \Delta \beta. \quad (8)$$

Здесь

$$\bar{n}_e = \frac{1}{S_{пл}} \int_{S_{пл}} n_e dS \quad (9)$$

концентрация электронов, усредненная по сечению области волновода  $S_{пл}$ , занимаемой плазмой. Коэффициент  $C_\Phi$  (называемый форм-фактором) характеризует степень взаимодействия плазмы и волны, распространяющейся по волноводу. Он зависит от кон-

фигурации СВЧ-поля в волноводе и распределения по сечению плазмы концентрации электронов:

$$C_{\phi} = \frac{S_{\text{пл}} \int n_e |E_0|^2 dS}{\int_{S_{\text{пл}}} n_e dS \int_{S_{\text{в}}} |E_0|^2 dS}. \quad (10)$$

Зависимость форм-фактора  $C_{\phi}$  от радиуса  $R_{\text{пл}}$  плазменного столба, расположенного вдоль оси круглого волновода радиуса  $R_{\text{в}}$ , приведена на рис. 2 для двух различных распределений концентрации электронов по сечению трубки с плазмой.

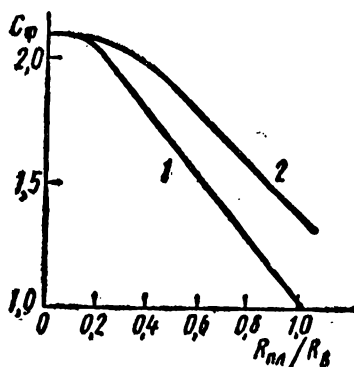


Рис. 2. Форм-фактор  $C_{\phi}$  для цилиндрического волновода, содержащего цилиндрический столб плазмы:  
1 — для распределения концентрации электронов  $n_e(r) = \text{const}$ ;  
2 — для распределения концентрации электронов  $n_e(r) = n_{e0} J_0(2,4 r/R_{\text{пл}})$

Из (8) следует, что для определения хотя бы одного из параметров плазмы ( $n_e$  или  $v_{\text{эфф}}$ ) необходимы измерения и фазового сдвига  $\Delta\beta$ , и приращения затухания  $\Delta\alpha$ . Если условия в плазме таковы, что выполнено соотношение  $v_{\text{эфф}}^2 \ll \omega^2$ , то формула (8) упрощается:

$$|\Delta\beta| = C_{\phi} \frac{e^2 \lambda_{\text{в}}}{mc^2} \frac{S_{\text{пл}}}{S_{\text{в}}} \bar{n}_e = C_{\phi} \frac{e^2 \lambda_{\text{в}}}{mc^2} \frac{R_{\text{пл}}^2}{R_{\text{в}}^2} \bar{n}_e,$$

$$\Delta\alpha = \frac{v_{\text{эфф}}}{\omega} \Delta\beta. \quad (8')$$

Отсюда следует возможность определения  $\bar{n}_e$  на основании измерения только фазового сдвига  $\Delta\beta$ .

Таким образом, в первом приближении фазовый сдвиг СВЧ-волны пропорционален концентрации электронов. Затухание, вносимое плазмой, также пропорционально концентрации электронов, но, кроме того, зависит от частоты столкновений электронов, т. е. механизма передачи энергии от электронов частицам среды.

Формулы первого приближения (8) и (8') справедливы лишь для концентраций электронов в плазме  $n_e$ , удовлетворяющих условию

$$n_e < (0,1 - 0,3) n_{кр}, \quad (11)$$

где  $n_{кр} = \frac{m\omega^2}{4\pi e^2} \approx 1,24 \cdot 10^{10} f^2$  [ГГц] — критическая концентрация,

при которой собственная частота плазменных колебаний электронов равна частоте СВЧ-поля ( $f$  — циклическая частота поля).

При больших  $n_e$  нельзя пренебрегать искажением плазмой СВЧ-поля основной волны. Приближенность формул (8) и (8') связана также с тем, что они получены без учета влияния стеклянного баллона на распределение СВЧ-поля в волновомде.

При расчете  $n_e$  и  $v_{эфф}$  из (8) и (8') предполагается, что эти параметры постоянны вдоль длины плазменного столба. Описанный выше волноводный метод не дает также информации о радиальном распределении  $n_e(r)$  и  $v(r)$  и предполагает его известным из других методов измерений или теоретических расчетов. Получить сведения о  $n_e(r)$  и  $v(r)$  можно, зондируя плазму в волновомде СВЧ-волнами различных типов (мод) или разных частот. Такая методика связана с техническими трудностями.

В плазме положительного столба разряда низкого давления [3] (если не происходит сжатия разряда по оси (контрагирования)), можно считать  $v = \text{const}$ , а  $n_e(r) = n_{e0} J_0 \left( \frac{2,4r}{R_{пл}} \right)$  или  $n_e = \text{const}$ .

Если  $n_e(r) = n_{e0} J_0 \left( \frac{2,4r}{R_{пл}} \right)$ , то, измерив среднее по сечению плазмы значение  $\bar{n}_e$ , можно рассчитать концентрацию электронов на оси разряда  $n_{e0}$ . Число электронов в сечении цилиндрического столба плазмы длиной 1 см  $N_e$ :

$$N_e = 2\pi n_{e0} \int_0^{R_{пл}} J_0 \left( \frac{2,4r}{R_{пл}} \right) r dr \approx 1,36 R_{пл}^2 n_{e0},$$

$$\text{отсюда } \bar{n}_e = \frac{N_e}{\pi R_{пл}^2} = 0,434 n_{e0} \text{ или } n_{e0} = 2,31 \bar{n}_e. \quad (12)$$

**3. Инерционные свойства плазмы низкого давления при изменении силы тока в разряде.** СВЧ-метод исследования плазмы особенно эффективен, когда необходимо изучать поведение плазмы в динамическом режиме. В настоящей работе он используется не только для измерения параметров плазмы постоянного тока, но и для изучения инерционных свойств газоразрядной плазмы при модуляции тока разряда на различных частотах.



Остановимся кратко на процессах в нестационарной плазме разряда низкого давления с накалимым катодом. Схема питания разряда показана на рис. 4. На сопротивление  $r$  подано переменное напряжение от генератора звуковой частоты, которое вызывает периодическое изменение напряжения на разрядной трубке. Так как большая часть напряжения между катодом и анодом приходится на положительный столб, расположенный в круглом волноводе, то можно пренебречь процессами в катодных частях разряда. При используемых в работе частотах модуляции (до 30 кГц) ток смещения значительно меньше разрядного тока  $I_0$  и его переменной составляющей  $I_{\sim}$ .

Стационарное состояние плазмы положительного столба разряда низкого давления [3] определяется в основном балансом:

а) числа электронов, возникающих при ионизации атомов газа электронным ударом и исчезающих путем их рекомбинации с ионами на стенках трубки;

б) энергии электронов, приобретающих ее от электрического поля и теряющих при различного рода упругих и неупругих столкновениях с атомами газа.

Возмущение стационарного состояния плазмы под действием дополнительного переменного поля частоты  $\Omega = 2\pi f_m$  приводит, вообще говоря, к нарушению обоих условий. Это связано с конечным, хотя и весьма малым, временем протекания различных процессов в плазме, обуславливающих время установления стационарного распределения частиц и их энергий. Детальное рассмотрение этих явлений представляет сложную задачу [6, 7].

Если ограничиться низкими частотами ( $f_m < 20-30$  кГц) и малым коэффициентом модуляции (меньше 0,1—0,15), то можно считать, что температура электронов (или, точнее, функция распределения электронов по энергиям) мгновенно следует за изменением электрического поля. Это объясняется большой по сравнению с  $f_m$  частотой столкновений электронов с атомами, приводящих к установлению энергетического состояния электронного газа. Поэтому не проявляются инерционные свойства плазмы, связанные с конечной скоростью обмена энергией между электронами и атомами газа.

Иначе обстоит дело со временем установления баланса числа электронов:

$$\frac{dn_e}{dt} = \nu_i n_e - \frac{D_a}{\Lambda^2} n_e = 0. \quad (13)$$

Здесь  $\nu_i$  — частота ионизаций, т. е. среднее число ионизаций, производимых электроном за секунду;  $D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии зарядов к стенке трубки;  $\Lambda$  — так называемая «диффузионная длина», зависящая от расстояния, проходимого электронами и ионами до стенки, на которой происходит реком-

бинация. Для плазмы в длинной цилиндрической трубке радиуса  $R_{\text{пл}}$   $\Lambda = \frac{R_{\text{пл}}}{2,4}$ .

Частота ионизации атомов электронным ударом значительно выше частоты модуляции ( $v_i \gg f_m$ ). Поэтому ионизационное паразитное взаимодействие электронов в плазме (описываемое первым слагаемым (13)) следует за изменением модулирующего поля и не приводит к инерционности процесса установления баланса частиц в плазме.

Уход электронов на стенки трубки (описываемый вторым слагаемым (13)) зависит от скорости амбиполярной диффузии и радиуса трубки и характеризуется «диффузионным временем жизни» электронов:

$$\tau_D = \frac{\Lambda^2}{D_a} = \frac{R_{\text{пл}}^2}{2,4^2 D_a}.$$

В плазме разряда низкого давления  $D_a \simeq 10^4 - 10^6$  см<sup>2</sup>/с,  $\Lambda \simeq 0,2 - 2$  см, отсюда  $\tau_D \simeq 4 \cdot (10^{-4} \div 10^{-8})$  с. Следовательно, при частотах модуляции  $f_m \geq 10^3 - 10^4$  Гц должна проявляться инерционность установления стационарного состояния плазмы из-за конечной скорости диффузионного механизма устранения электронов.

Инерционные свойства положительного столба низкого давления характеризуются сдвигом фазы  $\Phi$  между током разряда и концентрацией электронов. Если переменная составляющая тока  $I \sim \sin \Omega t$ , а переменная составляющая концентрации электронов  $n \sim \sin(\Omega t + \Phi)$ , то можно получить [4] соотношение

$$\Phi = \arctg \Omega \tau_D = \arctg 2\pi f_m \tau_D = \arctg \frac{2\pi f_m K}{\left(\frac{2,4}{R_{\text{пл}}}\right)^2 D_a \left[\frac{eV_i}{kT_e} - 1\right]}, \quad (14)$$

где  $D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии в плазме [3],  $kT_e/e$  — температура электронов в вольтах,  $V_i$  — потенциал ионизации газа,  $k$  — константа, зависящая от рода газа и распределения электронов по энергиям в области высоких энергий. Из (14) следует, что инерционные свойства плазмы положительного столба разряда низкого давления проявляются тем сильнее (т. е.  $\Phi$  больше), чем шире разрядная трубка и меньше коэффициент диффузии. В неоне при давлении 0,5 мм рт. ст. и  $R_{\text{пл}} = 1,3$  см приближенный расчет дает

$$\Phi = \arctg 6,6 \cdot 10^{-3} f_m (\text{Гц}).$$

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Объект исследования — плазма положительного столба разряда низкого давления с накаленным катодом. Разряд создается

в стеклянной трубке, которая помещена в специальный разборный волновод. Для измерений в трехсантиметровом диапазоне волн используется волновод круглого сечения диаметром 3 см (волна  $H_{11}$ ). Катод и анод выведены из волновода с помощью отростков, чтобы исключить их влияние на СВЧ-сигнал. Трубка имеет внутренний диаметр  $R_{пл}=2,6$  см и рабочую длину  $L=46$  см, которая в несколько раз больше длины СВЧ-волны в пустом круглом волноводе  $\lambda_b=5,8$  см (рис. 1). Трубка заканчивается полуволновыми скосами для уменьшения отражения СВЧ-волны от концов.

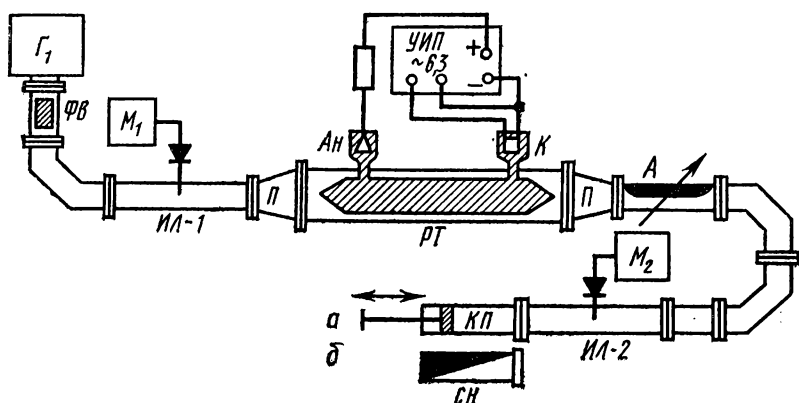


Рис. 3. Схема для измерения параметров плазмы стационарного разряда:

$a$  — для измерения  $\Delta\varphi$ ;  $b$  — для измерения  $\Delta\alpha$ ;  $G_1$  — СВЧ генератор 3-сантиметрового диапазона; УИП — источник питания; ИЛ-1, ИЛ-2 — измерительные линии;  $M_1$ ,  $M_2$  — микроамперметры или цифровые вольтметры;  $P$  — волноводные переходы;  $PT$  — волновод с разрядной трубкой;  $A$  — аттенуатор;  $KП$  — короткозамыкающий поршень;  $CH$  — согласованная нагрузка;  $ФВ$  — ферритовый вентиль;  $K$  и  $Ан$  — катод и анод трубки

Для измерения сдвига фазы волны при введении в волновод плазмы используется метод короткозамыкающего поршня (рис. 3, 4). СВЧ-колебания получаются с помощью клистронного генератора, работающего в непрерывном или импульсном режиме. В первом случае индикатором колебаний служит микроамперметр  $M$  или цифровой вольтметр, во втором — осциллограф. Для защиты клистрона от отраженной волны поставлен ферритовый вентиль  $ФВ$  [5].

Волна, распространяющаяся от генератора, и волна, отраженная от поршня (рис. 3, 4), образуют стоячую волну, которую можно обнаружить, например, с помощью измерительной линии ИЛ-1. Введение плазмы вызывает изменение проводимости среды, заполняющей волновод, что приводит к изменению фазовой скорости волны в круглом волноводе. В результате этого отраженный

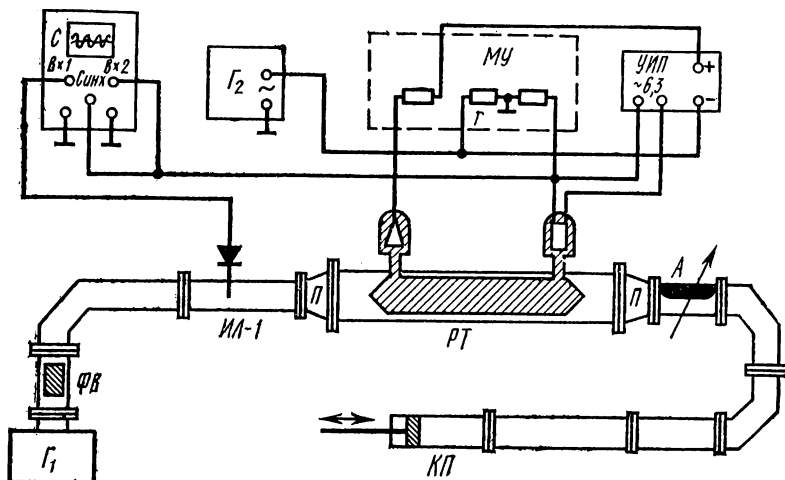


Рис. 4. Схема для изучения инерционных свойств плазмы разряда:  $G_1$  — СВЧ генератор 3-сантиметрового диапазона,  $G_2$  — модулирующий генератор 20 Гц — 60 кГц с нагрузкой  $r$ , УИП — источник питания,  $C$  — двухлучевой осциллограф, ИЛ-1 — измерительная линия, МУ — модулирующее устройство, П — волноводные переходы, РТ — волновод с разрядной трубкой, А — аттенюатор, КП — короткозамыкающий поршень, ФВ — ферритовый вентиль

от поршня сигнал приходит в линию с другой фазой и узлы стоячей волны в линии смещаются. Фазовый сдвиг, обусловленный плазмой, определяется формулой

$$\Delta\varphi = \frac{360\Delta l}{\lambda_{\text{в лин}}} [\text{град}] = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_{\text{в лин}}} [\text{рад}]; \quad \Delta\beta = \frac{\Delta\varphi}{2L} \left[ \frac{\text{рад}}{\text{см}} \right], \quad (15)$$

где  $\lambda_{\text{в лин}}$  — длина волны в линии,  $\Delta l = l_1 - l_0$  — изменение положения минимума стоячей волны в линии при наличии плазмы в круглом волноводе относительно его положения без плазмы. Длина волны  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе шириной  $a$  определяется формулой

$$\lambda_{\text{в лин}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}},$$

где  $\lambda_0$  — длина волны в свободном пространстве, а  $a = 2,3$  см.

Можно применять другой способ определения  $\Delta l$ , если перемещать не зонд измерительной линии ИЛ-1 при неизменном положении поршня КП, а, наоборот, поршень КП при неподвижном зонде линии ИЛ-1. Тогда с помощью микрометрического винта измеряют расстояние  $\Delta l$ , на которое необходимо переместить пор-

шень КП, чтобы зонд в линии ИЛ-1 оказался в узле стоячей волны, т. е. индикатор ее (микроамперметр, цифровой вольтметр или осциллограф) показывал минимальное значение сигнала.

Измерения затухания СВЧ-волны  $\Delta\alpha$  проводятся (рис. 3) в режиме бегущей волны. Вместо короткозамыкающего поршня, используемого для измерения фазового сдвига  $\Delta\phi$ , в конце волноводного тракта включена согласованная нагрузка СН, что обеспечивает отсутствие отраженной волны. Для определения потерь, вносимых плазмой, применяется метод замещения, позволяющий избежать ошибки, вызываемой нелинейными свойствами приборов для регистрации и усиления сигнала. Прошедший через волновод с плазмой сигнал регистрируется в конце волнового тракта зондом измерительной линии ИЛ-2, которая дает возможность проверить наличие чисто бегущей волны в этой части тракта. После детектирования сигнал измеряется прибором  $M_2$ . В отсутствие плазмы, когда ток через трубку не идет, в ИЛ-2 устанавливается некоторый уровень сигнала  $W_{\text{пад}}$  (падающая часть энергии). Плазма разряда приводит к уменьшению сигнала до значения  $W_{\text{пр}}$  (прошедшая часть). Такое же уменьшение сигнала может быть получено без разряда в трубке с помощью градуированного аттенюатора  $A$ , включенного в волноводный тракт последовательно трубки [5]:

Разность показаний аттенюатора  $A$  дает величину  $10 \lg \frac{W_{\text{пад}}}{W_{\text{пр}}} \text{ дБ}$  на длину разрядной трубки. Она соответствует ослаблению волны, вызываемому плазмой. В нее включаются как потери энергии, происходящие в самой плазме, так и потери, вызванные отражением волны от переднего конца трубки с плазмой. Чтобы правильно определить потери в плазме, необходимо измерить коэффициент стоячей волны (КСВ) между трубкой и генератором с помощью измерительной линии ИЛ-1. С учетом отражения от трубки [5]:

$$\Delta\alpha_L = 10 \lg \frac{W_{\text{пад}} - W_{\text{отр}}}{W_{\text{пр}}} \quad \text{и} \quad W_{\text{отр}} = \left( \frac{\text{КСВ} - 1}{\text{КСВ} + 1} \right)^2 W_{\text{пад}},$$

$$\Delta\alpha_L = 10 \lg \frac{W_{\text{пад}}}{W_{\text{пр}}} + 10 \lg \frac{4\text{КСВ}}{(\text{КСВ} + 1)^2};$$

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\alpha_L}{L} \left[ \frac{\text{дБ}}{\text{см}} \right] = \frac{\Delta\alpha_L}{8,68L} \left[ \frac{\text{неп}}{\text{см}} \right]. \quad (16)$$

Последнее слагаемое определяет поправку на отражение СВЧ-волны от конца разрядной трубки.

На рис. 4 представлена схема установки для исследования плазмы разряда в динамическом режиме. Модуляция тока разряда  $I_0$  достигается с помощью переменного напряжения, подаваемого на последовательно с трубкой включенное сопротивление  $r$  от генератора  $G_2$ . Величина напряжения устанавливается такой,

чтобы амплитуда переменной составляющей тока  $I_{\sim}$  не превышала  $(0,1-0,15) I_0$ , что обеспечивает применимость используемых для расчетов формул. Токи  $I_0$  и  $I_{\sim}$  измеряются с помощью осциллографа.

Если ток разряда представлен в виде  $I(t) = I_0 + I_{\sim} \sin \Omega t$ , а концентрация электронов

$$n_e(t) = A[n_0 + n_{\sim} \sin(\Omega t + \Phi)],$$

то из (8) и (8') следует, что

$$|\Delta\beta| = A'[n_0 + n_{\sim} \sin(\Omega t + \Phi)],$$

где  $A'$  — независимый от времени коэффициент (форм-фактор  $C_\Phi$  можно считать постоянной величиной при малом коэффициенте модуляции). Поэтому экспериментально удобно определять фазовый сдвиг между током и концентрацией электронов, сравнивая на экране двухлучевого осциллографа относительное положение осциллограмм тока и сигнала с зонда линии ИЛ-1 при одновременном запуске разверток обеих лучей (рис. 5):

$$\Phi = \frac{2\pi\Delta t}{T} [\text{рад}] = \frac{360\Delta t}{T} [\text{град}],$$

где  $T = 2\pi/\Omega$  — период модуляции тока.

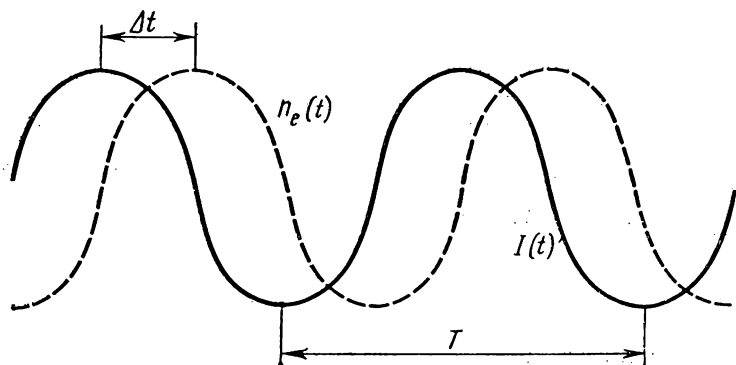


Рис. 5. Фазовый сдвиг концентрации электронов относительно тока разряда

Изменяя частоту модуляции и поддерживая постоянной  $I_{\sim}$ , можно при фиксированном токе  $I_0$  получить зависимость  $\Phi(f_m)$ , которая характеризует инерционность процессов в плазме положительного столба разряда низкого давления.

## § 4. Упражнения

1. а) Измерить с помощью линии ИЛ-1 (рис. 3) длину волны в волноводе и рассчитать длину волны в свободном пространстве  $\lambda_0$  и частоту поля  $f$ .

б) Определить положение минимумов стоячей волны в линии ИЛ-1 без разряда и выбрать наиболее удобные из них.

2. а) Для фиксированного давления газа измерить с помощью схемы рис. 3 зависимость фазового сдвига  $\Delta\beta$  и затухания  $\Delta\alpha$ , вносимых плазмой, от разрядного тока.

б) Повторить измерения п. 3 при других давлениях газа.

в) Рассчитать концентрацию электронов на оси разряда  $n_{e0}$  и частоту столкновений  $\nu_{эфф}$ . Построить зависимости  $n_{e0}$  и  $\nu_{эфф}$  от разрядного тока.

3. Используя схему для динамического режима разряда (рис. 4), получить зависимость фазового сдвига между током и концентрацией электронов от частоты модуляции  $f_m$  разрядного тока. Необходимо поддерживать постоянными  $I_0$  и  $I_{-}$ . Провести измерения при двух токах  $I_0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М., «Наука», 1968, гл. I, V.

2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., «Наука», 1967, гл. I, II.

3. Граповский В. Л. Электрический ток в газе. М., «Наука», 1971, § 33—37.

### Дополнительная

4. Граповский В. Л. — ЖЭТФ, 22, № 1, 1, 1952.

5. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ, т. 1. М., «Высшая школа», 1970.

6. Pfau S., Winkler R. — «Beitrage aus der Plasmaphysik», 13, H. 5, 297, 315, 1973.

7. Каган Ю. М., Миленин В. М., Мурадов А. Х. — ЖТФ, 43, № 9, 2003, 1973.

## 3. ДЕИОНИЗАЦИЯ ПЛАЗМЫ

Изучается деионизация плазмы в зависимости от рода газа, давления и диаметра разрядных трубок.

### § 1. Введение

При протекании электрического тока через разрядную трубку, содержащую разреженный газ, в последнем образуется плазма, которая характеризуется определенными значениями концентрации  $n_e$  и температуры  $T_e$  электронов, ионов ( $n_i$ ,  $T_i$ ) и нейтрального

газа ( $n_g, T_g$ ). В стационарных условиях эти величины практически не меняются. При внезапном прекращении разрядного тока стационарные условия нарушаются и наступает распад плазмы, т. е. процесс ее деионизации, в течение которой электроны и ионы рекомбинируют, образуя нейтральные молекулы, а температура всех компонент плазмы стремится к постоянной величине, равной температуре нейтрального газа. Концентрация электронов и ионов уменьшается, и в конечном итоге газ переходит в свое нормальное, невозмущенное состояние.

Процессы деионизации плазмы играют существенную роль в работе ряда газоразрядных приборов (антенные переключатели, высоковольтные разрядники и т. п.), поэтому механизмы деионизации плазмы при различных условиях — постоянные объекты изучения.

В настоящей задаче изучается деионизация плазмы, образовавшейся при протекании электрического тока через газ при низком давлении для различных начальных условий (род газа, давление, диаметр разрядных трубок).

## § 2. Теория

В общем случае стационарного разряда в газе рождение заряженных частиц (электронов и ионов) в единице объема плазмы определяется частотой ионизации нейтральных атомов газа, а потери электронов в единице объема связаны с диффузией заряженных частиц и рекомбинацией в объеме. Поэтому уравнение баланса частиц можно записать в виде

$$\nu_i n_e + \nabla D \nabla n_e - \alpha_e n_e^2 = 0, \quad (1)$$

где  $\nu_i$  — частота ионизации,  $D$  — коэффициент диффузии,  $\alpha_e$  — коэффициент электронной рекомбинации. Считается, что в разряде отсутствуют электроотрицательные атомы.

Частота ионизации — функция температуры электронов, сечения ионизации, давления газа и отлична от нуля только в условиях внешнего поддержания разряда. При выключении разрядного тока  $\nu_i = 0$  и происходит уменьшение концентрации электронов за счет диффузии (с последующей рекомбинацией на стенках разрядной трубки) и рекомбинации в объеме. Скорость спада концентрации электронов определяется уравнением

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \nabla D \nabla n_e - \alpha_e n_e^2. \quad (1')$$

Решение уравнения (1') определяет изменение концентрации электронов во времени  $n_e(t)$ . Изучение механизма убывания  $n_e(t)$  удобно проводить, если в исследуемом интервале начальных условий преобладает действие одного из двух вышеперечисленных процессов рекомбинации. Это возможно, если учесть, что деио-



низация плазмы определяется в основном объемной рекомбинацией в случае достаточно высоких давлений газа  $p > 10$  тор и больших плотностей электронов ( $n_e \geq 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ). В противном случае деионизация сильно разреженного газа определяется поверхностной рекомбинацией, при которой электроны и ионы движутся к твердым поверхностям, ограничивающим газ (электроды и стенки трубки), и здесь рекомбинируют между собой.

Если длина свободного пробега ионов  $\lambda_i$  значительно меньше радиуса разрядной трубки ( $\lambda_i \ll R$ ), то движение носителей зарядов к стенкам носит характер амбиполярной диффузии: плотность тока электронов  $j_e$  и ионов  $j_i$  определяется уравнением

$$j_e = j_i = -D_a \nabla n_e \quad (2)$$

(в плазме, не содержащей отрицательных ионов  $n_e = n_i$ ). Тогда из уравнения (1), пренебрегая объемной рекомбинацией и полагая, что коэффициент амбиполярной диффузии не зависит от координат, для изменения концентрации электронов (или ионов) во времени получаем выражение

$$n_e(t) = n_e(0) \exp \left\{ -\frac{1}{\Lambda^2} \int_0^t D_a(t) dt \right\}, \quad (3)$$

где  $n_e(0)$  — начальная концентрация электронов, соответствующая моменту выключения разрядного тока ( $t=0$ ), а  $\Lambda$  — так называемая диффузионная длина данного газового объема. В случае газового объема цилиндрической формы высотой  $h$  и с радиусом  $R$  диффузионная длина в первом приближении определяется соотношением

$$\frac{1}{\Lambda^2} = \left( \frac{2,4}{R} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{h} \right)^2. \quad (4)$$

Если  $h \gg R$  (длинная разрядная трубка), то  $\Lambda \approx R/2,4$ .

Рассмотрим подробнее, как происходит изменение во времени коэффициента амбиполярной диффузии в процессе деионизации плазмы. В общем случае

$$D_a = \mu_i (T_e + T_i), \quad (5)$$

где  $\mu_i$  — подвижность положительных ионов,  $T_e$  и  $T_i$  — температуры электронов и ионов. Заметим, что  $\mu_i = \mu_{i0}/p$ , где  $p$  — давление газа (в торах),  $\mu_{i0}$  — подвижность ионов при  $p=1$  тор. Распадаясь, плазма «остывает» и становится изотермической:  $T_e$  и  $T_i$  приближаются к температуре газа  $T_g$ . В стационарных условиях при протекании электрического тока через разреженный газ плазма сугубо неизотермическая.

В стадии деионизации ионы плазмы быстро передают избыток своей энергии молекулам газа и поэтому температура ионов за короткое время ( $\sim 10/p$  [тор] мкс) уравнивается с температурой

газа  $T_g$ . Считая последнюю практически постоянной во время деионизации в уравнении (5), можно положить  $T_i = T_g = \text{const}$ . Что же касается температуры электронов, то она уменьшается гораздо медленнее, так как при упругих соударениях электроны передают нейтральному газу очень малую часть своей энергии.

В таких газах, как пары ртути, гелий, водород, для которых  $\lambda_e \sim \bar{V}_e$ , где  $\lambda_e$  — длина свободного пробега, а  $\bar{V}_e$  — средняя скорость теплового движения электронов, эффективная частота соударений электронов с нейтральными атомами практически не зависит от скорости  $v_{эфф} \sim \frac{\bar{V}_e}{\lambda_e} \sim \text{const}$  и следовательно, от тем-

пературы. В этом случае электронная температура меняется со временем по закону

$$T_e(t) - T_g = [T_e(0) - T_g] e^{-t/\theta_e}, \quad (6)$$

где  $T_e(0)$  — температура электронов в стационарной плазме (при прохождении электрического тока),  $\theta_e \sim 1/\kappa \cdot v_{эфф}$ ,  $\kappa$  — средняя доля кинетической энергии электрона, теряемой им при одном упругом соударении  $\kappa = 2m_e/M_g$ ,  $v_{эфф}$  — эффективная частота соударений электронов с нейтральными атомами,  $\theta_e$  — постоянная времени спада электронной температуры ( $\theta_e = 2m_e/M_g v_{эфф}$ ).

Подставляя (6) в (5) и замечая, что  $T_e(0) \gg T_g$ , получаем

$$D_a(t) = \frac{\mu_{i0}}{p} [2T_g + T_e(0) e^{-t/\theta_e}]. \quad (7)$$

Выражение (7) определяет постепенное замедление диффузии в процессе деионизации плазмы. В начальные моменты деионизации (при  $t=0$ )

$$D_a(0) \approx \frac{\mu_{i0}}{p} T_e(0), \quad (8)$$

что соответствует скорости диффузии в стационарной (неизотермической) плазме. После остывания плазмы (при  $t \gg \theta_e$ )

$$D_a(\infty) \approx 2 \frac{\mu_{i0}}{p} T_g \ll D_a(0). \quad (9)$$

Простейший закон деионизации, т. е. уменьшения числа электронов во времени, легко определяется из уравнения (3), если положить в нем  $D_a = \text{const}$ , что выполняется либо в начальные моменты деионизации, либо после полного выравнивания температур в плазме. В этом случае

$$n_e(t) = n_e(0) e^{-\frac{D_a}{\Lambda^2} t} = n_e(0) e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10)$$

т. е. концентрация электронов убывает по экспоненте с характер-

ным временем  $\tau = \Lambda^2/D_a$ , которое называется постоянной времени деионизации. Очевидно, что эта постоянная тем больше, чем больше объем, занятый плазмой и чем больше начальное давление газа (не учитывается объемная рекомбинация). Кроме того, эта величина зависит также от рода газа.

Экспоненциальную зависимость (10) можно представить в виде

$$\ln \left[ \frac{n_e(t)}{n_e(0)} \right] = -\frac{t}{\tau}. \quad (11)$$

Следовательно, график зависимости  $\ln \left[ \frac{n_e(t)}{n_e(0)} \right]$  от  $t$  должен представлять прямую линию (рис. 1, кривая 1). В действительности коэффициент амбиполярной диффузии непостоянен в процессе деионизации. Подставляя выражение для  $D_a$  (7) в (3), получаем более общий закон изменения концентрации электронов во времени:

$$n_e(t) = n_e(0) \exp \left\{ -\frac{\theta_e}{\tau_0} (1 - e^{-t/\theta_e}) - \frac{t}{\tau_\infty} \right\}, \quad (12)$$

где  $\tau_0 = \Lambda^2/D_a(0)$  и  $\tau_\infty = \Lambda^2/D_a(\infty)$  — начальная и конечная «постоянные времени» деионизации, определяемые начальным и конечным значениями коэффициентов диффузии (формулы (7), (8)).

Выражение (12) представляет собой более сложный закон деионизации (рис. 1, кривая 2). Однако в начальные моменты времени (при  $t \ll \theta_e$ ) он может быть представлен приближенной формулой типа (10):

$$n_e(t) = n_e(0) e^{-t/\tau_0}, \quad (13)$$

так как  $\tau_\infty \gg \tau_0$  и  $1/\tau_\infty$  можно пренебречь по сравнению с  $1/\tau_0$ .

В значительно поздние моменты времени (при  $t \gg \theta_e$ ), когда температуры компонент плазмы уже практически равны между собой, можно получить более простую приближенную формулу

$$n_e(t) = n'_e e^{-t/\tau_\infty}, \quad (14)$$

которая также представляет собой экспоненциальный закон, но с гораздо большей постоянной времени деионизации ( $\tau_\infty \gg \tau_0$ ) и другим начальным значением концентрации электронов

$$n'_e = n_e(0) e^{-\theta_e/\tau_0}. \quad (15)$$

На практике весь ход процесса деионизации в некоторых случаях может быть выражен простым экспоненциальным законом типа выражения (10). Действительно, если условия таковы, что  $\tau_0 \ll \theta_e$ , то плазма распадается (деионизуется) гораздо быстрее, чем остывает (при самых низких давлениях). Тогда практически во все время процесса  $D_a(t) = D_a(0) = \text{const}$  и  $n_e = n_0 e^{-t/\tau_0}$  (13). В противном случае ( $\tau_0 \gg \theta_e$ ) плазма остывает гораздо быст-

рее, чем деионизуется (при сравнительно высоких давлениях), вскоре после начала процесса происходит выравнивание температур,  $D_a(t)$  быстро падает до постоянного значения  $D_a(\infty)$  и концентрация электронов убывает по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\tau_\infty$  (14).

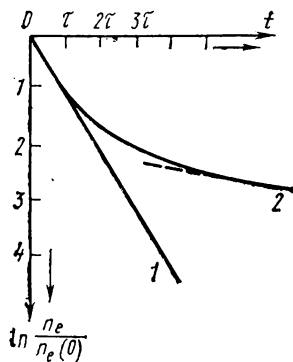


Рис. 1. Изменение величины  $\ln \left[ \frac{n_e(t)}{n_e(0)} \right]$  во времени

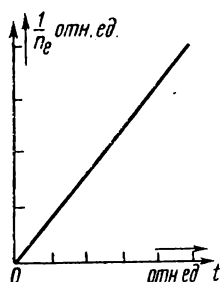


Рис. 2. Изменение величины  $1/n_e$  во времени

Вышеприведенные формулы и выводы справедливы в том случае, когда выполняется диффузионный режим движения заряженных частиц в газе ( $\lambda_i \ll \Lambda$ ) и когда не учитывается влияние объемной рекомбинации.

Если скорость уменьшения числа электронов определяется процессом объемной рекомбинации, а диффузией частиц к стенкам разрядной трубки можно пренебречь, уравнение (1) переписывается в виде

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = -\alpha n_e^2. \quad (16)$$

Решение этого уравнения приводит к следующей зависимости  $n_e$  от времени:

$$\frac{1}{n_e(t)} - \frac{1}{n_e(0)} = \alpha_e t. \quad (17)$$

Следовательно, если рекомбинация в объеме — основной процесс деионизации, то зависимость  $n_e(t)$ , построенная в координатах  $1/n_e(t)$ ,  $t$ , представляет собой прямую линию, угол наклона которой определяется коэффициентом объемной рекомбинации  $\alpha_e$  (рис. 2).

Таким образом, исследуя изменение концентрации электронов во времени в процессе распада плазмы (после мгновенного выключения тока через газ), можно определить основные механизмы

деионизации (рис. 1 и 2). Некоторую информацию о механизме деионизации плазмы можно получить также, исследуя свечение плазмы в стадии деионизации. Действительно, энергия, уносимая в единицу времени из единицы объема излучением, соответствующим переходу возбужденного атома из состояния  $m$  в состояние  $k$  в отсутствие поглощения, равна

$$I_{mk} = h\nu_{mk} \cdot n_m \cdot A_{mk}, \quad (18)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $\nu_{mk}$  — частота кванта,  $n_m$  — концентрация атомов в состоянии  $m$ ,  $A_{mk}$  — вероятность перехода  $m \rightarrow k$ .

В общем случае концентрация возбужденных атомов  $n_m$  определяется из уравнения баланса, которое учитывает все возбуждающие процессы (приводящие к заселению данного уровня) и процессы девозбуждения (приводящие к расселению уровня). В число этих процессов входят: возбуждение электронным ударом, рекомбинация в тройном соударении, радиационная рекомбинация, спонтанные переходы электронов на нижележащие уровни, фотоионизация, диффузия возбужденных атомов и т. д. Однако в плазме положительного столба низкого давления и относительно малой концентрации электронов ( $n_e < 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ) основным процессом возбуждения данного уровня можно считать возбуждение электронным ударом, а процессом девозбуждения — спонтанные переходы электронов на нижележащие уровни. Более того, в некоторых простых случаях достаточно рассматривать только два дискретных уровня в атоме: 0 — основной и  $m$  — первый возбужденный. Тогда уравнение баланса запишется в виде

$$n_m \sum_{n < m} A_{mn} = n_0 n_e \langle q_{0m} v_e \rangle, \quad (19)$$

где  $q_{0m}$  — сечение возбуждения верхнего уровня атома электронным ударом,  $v_e$  — скорость электронов. Отсюда

$$n_m = n_0 n_e \frac{\langle q_{0m} v_e \rangle}{\sum_{n < m} A_{mn}}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (18) для интенсивного излучения, получаем

$$I_{mk} = C_m n_e n_0 h \nu_{mk}, \quad (21)$$

где

$$C_m = \frac{\langle q_{0m} v_e \rangle}{\sum_{n < m} A_{mn}} = a \int_{U_{\min}}^{\infty} q_{0m}(U) F_e(U) V \bar{U} dU, \quad (21')$$

$a = \text{const}$ ,  $U_{\min}$  — пороговый потенциал возбуждения уровня  $m$ ,  $U$  — энергия электрона,  $F_e(U)$  — функция распределения электро-

нов по энергиям,  $q_{0m}$  — сечение возбуждения, которое с достаточной точностью определяется эмпирической аппроксимацией Фабриканта

$$q_{0m}(U) = (q_{0m})_{\max} \frac{U - U_{\max}}{U_{\max} - U_{\min}} \exp \left\{ 1 - \frac{U - U_{\min}}{U_{\max} - U} \right\}, \quad (22)$$

где  $U_{\max}$  — энергия электрона, соответствующая максимуму сечения возбуждения  $(q_{0m})_{\max}$ . В случае максвелловской функции распределения по энергиям

$$C_m = 1,8 \cdot 10^8 (q_{0m})_{\max} \sqrt{U} f_1(U, U_{\max}, U_{\min}), \quad (23)$$

$$f_1 = \frac{b-1}{b^3} \left[ 2 + b \frac{U_{\min}}{U} \right] \exp \left\{ -\frac{U_{\min}}{U} \right\},$$

$$b = 1 + \frac{U}{U_{\max} - U_{\min}}.$$

Таким образом, в общем случае интенсивность излучения — сложная функция концентрации и температуры электронов.

Однако если в плазме в стадии деионизации реализуется случай быстрого выравнивания температур  $T_e = T_g = \text{const}$ , то, как легко видеть из (20),

$$I_{mk}(t) \sim \text{const } n_e(t), \quad (24)$$

т. е., исследуя зависимость излучения плазмы от времени, можно получить данные об изменении концентрации электронов и, следовательно, о механизме деионизации плазмы.

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

**1. Экспериментальная установка.** В плазме, остающейся в прямой цилиндрической трубке, наполненной разреженным газом, после прохождения в ней разрядного тока происходит деионизация. Принципиальную схему эксперимента можно представить следующим образом (рис. 3). Ток от источника ЭДС при замыкании ключа  $K_1$  пропускается через разрядную трубку ЭТ (ключ  $K_2$  разомкнут). В трубке возникает плазма, о концентрации зарядов в которой можно судить по току на зонд 3. Величина зондового тока (в относительных единицах) регистрируется при помощи зондовой схемы (рис. 3) и электронного осциллографа. Интегральное свечение плазмы регистрируется фотоумножителем, на который падает излучение от разрядной области. Сигнал с фотоумно-

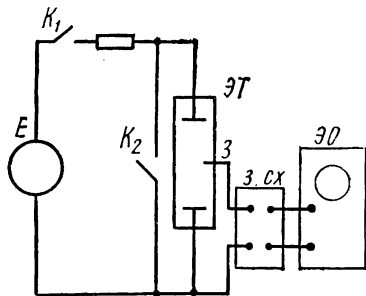


Рис. 3. Блок-схема установки

удобства наблюдения сравнительно быстро протекающего процесса деионизации плазмы он повторяется периодически с частотой 50 Гц. Для этого схема питается переменным напряжением (частота 50 Гц), что обеспечивает периодическое возобновление тока в разрядной трубке. Обрыв (гашение) тока осуществляется вспомогательным (гасящим) тириатроном  $T_3$  (рис. 4), играющим роль ключа  $K_2$  (рис. 3). Ток в разрядной трубке нарастает синусоидально; обрыв тока осуществляется при помощи фазорегулятора  $\Phi P$  и тириатронов  $T_1, T_2, T_3$ ; причем этот обрыв тока желательно осуществлять в момент прохождения тока через максимум, когда ток меняется крайне медленно. На тириатроне  $T_3$  (в отличие от идеального ключа) после его зажигания остается некоторое остаточное напряжение горения, которое компенсируется дополнительной батареей  $E_a$ , включенной между тириатроном  $T_3$  и разрядной трубкой.

142

тогда, поэтому на зонд все время идет ионный ток, который можно считать меняющимся пропорционально концентрации ионов. Наблюдение кратковременного процесса деионизации возможно при использовании осциллографа со ждущей разверткой. Для этой цели в схеме предусмотрена синхронизация запуска осциллографа, опережающая начало явления на несколько микросекунд.

Схема работает следующим образом. При включении ключа  $BK_1$  подается высокое напряжение на аноды тиратронов  $T_1, T_2$ ; одновременно с выпрямителя  $B_2$  на сетки тиратронов  $T_1, T_2, T_3$  подается отрицательное напряжение. Таким образом, все тиратроны находятся в запертом состоянии и ток через них не протекает. С помощью фазорегулятора  $\Phi P$  через конденсатор  $C_4$  на сетку тиратрона  $T_1$  подается синусоидальное переменное напряжение частотой 50 Гц, сдвинутое по фазе на  $90^\circ$  относительно напряжения сети, питающего анод экспериментальной трубки. Таким образом, тиратрон  $T_1$  отпирается в тот момент, когда напряжение на аноде разрядной трубки достигает максимального значения.

Импульс напряжения с сопротивления  $R_3$ , стоящего в цепи катода тиратрона  $T_1$ , подается на запуск электронного осциллографа. Этот же импульс через интегрирующую цепочку  $RC$  и конденсатор  $C_5$  подается на запуск тиратрона  $T_2$ . Цепочка  $RC$  обеспечивает необходимую задержку между запуском осциллографа и началом процесса деионизации. Положительный импульс с сопротивления  $R_6$  (в цепи катода  $T_2$ ) подается через конденсатор  $C_7$  на запуск «гасящего» тиратрона  $T_3$ . Высокое напряжение на аноды разрядной трубки и «гасящего» тиратрона (800 В) подается от сети переменного тока через выключатель  $BK_2$  и высоковольтный трансформатор. Ток в цепи экспериментальной трубки регулируется сопротивлениями  $R_{10}$  и  $R_8$ .

**2. Экспериментальные трубки.** В работе изучается деионизация плазмы, образовавшейся при протекании разрядного тока в парах ртути и гелии при низком давлении. Экспериментальная трубка представляет собой прямую цилиндрическую стеклянную трубку с накаливаемым (ртуть) или холодным (гелий) катодом. Вдоль оси трубки впаяны зонды.

Трубки, предварительно откачанные и обработанные на вакуумном посту, наполнены парами ртути или гелием и запаены. В трубках, наполненных гелием, изменяется давление газа и диаметр трубки.

Для регулирования давления паров ртути к трубке снизу припаян отросток, в котором находится капля жидкой ртути. Следовательно, изменяя температуру отростка, можно изменять давление насыщенного пара ртути в экспериментальной трубке. Для предотвращения конденсации паров ртути на стенках трубки последняя помещается в застекленный термостат, внутри которого укреплены специальные подогреватели. Необходимо, чтобы температура на  $20\text{--}30^\circ$  превышала температуру отростка, в котором находится жидкая ртуть. •



**3. Методика измерений.** Измерения при разряде в парах ртути целесообразно вести в такой последовательности. Сначала прогревом катода и подогревателей в термостате подготовить трубку к работе, удаляя из нее жидкую ртуть, которая могла бы в ней сконденсироваться. Устанавливают определенную (лучше самую низкую из данного диапазона температур) температуру отростка и термостата. Включают анодное напряжение, и фазорегулятором добиваются стабильного зажигания разряда в трубке. Осциллограф включают на ждущую развертку и подают на него сигнал с

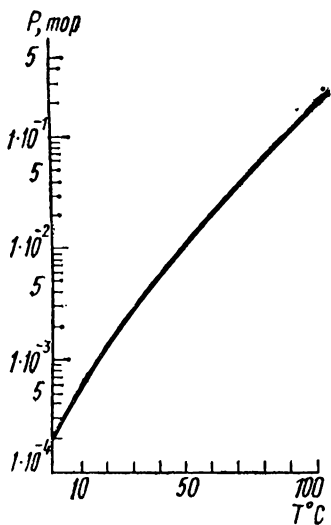


Рис. 5. Зависимость давления насыщающих паров ртути от температуры

зондовой схемы и синхронизирующий импульс; затем устанавливают необходимую длительность развертки. Зная масштаб данной развертки осциллографа, например 5 мкс/см, отсчитывают величину ионного тока в различные моменты времени. Отсчеты достаточно фиксировать в любых единицах, например в миллиметрах, на экране осциллографа. Закончив измерения при данной температуре, увеличивают температуру отростка и термостата. После установления новой температуры необходимо включить ток в разрядной трубке не менее чем на 5 мин для установления равновесного состояния. Всего надлежит провести измерения для трех-четырех давлений паров ртути. Зависимость давления паров ртути от температуры приведена на рис. 5.

При проведении измерений в разрядных трубках, наполненных гелием, каждую из трубок последовательно подключают к источнику высокого напряжения и к зондовой схеме. Затем проводят измерения величины ионного тока в различные моменты времени по методу, изложенному выше; измерения проводят при различных давлениях гелия и в трубках разного диаметра. Для измерения интенсивности свечения разряда в различные моменты времени необходимо включить питание фотоумножителя ( $\sim 1100$  В), поднести световод к трубке, в которой горит разряд, подать сигнал с фотоумножителя на второй канал электронного осциллографа. Величина интенсивности в относительных единицах измеряется так же, как и при измерениях величины зондового тока.

Полученные результаты представляются в виде графиков.

#### § 4. Упражнения

1. Провести измерения величины ионного тока и интенсивности свечения при разряде в парах ртути.

2. Провести измерения величины ионного тока и интенсивности свечения при разряде в гелии для различных давлений и диаметров разрядных трубок и при разных значениях разрядного тока.

На основании полученных результатов:

1) построить графики в полулогарифмическом масштабе зависимости измеренных величин от времени;

2) по графикам зависимости ионного тока от времени определить величины  $\tau_0$  и  $\tau_\infty$  для различных условий эксперимента, а затем вычислить величины коэффициентов диффузии  $D_0$  и  $D_\infty$ . Значения  $\tau_0$ ,  $\tau_\infty$ ,  $D_0$ ,  $D_\infty$ , определенные при различных условиях, свести в таблицу;

3) по графикам зависимости интенсивности свечения от времени определить соответствующие значения  $\tau_0$  и  $\tau_\infty$ , сравнить их с результатами, полученными из измерений ионного тока;

4) объяснить полученные результаты.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. «Радиофизическая электроника». Под ред. Н. А. Капцова. Изд-во МГУ, 1960, гл. 7, § 93.

2. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. М., «Наука», 1971 (ч. I, § 59, 60, 63—65; ч. II, § 36).

3. Энгель А. А. Ионизованные газы. М., Физматгиз, 1971.

4. Браун А. А. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М., Госатомиздат, 1961.

## 4. ИЗМЕРЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ВОЗБУЖДЕННЫХ АТОМОВ В ПЛАЗМЕ СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Методом измерения коэффициентов поглощения и абсолютных интенсивностей спектральных линий определяются концентрации возбужденных атомов в плазме газового разряда.

### § 1. Введение

На развитие газового разряда наряду с заряженными частицами влияют и возбужденные атомы и молекулы. В низкотемпературной плазме основной процесс образования ионов [1, 4, 5] и возбужденных молекул [4, 6] — соударения первого рода между молекулами газа и электронами, обладающими энергиями  $E \geq W_{кр}$ , где  $W_{кр} = W_i$ ,  $W_n$  ( $W_i$  — энергия ионизации,  $W_n$  — энергия возбуждения  $n$ -го уровня). При достаточно большой концентрации возбужденных атомов и молекул в плазме на скорость заселения возбужденных состояний и образования ионов влияют как прямые процессы, так и ступенчатые, т. е. ионизация или возбуждение на более высокий энергетический уровень при соударениях с уже возбужденными молекулами. Скорость ступенчатых процессов при определенных условиях может оказаться сравнимой или превосходить скорость прямых. Ступенчатые процессы могут производить

электроны с меньшими энергиями ( $E \geq W_i - W_n$  или  $E \geq W_n - W_m$ , где  $W_m < W_n$ ), а при максвелловском или близком к нему распределении электронов по энергиям количество электронов, обладающих энергией  $E \geq W_{i,n} - W_m$ , всегда больше, чем электронов с энергией  $E \geq W_{i,n}$ . Кроме того, эффективные сечения ступенчатых процессов гораздо больше, чем эффективные сечения прямых процессов [3]. В разряде (особенно в смесях разных газов и паров) наличие одних возбужденных молекул может привести к возбуждению [1, 3] или к ионизации [4] других молекул соударениями второго рода.

Концентрация возбужденных молекул определяется многими характеристиками газового разряда и свойствами рассматриваемой молекулы в данном энергетическом состоянии: температурой и давлением газа или паров, концентрацией и функцией распределения электронов по энергиям, размерами разрядного промежутка, эффективным временем жизни молекулы на рассматриваемом энергетическом уровне [2], эффективным сечением возбуждения данного уровня [3, 4] и др. Обычно в положительном столбе газового разряда концентрация возбужденных молекул бывает больше на уровнях, близко расположенных от основного состояния, особенно на резонансных и метастабильных.

В настоящей задаче изучаются методы определения концентрации возбужденных атомов в плазме на примере измерения концентрации атомов гелия на некоторых излучающих и метастабильных уровнях в зависимости от давления и силы разрядного тока.

## § 2. Теория

Существует несколько оптических методов определения концентрации возбужденных атомов в плазме газового разряда [2, 3].

Метод измерения концентрации возбужденных атомов на основе наблюдения явления «обращения» спектральных линий заключается в том, что через объем плазмы пропускается излучение, испускаемое черным телом, температура которого известна. Наблюдая за спектром общего излучения через спектроскоп, изменением температуры черного тела добиваются того, чтобы на фоне сплошного спектра излучения черного тела исчезла наблюдаемая линия, испускаемая плазмой. Это и называется обращением спектральной линии. В момент обращения мощность, излучаемая плазмой, равняется мощности поглощения участка сплошного спектра черного тела в области ширины линии испускания. Можно показать, что при этом температуры обоих источников равны. Зная температуру обращения  $T_a$  для данной длины волны, пользуясь формулой Больцмана

$$\frac{N_n}{N_m} = \frac{g_n}{g_m} e^{-\frac{W_n - W_m}{kT_a}}, \quad (1)$$

найдем отношение концентраций атомов на верхнем и нижнем уровнях для рассматриваемой линии. Здесь  $g_{n,m}=2J_{n,m}+1$  — статистические веса верхнего и нижнего состояний ( $J$  — внутреннее квантовое число уровня),  $T_a$  — температура обращения. Этот простой метод имеет ограниченное применение из-за того, что не всегда можно подобрать источник сплошного излучения достаточно высокой температуры.

Методом измерения заселенности уровней, как излучающих, так и метастабильных, является метод крюков Рожественского, основанный на определении коэффициентов преломления газа вблизи линии поглощения.

Концентрации возбужденных атомов на верхних уровнях могут быть определены по измеренным с учетом реабсорбции интенсивностям спектральных линий в абсолютных единицах по формуле

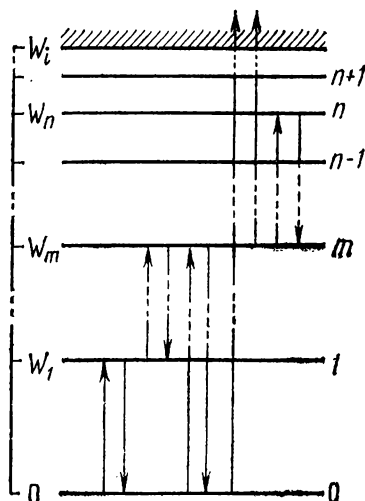


Рис. 1. Схема энергетических уровней

$$\varepsilon_{nm} = \mathcal{A}_{nm} N_m h\nu_{nm}. \quad (2)$$

Здесь  $\varepsilon_{nm}$  — интенсивность (мощность) излучения спектральной линии,  $\mathcal{A}_{nm}$  — вероятность спонтанного перехода атома из верхнего  $n$ -го в нижнее  $m$ -е состояние,  $h\nu_{nm}$  — энергия излучения кванта (рис. 1). Под интенсивностью спектральной линии понимается интегральная мощность излучения в пределах ширины линии, т.е.

$$\varepsilon_{nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(\nu) d\nu. \quad (3)$$

Реабсорбция — поглощение света в пределах самого источника.

Имеется много разновидностей метода определения заселенностей нижних уровней, основанного на измерении коэффициентов поглощения спектральных линий [1, 2]. В этой задаче используется наиболее простой метод измерения реабсорбции излучения — метод одного плоского зеркала за трубкой.

Определение заселенностей энергетических уровней поглощающих атомов  $N_m$  основано на известном соотношении, связывающем интеграл от коэффициента поглощения  $\kappa(\nu)$  с произведением  $\mathcal{A}_{nm} N_m$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa(\nu) d\nu = \frac{g_n}{g_m} \frac{\lambda_{nm}}{8\pi} \mathcal{A}_{nm} N_m \left( 1 - \frac{g_m}{g_n} \frac{N_n}{N_m} \right). \quad (4)$$

Здесь  $\lambda_{nm}$  — длина волны спектральной линии (рис. 1); остальные обозначения такие же, как в формулах (1) — (3). Второй член, стоящий в формуле (4) справа в скобках, обусловлен индуцированными переходами. В условиях равновесной плазмы распределение молекул по энергетическим уровням подчиняется закону Больцмана (1). Если в разряде в силу каких-либо причин нарушается равновесная заселенность между уровнями  $n$  и  $m$ , тогда может быть

$$\frac{g_m}{g_n} \frac{N_n}{N_m} > 1,$$

что является признаком среды с отрицательным коэффициентом поглощения или среды с инверсной заселенностью энергетических уровней [6].

**1. Метод определения заселенностей верхних энергетических уровней спектральных линий по измерению их абсолютных интенсивностей.** Поскольку спектральный прибор регистрирует падающий на него интегральный поток излучения  $\Phi$ , а в формулу (2) входит величина мощности излучения единицы объема  $\varepsilon_{nm}$ , необходимо знать связь между ними.

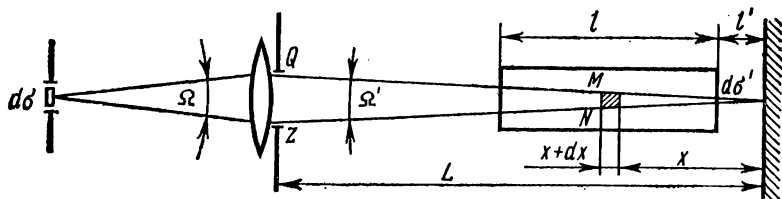


Рис. 2. Оптическая схема

Выделим элемент объема  $dsdx$  в однородно светящемся столбе длиной  $l$  (рис. 2). Световой поток, приходящийся на интервал частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ , от этого элемента объема внутри телесного угла  $d\Omega$  равен

$$d\Phi_0(\nu) d\nu = \frac{1}{4\pi} d\varepsilon(\nu) dx ds d\Omega d\nu. \quad (5)$$

При прохождении  $d\Phi_0(\nu) d\nu$  через толщу светящегося столба происходит самопоглощение света. За пределы столба выйдет поток

$$d\Phi_{(l-x)}(\nu) d\nu = d\Phi_0(\nu) \exp[-\kappa(\nu)(l-x)] d\nu, \quad (6)$$

где  $\kappa(\nu)$  — коэффициент поглощения излучения частоты  $\nu$ ,  $x$  — расстояние элемента объема  $dsdx$  от заднего конца столба. Под-

ставив значение  $d\Phi_0(\nu)$  в (6) из (5) и выполнив интегрирование в пределах от 0 до  $l$ , найдем [1]

$$d\Phi(\nu) d\nu = \frac{1}{4\pi} \frac{d\varepsilon(\nu)}{\kappa(\nu)} ds d\Omega d\nu [1 - \exp(-\kappa(\nu)l)]. \quad (7)$$

Ограничимся случаем доплеровского контура линии, причем будем считать, что линии испускания и поглощения имеют одинаковый контур, т. е.

$$\varepsilon(\nu) = \varepsilon(0) \exp(-\omega^2), \quad \kappa(\nu) = \kappa(0) \exp(-\omega^2). \quad (8)$$

В этих формулах  $\kappa(0)$ ,  $\varepsilon(0)$ ,  $\nu(0)$  относятся к центру линии (рис. 3), а

$$\omega = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D} [\nu - \nu(0)], \quad (9)$$

где доплеровская ширина линии  $\Delta\nu_D$ , т. е. ширина линии при ординате

$$\kappa(\nu) = \frac{1}{2} \kappa(0),$$

равна

$$\Delta\nu_D = 2\sqrt{\frac{2 \ln 2 RT}{\mu} \frac{\nu(0)}{c}}. \quad (10)$$

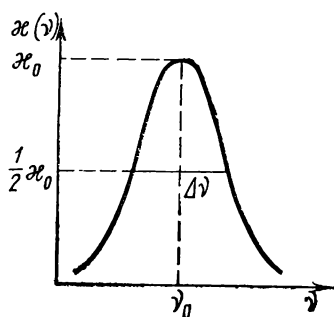


Рис. 3. Контур спектральной линии

Здесь  $c$  — скорость света,  $\mu$  — атомный вес,  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Интегрируя формулу (7) по частотам в пределах контура линии, получим

$$\Phi = \frac{ds d\Omega}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varepsilon(\nu)}{\kappa(\nu)} [1 - \exp(-\kappa(\nu)l)] d\nu. \quad (11)$$

Подставляя сюда значения  $\varepsilon(\nu)$  и  $\kappa(\nu)$  по (8) и заменяя  $\nu$  через  $\omega$  по (9), получим

$$\Phi = \frac{\Delta\nu_D}{2\sqrt{\ln 2}} \frac{ds d\Omega}{4\pi} \frac{\varepsilon(0)}{\kappa(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - \exp[-\kappa(0)l \exp(-\omega^2)]\} d\omega. \quad (12)$$

Функция

$$S(\kappa(0)l) = \frac{1}{\sqrt{\pi\kappa(0)l}} \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - \exp[-\kappa(0)l \exp(-\omega^2)]\} d\omega \quad (13)$$

называется функцией Ладенбурга — Леви. Численные значения  $S(\kappa(0)l)$  при изменении оптической толщины излучающего слоя от 0 до 10 приведены в табл. 1 [1, 2].

Таблица 1

Функция Ладенбурга — Леви

$\kappa(0)l$	$S$	$\kappa(0)lS$	$\kappa(0)l$	$S$	$\kappa(0)lS$
0	1,000	0	1,2	0,683	0,820
0,10	0,964	0,0964	1,4	0,646	0,905
0,15	0,948	0,142	1,6	0,616	0,985
0,20	0,933	0,187	1,8	0,584	1,050
0,25	0,917	0,229	2,0	0,556	1,112
0,30	0,902	0,270	2,2	0,532	1,170
0,35	0,887	0,311	2,4	0,507	1,218
0,40	0,872	0,348	2,6	0,487	1,267
0,45	0,859	0,387	2,8	0,468	1,311
0,50	0,844	0,422	3,0	0,450	1,350
0,55	0,831	0,457	3,2	0,432	1,385
0,60	0,818	0,491	3,4	0,417	1,415
0,65	0,806	0,524	4,0	0,372	1,488
0,70	0,793	0,555	4,4	0,347	1,530
0,75	0,780	0,585	5,0	0,316	1,580
0,80	0,768	0,620	6,0	0,276	1,656
0,85	0,757	0,640	7,0	0,246	1,720
0,90	0,745	0,675	8,0	0,222	1,778
0,95	0,734	0,700	9,0	0,202	1,820
1,00	0,725	0,725	10,0	0,186	1,860

На основании формул (12) и (13) для измеряемой величины потока  $\Phi$ , излучаемой однородным источником толщиной  $l$ , имеем

$$\Phi = \frac{dsd\Omega}{4\pi} \frac{\Delta\nu_K \sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} \varepsilon(0) l S(\kappa(0)l). \quad (14)$$

Таким образом, мы получили зависимость потока интегрального излучения  $\Phi$ , выходящего за пределы протяженного однородного источника длины  $l$  в заданном направлении, от величины интегральной мощности излучения единицы объема с учетом реабсорбции в виде

$$\Phi_{nm} = \frac{dsd\Omega}{4\pi} \varepsilon_{nm} l S(\kappa(0)l), \quad (15)$$

где

$$\varepsilon_{nm} = \frac{\Delta\nu_K}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} \varepsilon(0). \quad (16)$$

Величина оптической толщины  $\kappa(0)l$ , определяющая функцию  $S(\kappa(0)l)$ , может быть найдена из измерения реабсорбции соответствующих спектральных линий.

**2. Измерение коэффициента поглощения.** Влияние самопоглощения на интенсивность излучения, испускаемого ионизованным газом, количественно характеризуется коэффициентом поглощения  $\kappa(\nu)$ . Последняя величина может быть определена путем контролируемого изменения оптической толщины излучающего слоя плазмы.

Пусть излучение от источника 1 проходит через объем 2 (рис. 4), содержащий атомы, поглощающие излучение. Тогда величина полного поглощения определяется как

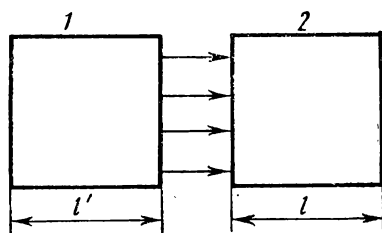


Рис. 4. 1 — излучающий сосуд;  
2 — поглощающий сосуд

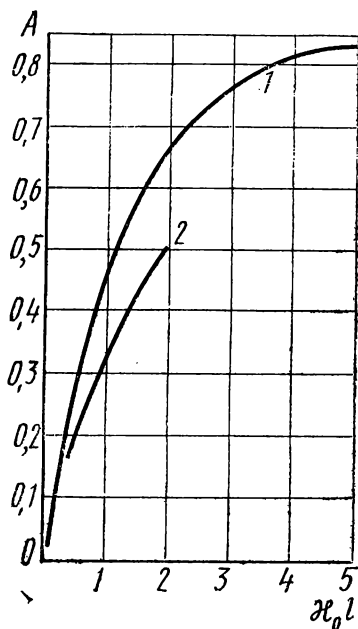


Рис. 5. Зависимость величины полного поглощения  $A$  от оптической плотности среды  $\kappa(0)l$ :

1 — для простой линии; 2 — для линии гелия  $\lambda=5875$  Å, состоящей из трех компонент тонкой структуры

$$A = 1 - \frac{\text{поток прошедшего излучения}}{\text{поток падающего излучения}}. \quad (17)$$

Поток излучения в единичном интервале частот, выходящий из источника 1 в заданном направлении, с точностью до постоянной равен

$$\Phi_\nu = C[1 - \exp(-\kappa'_\nu l')]. \quad (18)$$

Если излучающий слой 1 и поглощающий слой 2 идентичны во всех отношениях, т. е. имеют одинаковую температуру, давление, одинаковое распределение атомов по энергетическим уровням и одинаковую толщину, то для малых значений  $\kappa_0 l (\leq 3)$ , когда



краями линии поглощения можно пренебречь и ее контур рассматривать как чисто доплеровский (8), выражение (18) принимает вид

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - \exp[-\kappa_0 l \exp(-\omega^2)]\}^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - \exp[-\kappa_0 l \exp(-\omega^2)]\} d\omega} = F(\kappa_0 l). \quad (19)$$

Зависимость  $A = F(\kappa_0 l)$  может быть представлена в виде таблицы (табл. 2) или графика (рис. 5) [1, 2]. Измерив величину полного

Таблица 2

$\kappa(0)l$	$A$	$\kappa(0)l$	$A$
0,1	0,066	0,9	0,4382
0,2	0,1298	1,0	0,4692
0,3	0,1864	1,2	0,5236
0,4	0,2382	1,4	0,5697
0,5	0,2854	1,6	0,6104
0,6	0,3288	1,8	0,6445
0,7	0,3686	2,0	0,6729
0,8	0,4045		

поглощения  $A$ , из табл. 2 можно найти значения  $\kappa_0 l$  (рис. 5) и необходимую для учета реабсорбции функцию  $S(\kappa_0 l)$ .

Все приведенные выше рассуждения относились к простой спектральной линии, имеющей доплеровский контур. Однако многие линии обладают сверхтонкой структурой или настолько узкой мультиплетной структурой, что она остается неразрешенной используемым спектральным прибором. Непосредственное применение изложенного метода определения  $A$  может привести к значительным ошибкам [2].

**3. Учет тонкой структуры.** Если расстояние между компонентами значительно меньше полуширины их контура, суммарный контур по форме близок к контурам составляющих его компонент. Для линии со слившимися компонентами значение коэффициента поглощения  $\kappa_0$  в максимуме равно сумме коэффициентов поглощения в максимумах отдельных компонент.

Если отдельные компоненты сверхтонкой или узкой мультиплетной структуры имеют неперекрывающиеся контуры (доплеровская ширина значительно меньше расстояния  $\Delta\nu$  между компонентами), то можно вывести аналитические формулы, позволяющие

по наблюдаемому поглощению  $A$  определить величину  $\kappa_0$  для отдельных компонент. В этом случае среднее полное поглощение

$$\bar{A} = \frac{(\kappa_0 l S A)^{(1)} + (\kappa_0 l S A)^{(2)} + \dots}{(\kappa_0 l S)^{(1)} + (\kappa_0 l S)^{(2)} + \dots}. \quad (20)$$

Таким образом, для того чтобы вычислить  $A$ , необходимо знать соответствующие значения  $\kappa_0 l$  для всех компонент сверхтонкой структуры: для 1, 2, 3... Они определяются следующим образом. Если имеется  $j$  компонент сверхтонкой структуры, то экспериментальное или теоретическое определение интенсивности компонент дает  $j-1$  уравнений:

$$(\kappa_0 l)^{(1)} : (\kappa_0 l)^{(2)} : \dots : (\kappa_0 l)^{(j)} = I^{(1)} : I^{(2)} : \dots : I^{(j)},$$

где  $I^{(1)}, I^{(2)}, \dots, I^{(j)}$  — интенсивности. Еще одно уравнение, необходимое для вычисления всех  $\kappa_0 l$ , дается соотношением

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} \Delta \nu_{\text{д}} [(\kappa_0 l)^{(1)} + (\kappa_0 l)^{(2)} + \dots] = \begin{cases} \frac{\lambda_0^2}{8\pi\tau} \frac{g_m}{g_n} N_m l, \\ \frac{\pi e^2}{m_0 c} f_{mn} N_m l. \end{cases} \quad (21)$$

Если же контуры отдельных компонент линии частично перекрываются, то аналитическое решение задачи становится слишком громоздким и приходится пользоваться численным или графическим способом [2].

Оценим влияние тонкой структуры линии He I ( $2^3P_{210} - 3^3D_{321}$ )  $\lambda = 5875 \text{ \AA}$  на величину поглощения  $A$  путем графического подсчета интенсивности компонент. Схема рассматриваемых переходов имеет следующий вид (рис. 6): уровни  $3^3D_{321}$  терма  $3^3D$  практически совпадают (расщепление этого уровня составляет сотые и тысячные доли процента от расщепления уровня  $2^3P$ ). Терм  $2^3P$  обращенный. По правилу интенсивностей яркости компонент относятся как 1:3:5 соответственно статистическим весам уровней  $2^3P_0$ ,  $2^3P_1$  и  $2^3P_2$ . Те же отношения сохраняются для коэффициентов поглощения в центре линии отдельных компонент (рис. 6). Связь между коэффициентом поглощения  $\kappa_0$  и коэффициентом излучения  $I_0$  зависит от относительной заселенности уровней  $N_m/N_n$ . Если оба уровня  $m$  и  $n$  имеют тонкую структуру, для отдельной компоненты  $i \rightarrow j$  можно записать [2]

$$\kappa(0)_{ji} = \frac{c^3}{2h\nu_{ij}^3} \frac{g_i}{g_j} \frac{N_j}{N_i} I(0)_{ij}. \quad (22)$$

Для близко расположенных подуровней легче возникает равновесное распределение, чем для далеко отстоящих, и возможен случай, когда при отсутствии общего равновесия в плазме каждая из групп подуровней заселена равновесно. Так как частоты компонент близки друг к другу, напишем

$$N_j = \frac{g_j}{g_m} N_m; \quad N_i = \frac{g_i}{g_n} N_n,$$

и формула (22) принимает вид

$$\kappa(0)_{ji} = \frac{c^2}{2h\nu_{ij}^3} \frac{g_n}{g_m} \frac{N_m}{N_n} I(0)_{ij}. \quad (23)$$

Если величина  $N_m/N_n$  постоянна, коэффициенты поглощения компонент сложной линии пропорциональны их яркостям. Такое частичное выполнение закона Больцмана позволяет вести обработку результатов измерений, проведенных для линий, имеющих тонкую структуру, если для всей группы компонент сложной линии отношение  $N_m/N_n$  сохраняется постоянным в условиях опыта.

Пренебрегая расщеплением верхнего уровня для суммарной вероятности перехода  $\mathcal{A}_{nm}$  и вероятностей перехода отдельных компонент, можно записать  $\mathcal{A}_{nj} = \mathcal{A}_{nm} a_j / \sum_j a_j$ , где  $\mathcal{A}_{n1} : \mathcal{A}_{n2} : \mathcal{A}_{n3} = a_1 : a_2 : a_3 = 1 : 3 : 5$ , так как если выпол-

нено правило интенсивностей, то  $a_j = g_j$ , где  $g_j$  — статистические веса подуровней, на которые расщеплен уровень  $m$ . Заметим, что по определению две компоненты  $\lambda_2 = 5875,648$  А и  $\lambda_3 = 5875,618$  А следует считать частично перекрывающимися, поскольку расстояние между подуровнями,  $\nu_2 - \nu_3 = \Delta^3 P_{23} = 0,26 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>, сравнимо по величине с доплеровской полушириной отдельных компонент  $\Delta\nu_d = 0,365 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup> [2]. Самую слабую компоненту, соответствующую переходу  $2^3P_0 - 3^3D_1$ , следует считать полностью разделенной с двумя другими (частично перекрывающимися), так как  $\Delta^3 P_{01} = 2,96 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>  $\gg \Delta\nu_d$ .

Если используемая аппаратура не обладает достаточно разрешающей силой и компоненты при измерении сливаются, полная мощность излучения всех компонент  $I_{nm}$  равна сумме мощностей отдельных компонент  $I_{nj}$ . Но теперь совокупность компонент не может рассматриваться как одна линия с некоторым определенным значением коэффициента поглощения в центре линии, так как поглощение совокупности линий с разными частотами не подчиняется простому экспоненциальному закону.

В случае применения метода трубки с одним зеркалом  $I'$  — интенсивность потока от трубки  $I$  с учетом реабсорбции и потерь на переднем окошке,  $rI'$  — интенсивность от ее изображения,  $r$  — коэффициент отражения зеркала.

Пусть известны соотношения первичных интенсивностей компонент  $(I_{01} : I_{02} : I_{03} = a_1 : a_2 : a_3)$  и коэффициентов поглощения в центре линии ( $\kappa_{01} : \kappa_{02} : \kappa_{03} = b_1 : b_2 : b_3$ , т. е.  $I_{0j} = C a_j$ ;  $\kappa_{0j} = C' b_j$ , где  $C$  и  $C'$  — постоянные в условиях опыта. Тогда функция распределения интенсивности для  $j$ -й компоненты, первоначальный доплеровский контур которой искажен за счет реабсорбции внутри трубки, имеет вид [2]

$$I_j(\nu) = r \frac{C}{C'} \frac{a_{0j}}{b_{0j}} \left( 1 - \exp \left\{ -C' b_{0j} l \exp \left[ -\beta c^2 \left( \frac{\nu - \nu_{0j}}{\nu_{0j}} \right)^2 \right] \right\} \right) \quad (24)$$

( $\beta = \mu/2RT$ ,  $c$  — скорость света), а распределение интенсивности для суммарного излучения всех компонент —

$$I'(\nu) = r \frac{C}{C'} \sum_j \frac{a_{0j}}{b_{0j}} \left( 1 - \exp \left\{ -C' b_{0j} l \exp \left[ -\beta c^2 \left( \frac{\nu - \nu_{0j}}{\nu_{0j}} \right)^2 \right] \right\} \right). \quad (25)$$

Интегральная интенсивность равна площади, лежащей между кривой  $I'(\nu)$  и осью абсцисс. При прохождении вторично через трубку часть светового потока поглотится, и коэффициент поглощения для каждой частоты  $\nu$  должен быть равен сумме коэффициентов поглощения отдельных компонент, взятых для той же частоты  $\nu$ :

$$\kappa_\nu = \sum_j \kappa_j(\nu).$$

Таким образом, зависимость суммарной интенсивности от частоты для излучения, прошедшего через трубку, при измерении с открытым зеркалом имеет вид

$$I''(\nu) = I'(\nu) \exp \left[ - \sum_j \kappa_j(\nu) l \right]. \quad (26)$$

Вычислим графически интегральную интенсивность всех трех компонент, искаженных за счет реабсорбции при однократном прохождении пути для различных

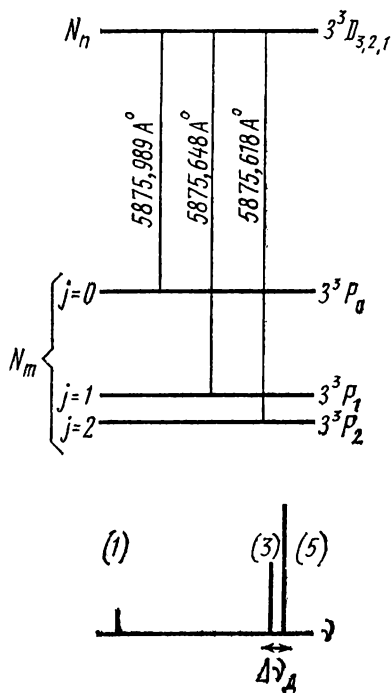


Рис. 6. Схема возникновения компонент тонкой структуры для перехода  $2^3P_{210} \rightarrow 3^3D_{321}$  (He I)

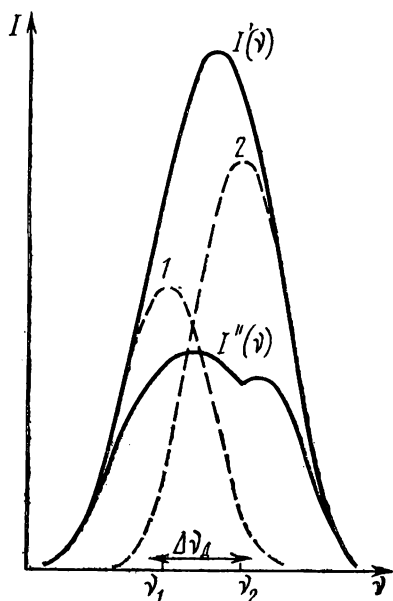


Рис. 7. Реабсорбированные контуры двух компонент линии гелия:  
 $1 - \lambda_2 = 5875,648 \text{ Å}$ ;  $2 - \lambda_3 = 5875,618 \text{ Å}$ ;  $I'(\nu)$  — их суммарный контур;  $I''(\nu)$  — контур, образующийся при повторном поглощении в трубке

значений  $\kappa_0 l$ . Она будет пропорциональна суммарной площади  $S'$ , заключенной между осью абсцисс и результирующими контурами всех компонент тонкой структуры. Тогда, если для тех же значений  $\kappa_0 l$  интегральная интенсивность, полученная при повторном прохождении через источник,  $\sim S''$  (рис. 7), величину относительного поглощения, согласно (16), определим как

$$A = (S' - S'')/S'.$$

Если величины  $a_{0j}$  и  $b_{0j}$  известны, поглощение  $A$  — функция только одной переменной  $\kappa_0 l$  [2]. Имея график зависимости  $A$  (рис. 5, кривая 2) от  $\kappa_0 l$  (здесь

$\kappa_0 l = \sum_j \kappa_{0j} l_j$ , по измеренному для совокупности линий значению поглощения можно по этой кривой определить  $\kappa_0 l$ , а следовательно, и  $\kappa_{0j}$  и  $l_{0j}$  для всех компонент. Из рис. 5 видно, что если бы мы определяли  $\kappa_0 l$  по зависимости  $A(\kappa_0 l)$ , выведенной для простой линии (кривая 1), то по измеренному поглощению  $A=0,465$  мы нашли бы  $\kappa_0 l=0,98$  вместо  $\kappa_0 l=1,28$  по кривой 2. Соответствующие значения для компонент:  $\kappa_{01} l=0,19$ ;  $\kappa_{02} l=0,327$  и  $\kappa_{03} l=0,544$  вместо правильных значений  $\kappa_{01} l=0,142$ ;  $\kappa_{02} l=0,427$  и  $\kappa_{03} l=0,711$ . Ошибка, связанная с учетом тонкой структуры, растет с ростом оптической толщины слоя.

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

При практическом использовании оптических методов для определения концентрации возбужденных атомов необходимо проверить, насколько реальные условия эксперимента отвечают следую-

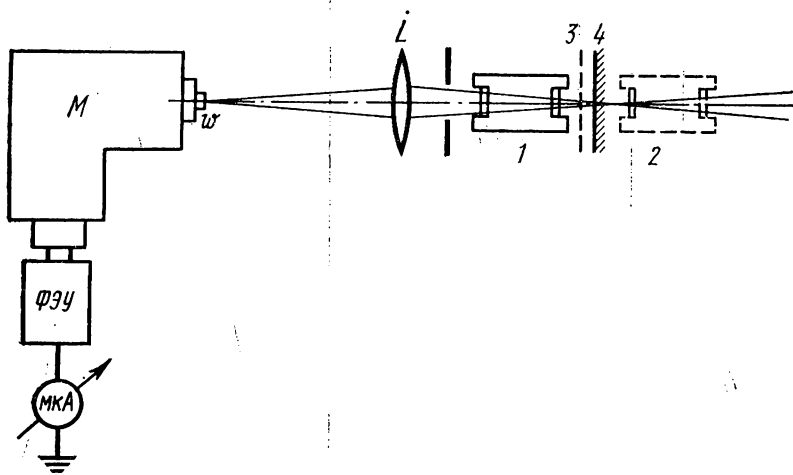


Рис. 8. Схема экспериментальной установки

щим требованиям: 1) светящийся столб однороден; 2) контуры линий доплеровские; 3) заполнение спектрального прибора светом от обеих трубок (от трубки и ее изображения в зеркале) одинаковое.

Условия 1) и 2) в положительном столбе электрического разряда при пониженном давлении и небольших плотностях разрядного тока достаточно хорошо выполняются. Что касается условия 3), то, подбирая расстояние от трубки до щели монохроматора и размеры диафрагмы перед щелью, можно добиться того, чтобы телесный угол, в пределах которого излучение проходит в щель спектрального прибора, был одинаков для трубки, ее изображения и эталонного источника излучения. Нужно стремиться выполнить и условие полного заполнения объектива монохроматора. Тогда можно считать, что требование 3) также выполняется с хорошим приближением.

Экспериментальная установка (рис. 8) состоит из монохроматора  $M$ , фотоумножителя  $\Phi Э У$ , плоского зеркала  $4$ , эталонного источника излучения (на рис. 8 не показан) и разрядной трубки  $I$  с накалимым оксидным катодом, заполненной гелием. Зачерненная заслонка  $3$  позволяет менять оптическую толщину источника. Плоскость зеркала  $4$  линзой  $L$  отображена на входную щель монохроматора  $\psi_1$ .

1. Как видно из формулы (19), величина полного поглощения  $A$  связана с функцией  $F(\kappa_0 l)$ . Очевидно, величину  $A$  можно выразить следующим образом:

$$A = \frac{\text{излучение, поглощенное в трубке}}{\text{излучение, падающее на трубку}} = \frac{\Delta I}{I}. \quad (27)$$

Также очевидно, что  $\Delta I = (1+r)I_{6.3} - I_3$  и  $I = rI_{6.3}$ , так как  $I_3 = I_{6.3} + rI_{6.3} - \Delta I$ ;

тогда

$$A = \frac{\Delta I}{I} = \frac{(1+r) - I_3/I_{6.3}}{r}, \quad (28)$$

где  $I_{6.3}$  — интенсивность линии, наблюдаемой без зеркала,  $I_3$  — с зеркалом,  $r$  — коэффициент отражения зеркала.

Коэффициент отражения  $r$  можно определить, наблюдая линии, для которых реабсорбция практически равна нулю, т. е. линии с высоко расположенным нижним уровнем и малой силой осциллятора  $f_{mn}$ . Из формулы (28) для  $\Delta I = 0$  имеем

$$I_3/I_{6.3} = 1 + r. \quad (29)$$

Если величину  $r$  определять в рабочей установке, она будет иметь смысл не только коэффициента отражения зеркала, а эффективного коэффициента отражения, учитывающего и потери света на задней стенке экспериментальной трубки  $I$ . Критерием малости поглощения будет служить независимость отношения  $I_3/I_{6.3}$  от условий разряда в экспериментальной трубке.

Вычисленное таким образом значение  $r_{\text{эфф}}$  используется для определения величины линейного поглощения  $A$  всех исследуемых линий.

Измерив отношение  $I_3/I_{6.3}$ , по формуле (28) можно найти  $A$ . Используя рис. 5 или табл. 2, можно найти соответствующие значения  $\kappa_0 l$ . Поделив найденную таким способом величину  $\kappa_0 l$  на расстояние между окошками разрядной трубки  $l$ , находим  $\kappa_0$ , что позволяет по формуле (4) найти значение  $N_m$ . Значения сил осцилляторов в поглощении для исследуемых линий приведены в табл. 3 [1, 7].

В наших условиях  $\frac{g_m}{g_n} \frac{N_n}{N_m} \ll 1$  и формула (4) упрощается:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa(\nu) d\nu = \frac{g_n}{g_m} \frac{\lambda_{mn}^2}{8\pi} \mathcal{A}_{nm} N_n. \quad (30)$$

Выражая вероятность перехода  $\mathcal{A}_{nm}$  через силу осциллятора  $f_{mn}$ , получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa(\nu) d\nu = \frac{\pi e^2}{m_0 c} f_{mn} N_m. \quad (31)$$

Интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa(\nu) d\nu$  для доплеровского контура линии поглощения имеет значение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \kappa(\nu) d\nu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} \kappa_0 \Delta\nu_d. \quad (32)$$

Сравнивая (30) и (32), получим

$$\kappa_0 = \frac{2}{\Delta\nu_d} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \frac{\pi e^2}{m_0 c} f_{mn} N_m, \quad (33)$$

т. е., зная величину силы осциллятора для данного перехода и коэффициент поглощения для центра линии, можно определить концентрацию атомов на нижнем уровне.

2. Метод определения абсолютной интенсивности излучения трубки основан на сравнении ее яркости с яркостью эталонной лампы накаливания.

Таблица 3

Длина волны, Å	Переход	$\bar{W}_m$ , эВ	$\bar{W}_n$ , эВ	$f_{mn}$	$\Delta\nu_d \cdot 10^6 \text{с}^{-1}$
3889	$2^3S_1 - 3^3P_1$	19,82	23,01	0,064	5,53
3965	$2^1S_0 - 4^1P_1$	20,61	23,74	0,140	5,42
5016	$2^1S_0 - 3^1P_1$	20,61	23,09	0,150	4,28
4388	$2^1P_1 - 5^1D_2$	21,22	24,04	0,043	4,89
4922	$2^1P_1 - 4^1D_2$	21,22	23,73	0,120	4,37
6678	$2^1P_1 - 3^1D_2$	21,22	23,07	0,710	2,77
4026	$2^3P_{210} - 5^3D_{321}$	20,96	24,04	0,047	5,34
4472	$2^3P_{210} - 4^3D_{321}$	20,96	23,73	0,120	4,80
5875	$2^3P_{210} - 3^3D_{321}$	20,96	23,07	0,610	3,65

Лента лампы проектируется с помощью конденсорной линзы на входную щель спектрального прибора. Поток света от лампы, проходящий через выходную щель прибора

$$\Phi_{\lambda} = \alpha b_{\lambda, T} \Delta \lambda \omega_1 h_1 \Omega_{\lambda}, \quad (34)$$

где  $\alpha$  — коэффициент, учитывающий потери света на рассеяние и поглощение в элементах оптической схемы,  $\Delta \lambda = \omega_2 \frac{d\lambda}{dx}$  — интервал длин волн, который проходит через выходную щель,  $\omega_1$  — ширина входной,  $\omega_2$  — ширина выходной щели,  $\frac{d\lambda}{dx}$  — величина, обратная линейной дисперсии спектрального прибора,  $\Omega_{\lambda}$  — телесный угол, внутри которого свет от лампы проходит через входную щель,  $h_1$  — высота входной щели.

Рассмотрим оптическую схему (рис. 2,8). Входная щель монохроматора, площадь которой равняется  $d\sigma = \omega_1 h_1$ , при помощи конденсорной линзы  $L$  резко изображается на поверхности зеркала 4 в виде  $d\sigma' = \omega_1' h_1'$ . Через площадку  $d\sigma$  в плоскости входной щели будет проходить излучение только тех атомов, которые расположены внутри конической поверхности  $QOZ$ . Диафрагма  $QZ$  достаточно мала, чтобы коническая поверхность нигде не пересекала боковых стенок трубки. Так как  $\angle QOZ$  мал, то, по (15), в щель монохроматора войдет поток излучения, равный

$$\Phi_{nm} = \frac{d\sigma' \Omega'}{4\pi} \varepsilon_{nm} I S(\kappa(0) l), \quad (35)$$

$\Omega'$  — телесный угол, под которым видна линза  $L$  с места изображения щели. Поскольку  $d\sigma' \Omega' = d\sigma \Omega$  ( $\Omega$  — телесный угол, под которым видна линза  $L$  от входной щели монохроматора), имеем

$$\Phi_{nm} = \frac{d\sigma d\Omega}{4\pi} \varepsilon_{nm} I S(\kappa(0) l), \quad (36)$$

и поток света от разрядной трубки, проходящий через выходную щель, равен

$$\Phi_{\text{тр}} = \frac{\Omega_{\text{тр}}}{4\pi} \alpha \omega_1 h_1 \varepsilon_{nm} I S(\kappa(0) l). \quad (37)$$

Из формул (34) и (37) имеем для мощности излучения единицы объема разряда

$$\varepsilon_{nm} = \frac{4\pi \Phi_{\text{тр}}}{\Phi_{\lambda}} \frac{\omega_2 b_{\lambda, T}}{I S(\kappa(0) l)} \frac{\Omega_{\lambda}}{\Omega_{\text{тр}}} \frac{d\lambda}{dx}. \quad (38)$$

Если регистрирующая схема линейна, то  $\frac{\Phi_{\text{тр}}}{\Phi_{\lambda}} = \frac{I_{\text{тр}}}{I_{\lambda}}$ , где  $I_{\text{тр}}$ ,

$I_{\lambda}$  — показания микроамперметра при регистрации интенсивности от трубки и от вольфрамовой ленточной лампы. Чтобы условия прохождения лучей через спектральный прибор были одинаковы, лучше всего телесные углы  $\Omega_{\lambda}$ ,  $\Omega_{\text{тр}}$  сделать равными. Это можно



осуществить, поместив вольфрамовую лампу на место зеркала 4 (рис. 8).

Поверхностная яркость вольфрамовой лампы определяется по формуле для энергетического распределения в излучении абсолютно черного тела с учетом коэффициента серости вольфрама в зависимости от температуры:

$$b_{\lambda,T} = \frac{\varepsilon_{\lambda,T}}{\varepsilon_{\lambda_0,T}^{\lambda/\lambda_0}} C_1 \lambda^{-5} \exp \left( -\frac{C_2}{\lambda T} \right), \quad (39)$$

где  $T$  — яркостная температура в кельвинах;  $C_1 = 1,19 \cdot 10^{-5}$  эрг  $\times$   $\text{см}^2/\text{с} \cdot \text{стер}$ ;  $C_2 = 1,439$  см  $\cdot$  град;  $\varepsilon_{\lambda,T}$ ,  $\varepsilon_{\lambda_0,T}$  — коэффициенты серости вольфрама при длинах волн  $\lambda$ ,  $\lambda_0$  и температуре  $T^\circ\text{K}$ ;  $\lambda_0$  — длина волны, в свете которой производилась градуировка эталонной лампы. Данные для излучательной способности вольфрама приведены в [8].

Окончательно для концентрации атомов на верхнем уровне из (2) и (38) получим

$$N_n = \frac{4\pi}{A_{nm} h \nu_{nm}} \frac{I_{\text{тр}}}{I_n} \frac{b_{\lambda,T}}{IS(x(0)l)} \frac{d\lambda}{dx}. \quad (40)$$

Таким образом, данные полученные по измерению реабсорбции, используются дважды: для определения концентрации на нижних уровнях и при определении концентрации на верхних уровнях, поскольку для нахождения мощности излучения единицы объема  $\varepsilon_{nm}$  по регистрируемой интенсивности линии необходимо учитывать самопоглощение света в источнике.

## § 4. Упражнения

Ознакомиться с экспериментальной установкой, с правилами техники безопасности. Экспериментальная трубка и фотоумножитель подключены к источникам высокого напряжения. Никаких переключений в электрической схеме при включенных источниках напряжения не производить.

**1. Измерение коэффициентов поглощения и определение заселенности нижних возбужденных уровней.**

1) Зажечь разряд в экспериментальной трубке, прогрев предварительно источники питания трубки и фотоумножителя.

2) Для линий, указанных преподавателем (табл. 3), измерить интенсивности  $I_3$  и  $I_{6.3}$  для разных значений величины разрядного тока. Для этого при каждом значении разрядного тока открывается и закрывается зеркало 4 при помощи заслонки 3 (рис. 8).

3) Используя отношение  $I_3/I_{6.3}$  для тех линий, для которых это отношение при малых значениях разрядного тока принимает максимальное значение и при дальнейшем уменьшении тока не изменяется, определить по формуле (29) эффективный коэффициент отражения  $r_{\text{эфф}}$ .

4) По известному значению  $l$  (рис. 2), используя данные табл. 2 или кривой  $l$  (рис. 5), определить коэффициенты поглощения в центрах линий  $\kappa(0)$  для линий серий

$$2^3S_1 - 3^3P_1, \quad 2^1S_0 - (3 \div 4)^1P_1 \text{ и } 2^1P_1 - (3 \div 5)^3D_2.$$

5) Подобным же образом, но используя кривую 2 (рис. 5), определить величину  $\kappa(0)$  для линии  $\lambda = 5875 \text{ \AA}$ .

6) Используя величины  $\kappa(0)$ , определенные в п. 4 и 5, и данные табл. 3, по формуле (33) вычислить концентрации возбужденных атомов  $N_m$  на нижних уровнях исследуемых линий. Начертить график зависимости  $N_m$  от  $i_{\text{разр}}$ . Указать погрешность определения величины  $N_m$ .

## 2. Измерение абсолютной интенсивности линий и определение заселенности верхних возбужденных уровней.

1) Соблюдая условия 3) на с. 156, заменить газоразрядную трубку эталонным источником света (ленточная вольфрамовая лампа).

2) Установить необходимую температуру вольфрамовой ленты, регулируя ток накала в соответствии с паспортными данными лампы.

3) Измерить интенсивность излучения вольфрамовой лампы на длинах волн, соответствующих выбранным спектральным линиям гелия.

4) Вычислить концентрацию возбужденных атомов на верхних уровнях исследуемых переходов по формуле (40). Учесть влияние самопоглощения спектральных линий гелия, используя найденные в предыдущем упражнении значения оптической толщины  $\kappa(0)l$  для определения функции  $S(\kappa(0)l)$  по табл. 1. Результаты представить в виде графиков зависимости  $N_n$  от  $i_{\text{разр}}$ . Указать погрешность определения величины  $N_n$ .

## 3. Составление уравнения баланса заселения и опустошения энергетических уровней.

1) Найти величину электронной температуры в плазме для известных рода газа, давления и радиуса трубки из графика, построенного по теории Шоттки (рис. 9).

2) Вычислить отношение концентрации атомов на исследованных уровнях  $N_m$  и  $N_n$  к концентрации атомов в нормальном состоянии ( $N_0 = 3,54 \cdot 10^{16} p \text{ см}^{-3}$ , где  $p$  — давление газа в мм. рт. ст.), пользуясь формулой Больцмана (1) и найденным в п. 1 значением электронной температуры (т. е. считая плазму равновесной).

3) Для выяснения различия заселенности уровней в исследуемых условиях и в условиях равновесной плазмы сравнить вычисленные значения этих отношений с экспериментальными. Объяснить ход зависимости концентрации возбужденных атомов от силы разрядного тока.

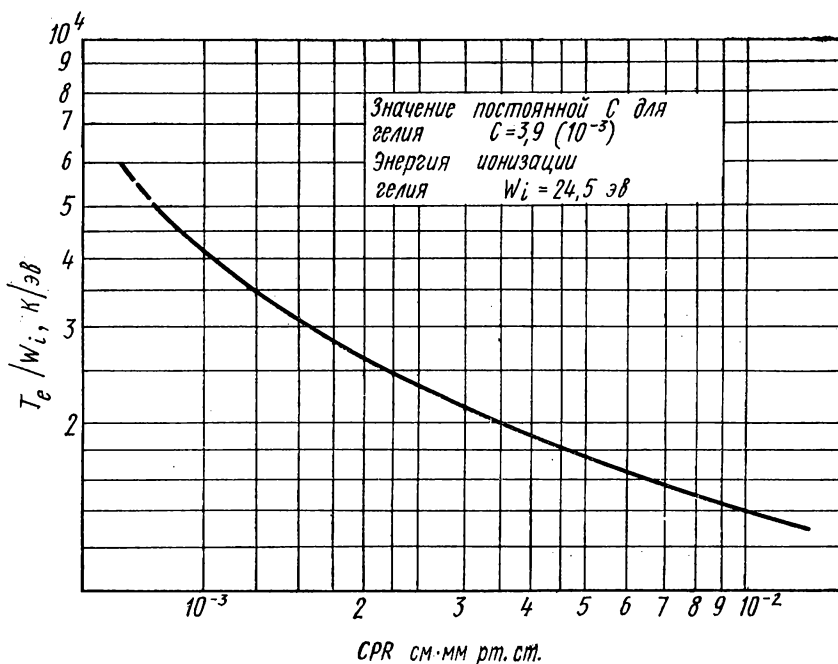


Рис. 9. График для определения электронной температуры по теории Шоттки:

$T_e$  — температура электронов в кельвинах;  $W_i$  — энергия ионизации в эВ;  
 $C$  — безразмерная постоянная (для гелия  $W_i = 24,5 \text{ эВ}$ ;  $C = 3,9 \cdot 10^{-3}$ );  $p$  —  
 давление газа в мм рт. ст.;  $R$  — радиус разрядной трубки в см

4) Составить уравнения баланса заселения и опустошения исследованных уровней атома гелия в условиях проведения измерений, принимая во внимание, что уровни  $2^1S_0$  и  $2^3S_1$  — метастабильные, а уровень  $2^1P_0$  — резонансный [1] (рис. 10).

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Фриш С. Э. Оптические спектры атомов. М.—Л., Физматгиз, 1963.
2. Фриш С. Э. Определение концентрации нормальных и возбужденных атомов и сил осцилляторов методами испускания и поглощения света. — В кн.: Спектроскопия газоразрядной плазмы. М., «Наука», 1970.
3. Пенкин Н. П. Исследование процессов возбуждения атомов в положительном столбе разряда низкого давления. — В кн.: Спектроскопия газоразрядной плазмы. М., «Наука», 1970.

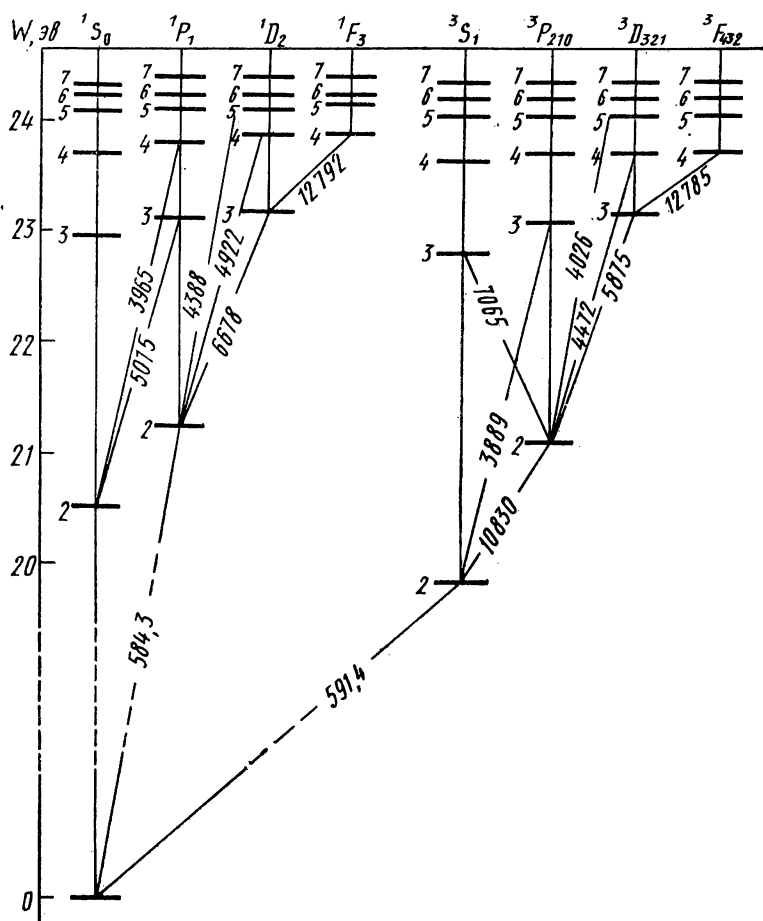


Рис. 10. Схема уровней He I

### Дополнительная

4. Грановский В. Л. Электрический ток в газе, т. 1. М.—Л., ГИТЛ, 1952.
5. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. М., «Наука», 1971.
6. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М., Физматгиз, 1963.
7. Касабов Г. А., Елисеев В. В. Спектроскопические таблицы для низкотемпературной плазмы (справочник). М., Атомиздат, 1973.
8. Сб. «Методы исследования плазмы». Под ред. В. Лохте-Хольтгрена. М., «Мир», 1971.

## 5. ВИНТОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО СТОЛБА РАЗРЯДА И АНОМАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе изучается винтовая неустойчивость положительного столба разряда постоянного тока и аномальная диффузия в однородном продольном магнитном поле.

### § 1. Введение

При действии на плазму положительного столба продольным однородным магнитным полем ее параметры изменяются с полем в согласии с классической теорией амбиполярной диффузии лишь до определенного значения поля. В достаточно сильных магнитных полях положительный столб неустойчив, в нем возбуждаются колебания. Возникает винтовая неустойчивость. Нестабильность этого типа — одна из неустойчивостей плазмы. Она сопровождается аномально большой утечкой плазмы на стенки разрядной трубки и уменьшением температуры плазмы. Винтовая неустойчивость носит универсальный характер. Она может развиваться не только в слабоионизованной газоразрядной плазме, но и в полностью ионизованной плазме, если в ней существует поперечный градиент температуры, а также в плазме твердого тела, в частности в электронно-дырочной плазме полупроводников при помещении ее в продольное магнитное поле.

Теория винтовой неустойчивости была разработана первоначально применительно к плазме положительного столба Б. Б. Кадомцевым и А. В. Недоспасовым. Позднее она была использована также и для объяснения экспериментальных результатов, полученных в полупроводниковой плазме.

Цель данного исследования — установление зависимости тока положительных ионов и продольного градиента потенциала в слабоионизованной\* плазме положительного столба от магнитного поля. В задаче необходимо определить величину критического магнитного поля, требуемую для возникновения неустойчивости, пространственную структуру и частоту неустойчивых колебаний.

### § 2. Теория

Помещение плазмы положительного столба в однородное продольное магнитное поле  $B$  приводит к уменьшению коэффициента амбиполярной диффузии в направлении, перпендикулярном магнитному полю, согласно соотношению [1, 2]

$$D_a(B) = \frac{D_a}{1 + b_e b_p B^2 / c^2}, \quad (1)$$

---

\* Слабоионизованной плазмой принято называть плазму, степень ионизации которой меньше одного процента. При этом частота соударений заряженных частиц с нейтральными превышает частоту кулоновских соударений.

где  $D_a$  и  $b$  — коэффициент амбиполярной диффузии и подвижность при  $B=0$ ; индексы  $e$  и  $p$  относятся к электронам и положительным ионам. В неизотермической плазме (при условии  $T_e \gg T_p$ )  $D_a = \frac{kT_e}{e} b_p$ , где  $T_e$  и  $T_p$  — температуры электронов и ионов,  $k$  — постоянная Больцмана,  $e$  — заряд электрона.

Из стационарной теории цилиндрического положительного столба в продольном однородном магнитном поле для радиального распределения плотности плазмы имеем [1]

$$n_0(r) = N_0 J_0 \left( \sqrt{\frac{z_i}{D_a(B)}} r \right), \quad (2)$$

где  $z_i$  — скорость ионизации (среднее число ионизаций, производимых одним электроном в одну секунду),  $r$  — расстояние от оси цилиндра,  $N_0$  — плотность на оси,  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка. Выражение (2) получено в предположении, что объемная рекомбинация и прилипание электронов отсутствуют, а также что  $z_i$  не зависит от  $n_0$ .

Из условия  $n_0=0$  при  $r=R$  (радиус трубки) получаем

$$z_i = \left( \frac{\alpha}{R} \right)^2 D_a(B), \quad \alpha = 2,405. \quad (3)$$

Величина  $z_i$  зависит от  $T_e$  и плотности газа. В случае максвелловского распределения электронов по скоростям [3]

$$z_i \approx 9 \cdot 10^7 a p e^{-\frac{eU_i}{kT_e}} \left( \frac{kT_e}{e} \right)^{1/2} U_i, \quad (4)$$

где  $a$  — постоянная, зависящая от сорта газа,  $U_i$  — ионизационный потенциал,  $p$  — давление газа. Для определения  $T_e$  надо приравнять выражения (3) и (4).

При диффузионном механизме потерь частиц в столбе плазмы ионный ток на стенки служит мерой этих потерь. Плотность ионного тока дается соотношением

$$j_{pw} = \frac{1,25}{R} e N_0 D_a(B). \quad (5)$$

Радиальное распределение потенциала имеет вид

$$\varphi_0(r) = \frac{kT_e}{e} \frac{1 + b_p^2 \frac{B^2}{c^2}}{1 + b_e b_p \frac{B^2}{c^2}} \ln \left( J_0 \left( \frac{2,4}{R} r \right) \right). \quad (6)$$

Из условия баланса энергии для электронов можно получить выражение, связывающее электронную температуру с продольным градиентом потенциала в положительном столбе [2]:

$$E_z \approx \frac{T_e \sqrt{2\kappa}}{\lambda_e}, \quad (7)$$

где  $\kappa$  — доля энергии, теряемая в среднем электроном при соударении с нейтральной частицей. Величина  $\kappa$  возрастает с электронной температурой.

Продольное магнитное поле уменьшает потери частиц из плазмы. Вследствие этого в присутствии магнитного поля для поддержания определенной плотности плазмы требуется более низкая электронная температура и меньший градиент потенциала вдоль столба, чем при  $B=0$ . Результаты исследований при слабых полях находятся в согласии с этими выводами. На рис. 1 показаны кривые зависимости температуры  $T_e$  и продольного градиента потенциала  $E_z$  от магнитного поля.

Монотонное убывание электронной температуры и продольного градиента потенциала происходит при увеличении поля  $B$  до опре-

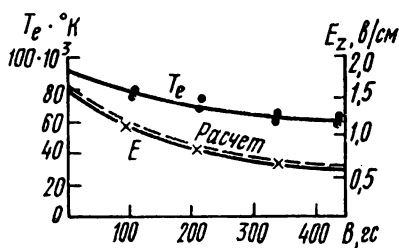


Рис. 1. Электронная температура  $T_e$  и продольный градиент потенциала  $E_z$  как функция магнитного поля  $B$

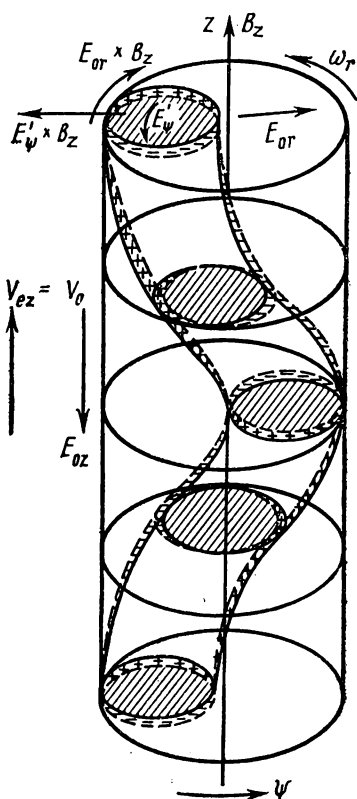


Рис. 2. Иллюстрация винтовой неустойчивости

деленных, не очень больших значений. Начиная с некоторого значения магнитного поля, которое называют критическим значением ( $B_{кр}$ ), аксиально-симметричный положительный столб становится неустойчивым по отношению к винтовому возмущению. В результате положительный столб закручивается в винт с определенной частотой, зависящей от заданных параметров разряда (сорт газа, давление, диаметр трубки). В новом состоянии разрядный канал в среднем ближе к стенкам трубки. Благодаря этому скорость ухода зарядов на стенки возрастает. Это эквивалентно росту коэффициента диффузии (эффект «аномальной диффузии»). Таким образом, развитие неустойчивости проявляется в характерных колебаниях в плазме при одновременном резком возрастании градиента

потенциала и ионного тока на стенки. Неустойчивость положительного столба указанного типа называется винтовой или токово-конвективной.

Картину явления можно уяснить, рассматривая рис. 2, на котором изображено винтовое возмущение плотности зарядов, паложженное на невозмущенное стационарное распределение [4]. При тех направлениях, которые даны на рисунке, электрическое поле  $E_z$  стремится поднять электронный винт относительно ионного. Это эквивалентно вращению электронного винта относительно ионного по азимуту в направлении положительного угла  $\psi$ . Возникающее пространственное разделение зарядов приводит к появлению азимутальной компоненты электрического поля  $E_\psi$ . В результате в плазме в направлении к стенкам устанавливается дрейф зарядов со скоростью  $\frac{E_\psi B}{B^2}$ . Возмущение будет усиливаться,

когда прирост частиц в среднем по винту станет преобладать над потерями частиц вследствие их диффузии вдоль и поперек магнитного поля и движения электронов под действием невозмущенного амбиполярного поля.

Теория явления дана в работе [5], где рассматривалась область значений  $B$ , внутри которой  $\Omega_e \tau_e \gg 1$  и  $\Omega_p \tau_p \ll 1$  ( $\Omega_e$  и  $\Omega_p$  — электронная и ионная циклотронные частоты,  $\tau_e$  и  $\tau_p$  — время между столкновениями заряженных частиц с нейтральными). В качестве исходных использовались уравнения непрерывности и уравнения движения для электронов и ионов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n \mathbf{v}_e) = z_i n, \quad (8)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n \mathbf{v}_p) = z_i n, \quad (9)$$

$$\frac{T_e}{m_e n} \nabla n = -\frac{e}{m_e c} [\mathbf{v}_e \mathbf{B}] + \frac{e}{m_e} \nabla \varphi - \frac{\mathbf{v}_e}{\tau_e}, \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_p = -b_p \nabla \varphi. \quad (11)$$

Здесь  $n$  — плотность электронов и ионов,  $\mathbf{v}_e$  и  $\mathbf{v}_p$  — направленные (дрейфовые) скорости,  $\frac{1}{\tau_e}$  и  $\frac{1}{\tau_p}$  — частоты столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами,  $\varphi$  — потенциал электрического поля,  $\mathbf{B} = B \mathbf{h}$  ( $\mathbf{h}$  — единичный вектор, направленный вдоль оси  $z$ ). Предполагается, что частота  $1/\tau$  много больше частоты  $\omega$  исследуемых неустойчивых колебаний ( $\omega$  в данном случае — частота вращения винта).

Из уравнения (10) можно получить выражения для составляющих скорости электрона в направлениях перпендикулярном и параллельном магнитному полю

$$\mathbf{v}_{e\perp} = \frac{b_e}{\Omega_e \tau_e} [h \nabla \varphi] - \frac{D_e}{\Omega_e \tau_e} \frac{1}{n} [h \nabla n] + \frac{b_e}{(\Omega_e \tau_e)^2} \nabla \varphi - \frac{D_e}{(\Omega_e \tau_e)^2} \frac{\nabla n}{n}, \quad (12)$$



$$v_{ez} = b_e \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{D_e}{n} \frac{\partial n}{\partial z}. \quad (13)$$

Подстановка (11), (12) и (13) в уравнения (8) и (9) дает два уравнения для  $n$  и  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{b_e}{\Omega_e \tau_e} h[\nabla \varphi \nabla n] - \frac{D_e}{(\Omega_e \tau_e)^2} \nabla_{\perp} n + \frac{b_e}{(\Omega_e \tau_e)^2} \operatorname{div}(n \nabla_{\perp} \varphi) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( b_e n \frac{\partial \varphi}{\partial z} - D_e \frac{\partial n}{\partial z} \right) = z_i n, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} - b_p \operatorname{div}(n \nabla \varphi) = z_i n. \quad (15)$$

Уравнения (14) и (15) в работе [5] решались для случая малых возмущений винтовой формы, накладываемых на величины  $n_0(r)$  и  $\varphi_0(r)$ , характеризующие плазму в невозмущенном состоянии:

$$n = n_0(r) + n_1(r) e^{i(m\psi + kz - \omega t)}, \quad (16a)$$

$$\varphi = \varphi_0(r) + \varphi_1(r) e^{i(m\psi + kz - \omega t)}, \quad (16b)$$

где  $\lambda_z = 2\pi/k$  — длина волны возмущения вдоль оси  $z$ ,  $m$  — номер азимутальной моды возмущения или число волн, укладываемых на длине периметра положительного столба ( $2\pi R/m$  — азимутальная длина волны),  $n_1(r)$  и  $\varphi_1(r)$  — радиальные изменения возмущенной плотности и потенциала. Предполагалось, что величины  $n_1(r)$  и  $\varphi_1(r)$  пропорциональны  $J_1(\alpha_1 r/R)$ , где  $J_1$  — функция Бесселя 1-го порядка,  $\alpha_1$  — первый корень  $J_1$ . Величины  $n_0(r)$  и  $\varphi_0(r)$  определяются из уравнений (2) и (6).

Если выражения (16a) и (16b) подставить в уравнения (14) и (15), то после линеаризации получается дисперсионное соотношение, дающее частоту  $\omega$  в функции от волнового числа. Положительный столб устойчив, когда мнимая часть частоты  $\omega_i$  отрицательна. Это условие может быть представлено в виде

$$K_0 x^4 + F_0 x^2 + G_0 \geq m B_0 v^* \frac{b_e}{b_p} x, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{1,28 + y}{y(y+1)}, \quad F_0 = \frac{0,8(y+2)}{y}, \\ G_0 &= \frac{0,48(y+1)}{y} + 0,1 \frac{b_e}{b_p} \frac{1}{y+1}, \\ B_0' &= 0,163, \quad x = \frac{k \Omega_e \tau_e}{\alpha_1}, \quad v^* = \frac{v_0}{\alpha_0 D_e}, \\ y &= \frac{b_p}{b_e} (\Omega_e \tau_e)^2. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что неустойчивость столба возможна только при  $m > 1$ . Видно также, что должно существовать электрическое поле  $E_z$ ; при  $E_z = 0$  (ток  $j_z = 0$ ) плазма устойчива. Механизм неустойчивости малочувствителен к степени ионизации плазмы.

Из соотношения (17) можно определить величину критического магнитного поля для данных параметров разряда. Так как при  $B = B_{кр} \frac{\partial \omega_i}{\partial k} = 0$  и  $\omega_i = 0$ , то (17) приводится к виду

$$x^2 = \frac{-F_0 + \sqrt{F_0^2 + 12K_0 G_0}}{6K_0}, \quad (18)$$

$$v^* = \frac{2x}{B_0'} - \frac{b_p}{b_e} (2K_0 x^2 + F_0).$$

Решение имеет простой вид

$$B_{кр} \approx \frac{ckT_e}{b_e e E_{зкр} R}, \quad (19)$$

где  $E_{зкр}$  — продольный градиент потенциала непосредственно перед возникновением неустойчивости,  $b_e = \frac{e}{m_e} \tau_e$ ,  $b_p = \frac{e}{m_p} \tau_p$ ,

$D_e = \frac{kT_e}{e} b_e$ . Дисперсионное уравнение можно решить также

для действительной части частоты колебаний  $\omega_r$ . При  $B = B_{кр}$

$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} \approx \frac{10 b_e D_e}{\Omega_e \tau_e b_e R^2}. \quad (20)$$

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Схема установки представлена на рис. 3. Цилиндрическая стеклянная разрядная трубка 1 помещается внутри соленоида 2. Диаметр трубки  $2R = 3$  см, ее наполнением служит гелий при давлении  $p = 0,7$  мм рт. ст. Анод трубки 3 изготовлен в виде конуса вращения. Спиральный оксидный катод прямого накала размещается внутри охранного цилиндра 4. Два цилиндрических зонда 5 и 6 используются для определения продольного градиента потенциала  $E_z$ . Расстояние между зондами 40 см.

Ток положительных ионов на стенку измеряется с помощью плоского стеночного зонда 7 диаметром 4 мм. Для определения

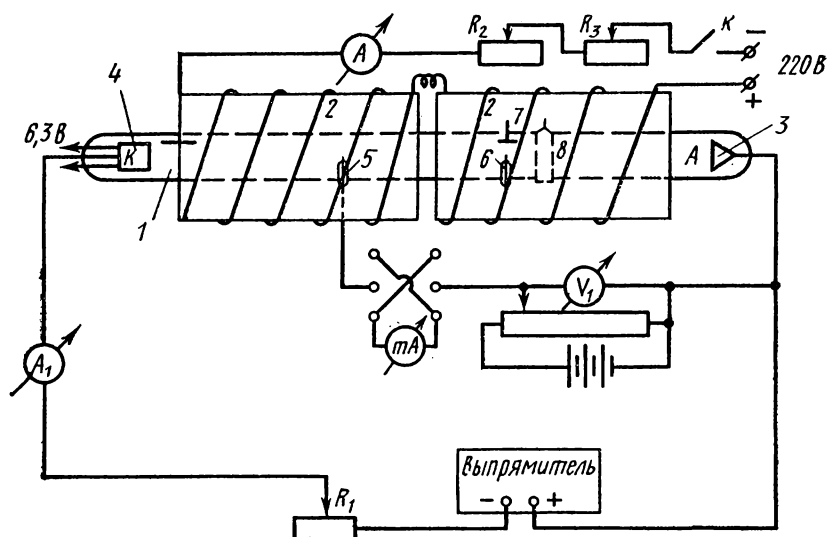
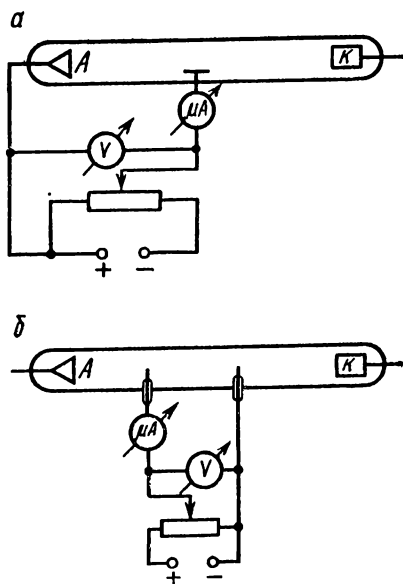


Рис. 3. Схема экспериментальной установки:  
 1 — разрядная трубка, 2 — соленоид, 3 — конический анод, 4 — катод,  
 5 и 6 — цилиндрические зонды, 7 — плоский стеночный зонд,  $R_1$  — пере-  
 менное сопротивление в цепи разряда,  $R_2$  и  $R_3$  — реостаты в цепи соле-  
 ноида,  $A_1$  — миллиамперметр для измерения разрядного тока,  $K$  — ключ



тока положительных ионов на стенку трубки, нахождения, температуры электронов и продольного градиента потенциала используются схемы (рис. 4). Методика измерения тока положительных ионов, продольного градиента потенциала (компенсационным методом) и электронной температуры изложена в задаче 1 (раздел II).

Для измерения частоты вращения винта (рис. 5) сигналы с

Рис. 4. Схемы зондовых измерений:  
 а — схема для измерения тока положительных ионов на зонд, б — схе-  
 ма для определения продольного градиента потенциала, А — анод,  
 К — катод

ФЭУ-1 подаются на вход панорамного спектроанализатора С4-8\*. При возникновении в плазме винтовой неустойчивости ( $B \geq B_{кр}$ ) на экране спектроанализатора появляются колебания с линейча-

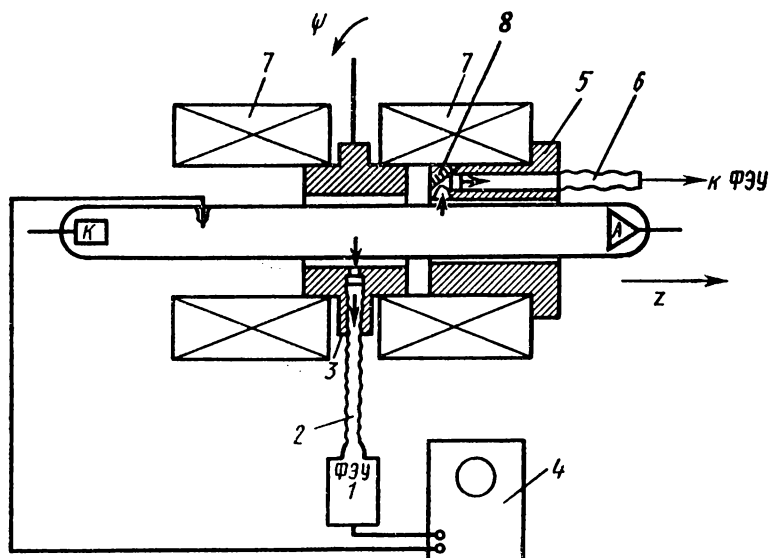


Рис. 5. Схема экспериментальной установки для обнаружения вращения винта и измерения длины волны винтового искривления: 1 — фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), 2 и 6 — гибкие световоды, 3 и 5 — подвижные втулки, 4 — осциллограф, спектроанализатор С4-8, 7 — соленоид, 8 — зеркало, поворачивающее световой поток; А — анод, К — катод

тым спектром. Кроме колебаний с основной частотой в спектре обычно обнаруживаются колебания высоких гармоник. При  $B \geq B_{кр}$  амплитуда колебаний на основной частоте обычно намного превышает амплитуды гармоник.

Обнаружение вращения винта (рис. 5) производится с помощью ФЭУ-1, на вход которого поступают световые сигналы из плазмы через гибкий световод 2, закрепленный в специальной втулке 3. С ФЭУ сигнал подается на вход осциллографа 4. Синхронизация осциллографа осуществляется сигналами, поступающими с другого ФЭУ, зонда или с сопротивления в цепи разряда. Перемещение втулки 3 с закрепленным в ней световодом вокруг разрядной трубки по азимуту показывает изменение фазы колебаний, которое обнаруживается по смещению осциллограммы на экране осциллографа.

\* Частоту вращения винта можно измерять также по фигурам Лиссажу. Для этого сигналы из плазмы подаются на вход вертикального усилителя осциллографа, а на вход горизонтального усилителя — переменное напряжение от генератора.

Длина волны возмущения  $\lambda_z$  (шаг винта) определяется перемещением второй втулки 5 со световодом 6 вдоль оси трубки. Передвигая втулку 5, по смещению фазы можно измерить длину волны винтового возмущения  $\lambda_z$ . Световой поток, проходящий внутрь втулки 5 через узкую щель, перед попаданием на световод поворачивается с помощью зеркала на угол  $90^\circ$ .

Включение установки начинается с зажигания разряда в трубке, которое осуществляется следующим образом: сначала включается накал катода, а затем через 3—5 мин на электроды трубки подается напряжение от выпрямителя (рис. 3). Сила разрядного тока меняется от 50 до 200 мА с помощью балластного сопротивления  $R_1$  в цепи разряда и измеряется миллиамперметром  $A_1$ . Включение магнитного поля осуществляется при полностью введенных реостатах  $R_2$  и  $R_3$  при замыкании ключа  $K$ .

#### § 4. Упражнения

1. Измерить продольный градиент потенциала в зависимости от магнитного поля для двух значений разрядного тока. Магнитное поле изменяется в пределах от 0 до 1600 Гс.

2. Получить зависимость тока положительных ионов  $i_{pw}$  на стенку трубки от магнитного поля для одного-двух значений разрядного тока. Величина  $i_{pw}$  определяется как ионный ток, идущий на плоский пристеночный зонд при плавающем потенциале зонда. Магнитное поле изменяется в тех же пределах, что и в упр. 1. Из кривых  $E_z=f(B)$  и  $i_{pw}=f(B)$  определить значение  $B_{кр}$ .

3. Получить вольт-амперную характеристику цилиндрического зонда и определить по ней электронную температуру  $T_e$ . Величину  $T_e$  находят при отсутствии магнитного поля (уменьшение температуры электронного газа под действием магнитного поля в данном случае не превышает 30%).

4. Измерить частоту вращения винта при малой надкритичности магнитного поля ( $B \geq B_{кр}$ ).

5. Обнаружить вращение винта в плазме и определить номер азимутальной моды винтового возмущения  $m$ .

6. Измерить длину винтового искривления (шаг винта).

Найденные в задаче экспериментальные значения критических магнитных полей и частот вращения винта сравнить с рассчитанными по формулам (19) и (20). При расчетах используются значения входящих в формулы величин при давлении 1 мм рт. ст. (для гелия):  $\tau_e=4 \cdot 10^{-10}$  с,  $\tau_p=6 \cdot 10^{-8}$  с,  $b_p=8 \cdot 10^3$  см<sup>2</sup>/В·с.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. М., «Наука», 1971.
2. Энгель А. Ионизованные газы. М., Физматиздат, 1959, с. 249.
3. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М., Госатомиздат, 1961, с. 288.

4. Нох F. G. — «Phys. Fluids», 5, № 1, 1961.  
5. Кадомцев Б. Б., Недоспасов А. В. Ядерный синтез, ч. 1. М., Госатомиздат, 1960, с. 230.

## 6. ЭФФЕКТИВНЫЕ СЕЧЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ ГЕЛИЯ

Определяются абсолютные величины эффективных сечений возбуждения некоторых спектральных линий и уровней атома гелия в зависимости от энергии налетающих электронов.

### § 1. Введение

Все явления, которыми сопровождается прохождение электрического тока через газ, определяются элементарными процессами взаимодействия частиц между собой. Количественная мера вероятности взаимодействия в каком-либо процессе — его эффективное сечение. В данной задаче изучается один из видов элементарных процессов — возбуждение энергетических уровней атомов гелия электронным ударом.

Процесс возбуждения какого-либо энергетического уровня атома при электронно-атомных столкновениях характеризуется, во-первых, уменьшением на определенную долю энергии испытавших соударение электронов и, во-вторых, увеличением внутренней энергии атома с последующим излучением определенных длин волн возбужденными атомами, если из возбужденных состояний атома возможны оптически разрешенные переходы в более низкие энергетические состояния.

Тем самым создаются возможности экспериментального исследования реакции возбуждения энергетических уровней атомов и молекул при соударениях с электронами, основанные:

1) на определении числа электронов, у которых начальная энергия уменьшилась на величину, необходимую для совершения работы возбуждения атома из нижнего  $r$ -го ( $r=0, 1, \dots, i, \dots, k-1$ ) в верхнее  $k$ -е состояние (электрический метод).

2) на подсчете числа атомов, которые в результате столкновений изменили свои внутренние энергии, переходя из  $r$ -го нижнего в  $k$ -е верхнее энергетическое состояние (оптический метод).

Электрический метод применим к исследованию процессов возбуждения как излучающих, так и метастабильных уровней атомов. Однако энергетическая область исследования возбужденных уровней ограничена узким интервалом энергий (от порога возбуждения исследуемого уровня до порога возбуждения следующего уровня атома). Для высоковозбужденных уровней, ввиду тесного их энергетического расположения электрический метод практически не применим.

Оптический метод дает возможность исследования вероятностей возбуждения уровней, с которых имеются разрешенные пе-

реходы. Этим методом можно изучать вероятности возбуждения и близко расположенных уровней. Оптический метод заключается в измерении интенсивностей спектральных линий возбужденного атома в зависимости от энергии электронов.

В настоящей задаче измеряются абсолютные величины эффективных сечений возбуждения некоторых спектральных линий атома гелия в зависимости от энергии налетающих электронов и производится оценка величин эффективных сечений возбуждения энергетических уровней He 1.

## § 2. Теория

Связь между эффективными сечениями возбуждения, характеризующими вероятности процессов возбуждения энергетических уровней, и интенсивностями спектральных линий можно установить, рассматривая уравнение баланса заселения и опустошения уровня атома в специально поставленном опыте [1, 2].

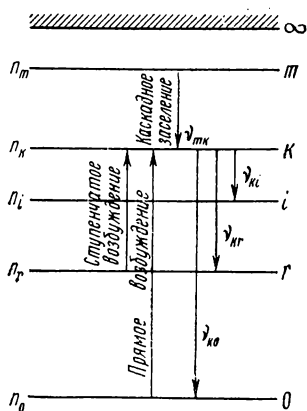


Рис. 1. Схема энергетических уровней

Монокинетический пучок электронов, создаваемый электронной пушкой, пронизывает камеру столкновений, в которой имеются атомы исследуемого вещества, и возбуждает их. Возбужденные атомы через промежуток времени, равный продолжительности жизни данного уровня, переходят в какое-нибудь нижнее состояние и испускают соответствующие фотоны. Так как возможно одновременное возбуждение атомов до разных уровней и переходы с каждого верхнего уровня на несколько нижних уровней, то излучение, испускаемое из области столкновений, не будет состоять из одной спектральной линии. Поэтому излучение направляется в спектральный прибор, который выделяет отдельные спектральные линии, направляемые затем

на фотоумножитель (ФЭУ). Фототок от ФЭУ служит измеряемым сигналом.

Условия эксперимента должны быть таковы, чтобы величина этого сигнала была пропорциональна частоте возбуждающих соударений электронов с атомами. Измерения проводятся при таких малых плотностях потока электронов и концентрации атомов, чтобы можно было пренебречь ступенчатыми процессами и столкновениями между атомами в основном и возбужденном состояниях. Эти условия можно предварительно оценить при помощи несложных расчетов, сравнивая времена жизни исследуемых уровней с соответствующими периодами столкновений. Экспериментально

эти условия определяются из измерений зависимости интенсивности спектральных линий  $I$  от плотности электронов  $n_e$  и плотности атомов  $n_0$ . При выполнении вышеуказанных требований обе эти зависимости  $I=f(n_e)$  и  $I=f(n_0)$  должны быть линейными. Тогда условие баланса для  $k$ -го возбужденного уровня (рис. 1) запишется в виде

$$\frac{dn_k}{dt} = n_0 n_e q_{0k} v_e + \sum_m A_{mk} n_m - n_k \sum_r A_{kr}, \quad (1)$$

где  $q_{0k}$  — эффективное сечение возбуждения  $k$ -го уровня из основного состояния;  $A_{mk}$ ,  $A_{kr}$  — вероятности спонтанных переходов;  $n_k$ ,  $n_m$  — заселенности  $k$ -го и  $m$ -го уровней ( $m=k+1$ ,  $k+2$ , ...,  $\infty$ ).

Здесь первый член правой части описывает прямое возбуждение уровня из основного состояния, второй — заселение  $k$ -го уровня со всех вышележащих уровней (каскадные переходы), третий — разрушение  $k$ -го уровня за счет спонтанных переходов. В стационарных условиях  $dn_k/dt=0$  и заселенность  $k$ -го уровня

$$n_k = \frac{n_0 n_e q_{0k} v_e + \sum_m A_{mk} n_m}{\sum_r A_{kr}}. \quad (2)$$

Так как интенсивность (удельная мощность) спектральной линии, соответствующей переходу атома из  $k$ -го в  $i$ -е состояние, равна

$$i_{ki} = n_k A_{ki} h \nu_{ki}, \quad (3)$$

то из (2) и (3) имеем

$$i_{ki} = \frac{A_{ki} h \nu_{ki}}{\sum_r A_{kr}} n_0 n_e v_e \left( q_{0k} + \frac{\sum_m A_{mk} n_m}{n_0 n_e v_e} \right). \quad (4)$$

Уравнения (2) — (4) показывают, что в рассматриваемых условиях опыта интенсивность спектральной линии и заселенность ее верхнего уровня пропорциональны величине эффективного сечения  $k$ -го уровня из основного состояния  $q_{0k}$ .

Обозначим

$$q_{ki} = \frac{A_{ki}}{\sum_r A_{kr}} \left( q_{0k} + \frac{\sum_m A_{mk} n_m}{n_0 n_e v_e} \right). \quad (5)$$

Тогда интенсивность спектральной линии равна

$$i_{ki} = n_0 n_e v_e q_{ki} h \nu_{ki}. \quad (6)$$

Величину  $q_{ki}$  называют оптическим сечением возбуждения спектральной линии при переходе атома  $k \rightarrow i$ . Оно так же, как сечение



возбуждения энергетического уровня  $q_{0k}$ , зависит от энергии электронов, от сорта частиц и от свойств энергетических состояний атома  $k$  и  $i$ .

Сечение возбуждения спектральной линии  $q_{ki}$  (5) характеризуется вероятностью заселения уровня  $k$  как за счет возбуждения атома из основного состояния, так и за счет каскадных переходов. Кроме того, согласно (6) оно характеризует интенсивность спектральной линии в рассматриваемых условиях эксперимента. По измеренным интенсивностям спектральных линий, возбужденных электронным ударом, непосредственно определяется сечение возбуждения соответствующих линий или переходов. Установим связь между сечениями возбуждения линий и уровня. Сравнивая (3) и (6), для переходов с общим верхним уровнем имеем

$$\frac{i_{kt}}{i_{kr}} = \frac{q_{ki}v_{ki}}{q_{kr}v_{kr}} = \frac{A_{ki}v_{ki}}{A_{kr}v_{kr}}. \quad (7)$$

Из этих же формул получаем

$$q_{ki} = \frac{n_k A_{ki}}{n_0 n_e v_e} \quad (8)$$

и из (2) находим

$$q_{0k} = \frac{n_k \sum_r A_{kr}}{n_0 n_e v_e} - \frac{\sum_m A_{mk} n_m}{n_0 n_e v_e}. \quad (9)$$

Сравнивая каждый член последнего выражения с (8), можно написать

$$q_{0k} = \sum_r q_{kr} - \sum_m q_{mk}, \quad (10)$$

где первый член в правой части — сумма эффективных сечений спектральных линий, для которых  $k$ -й уровень верхний, а второй (бесконечный) — сумма эффективных сечений для всех разрешенных переходов с более высоких уровней на рассматриваемый  $k$ -й уровень.

Таким образом, чтобы оптическим методом определить эффективное сечение возбуждения какого-нибудь уровня атома, необходимо измерить эффективные сечения возбуждения всех линий, для которых  $k$ -й уровень верхний и нижний. Но это очень трудно, так как часть спектральных линий может оказаться в далекой ультрафиолетовой или инфракрасной областях, где чувствительность современных приемников излучения недостаточна для измерения интенсивностей. Кроме того, трудно подобрать материалы, прозрачные во всем интересующем нас диапазоне длин волн. Но в большинстве случаев для получения оценочных данных о сечениях возбуждения энергетических уровней достаточно ограни-

читься измерением интенсивностей нескольких спектральных линий. В работе [3] было экспериментально показано, что максимальные сечения возбуждения уровней для одной серии подчиняются закону

$$q_{0k}(E_{\max}) = Cn^{-\alpha}, \quad (11)$$

где  $C$  — некоторая постоянная для каждой серии величина, зависящая от побочного квантового числа и порядкового номера атома. Показатель степени  $\alpha$  принимает целочисленные значения. Для серий уровней HeI величины  $\alpha$  приведены ниже:

Переходы	$2^1P-n^1S$	$2^1S-n^1P$	$2^1P-n^1D$	$2^3P-n^3S$	$2^3S-n^3P$	$2^3P-n^3D$
$\alpha$	4	3	3	4	9	3

Из (11) видно, что с ростом главного квантового числа величина эффективного сечения возбуждения внутри каждой серии резко уменьшается. Поэтому во вторую сумму правой части уравнения (10) вносит существенный вклад очень малое число членов.

Для линий с общим верхним уровнем справедливо соотношение (7), поэтому если известны вероятности спонтанных переходов с этого уровня на все нижележащие, то чтобы составить первую сумму в равенстве (10), достаточно определить эффективное сечение возбуждения любой одной линии из этой серии  $q_{kr}$ , измерив абсолютную интенсивность  $I_{kr}$  этой линии.

Зависимость эффективного сечения возбуждения уровня или спектральной линии от энергии налетающего электрона можно представить в виде

$$q_{0k}(E_e) = q_{0k}(E_{\max}) f_{0k}(E_e), \quad (12)$$

где  $f_{0k}(E_e)$  — безразмерная функция, называемая функцией возбуждения данного уровня  $k$ , удовлетворяющая условию, что  $f_{0k}(E_{\max}) = 1$ , а  $E_{\max}$  — энергия электронов в максимуме функции возбуждения,  $q_{0k}(E_{\max})$  — величина эффективного сечения  $k$ -уровня из основного в максимуме функции возбуждения, т. е. при  $E_e = E_{\max}$ . Аналогично определяется функция возбуждения  $f_{hi}(E_e)$  перехода  $k \rightarrow i$ .

Для того чтобы определить эффективное сечение возбуждения линии, надо измерить интенсивность спектральной линии в абсолютных единицах. Для этого необходимо провести калибровку измерительной аппаратуры по источнику с известным распределением излучения по спектру. В данной работе таким эталонным источником служит вольфрамовая ленточная лампа. Измеряя мощность излучения спектральных линий, испускаемых атомами в экспериментальной трубке, и соответствующие по длинам волн

участки сплошного спектра излучения ленточной вольфрамовой лампы, можно определить эффективные сечения возбуждения спектральных линий, а по формуле (10) перейти к эффективным сечениям уровней.

Согласно (6) мощность излучения объема  $dV$ , пронизываемого электронами со скоростью  $v_e$ , на частоте  $\nu_{ki}$  равна

$$I_{ki} = \dot{I}_{ki} dV. \quad (13)$$

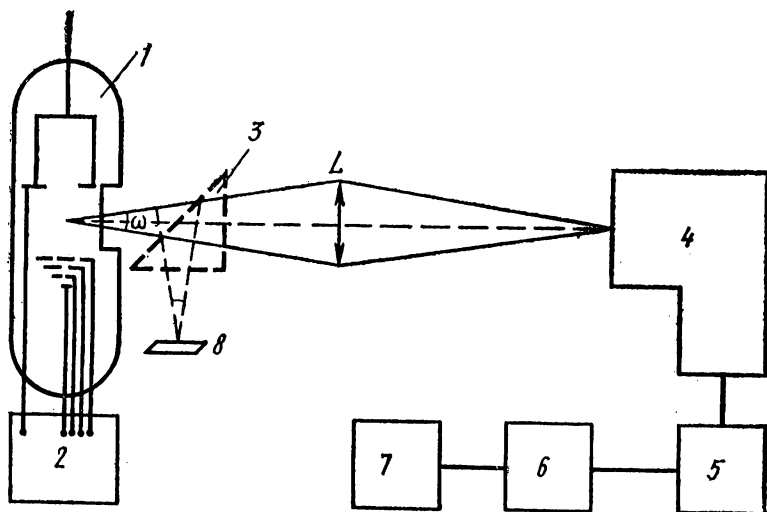


Рис. 2. Блок-схема экспериментальной установки

Если излучатель изотропный, то конденсорной линзой  $L$  (рис. 2) собирается поток, распространяющийся в пределах телесного угла  $\omega$ , под которым излучающая поверхность видна из щели спектрографа, т. е.

$$I' = I_{ki} \frac{\omega}{4\pi}. \quad (14)$$

Через входную щель монохроматора высоты  $h_1$  и ширины  $s_1$  проходит часть потока, собираемого конденсорной линзой  $L$ , равная

$$I'' = I' \frac{s_1 h_1}{2rla^2} = I_{ki} \frac{\omega}{4\pi} \frac{s_1 h_1}{2rla^2}, \quad (15)$$

где  $r$  и  $l$  — радиус и высота светящегося пучка газа в трубке,  $a$  — увеличение линзы.

Мощность излучения вольфрамовой лампы, проходящая через выходную щель монохроматора ширины  $s_2$  и высоты  $h_2$ , равна

$$I_w = \gamma b_{\lambda T} \omega \Delta \lambda s_2 h_2, \quad (16)$$

где  $b_{\lambda T}$  — поверхностная яркость вольфрамовой лампы при температуре  $T$ ,  $\Delta\lambda$  — интервал длин волн, выделяемый щелью монохроматора, выражаемый через линейную дисперсию и ширину выходной щели, т. е.  $\Delta\lambda = s_2 d\lambda/dx$ , где  $d\lambda/dx$  — обратная величина линейной дисперсии монохроматора.

Коэффициент  $\gamma$  учитывает потери света на поворотной призме, при помощи которой излучение от вольфрамовой лампы направляется на линзу  $L$ ,  $\gamma \sim 0,9$ .

Обозначив сигнал от ФЭУ, соответствующий потоку световой энергии возбужденных атомов через  $\beta_1$  (показания прибора, измеряющего ток от ФЭУ) и через  $\beta_2$  — от эталонной вольфрамовой лампы, получим

$$\frac{I''}{I_w} = \frac{\beta_1}{\beta_2 \tau}, \quad (17)$$

где  $\tau$  — коэффициент, учитывающий ослабление излучения вольфрамовой лампы серым фильтром.

Подставив значение  $I''$  из (15) и  $I_w$  из (16) в (17) и заменив плотность потока электронов в пучке  $n_e v_e$  через величину электронного тока, деленного на заряд электрона  $i/e$ , получим рабочую формулу для определения эффективного сечения возбуждения спектральной линии, соответствующей переходу  $k \rightarrow i$ ,

$$q_{ki} = \frac{\beta_1}{\beta_2 \tau} \frac{4\gamma\pi s_2 \frac{d\lambda}{dx} 2\pi a^2 b_{\lambda T}}{n_0 i/e h\nu_{ki}}. \quad (18)$$

Поверхностная яркость вольфрамовой лампы вычисляется по формуле Вина с поправкой, учитывающей, что вольфрамовая лампа не абсолютно черный излучатель:

$$b_{\lambda T} = \frac{\epsilon_{\lambda T}}{\epsilon_{\lambda_0 T}} C_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T}, \quad (19)$$

где  $T$  — яркостная температура в кельвинах, определяемая в свете длины волны  $\lambda_0 = 6600 \text{ \AA}$ ,  $c_1 = 1,19 \cdot 10^{-5} \text{ эрг} \cdot \text{см}^2/\text{стер} \cdot \text{с}$ ,  $c_2 = 1,439 \text{ см} \cdot \text{град}$ ,  $\epsilon_{\lambda T}$ ,  $\epsilon_{\lambda_0 T}$  — излучательная способность вольфрамовой лампы при температуре  $T$  для длин волн  $\lambda$  и  $\lambda_0$ .

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Экспериментальная установка (рис. 2) состоит из трубки и схемы ее электропитания 2, конденсорной линзы  $L$ , поворотной призмы 3, монохроматора 4, ФЭУ 5, усилителя постоянного тока 6, гальванометра 7, вольфрамовой ленточной лампы 8. В экспериментальную трубку (рис. 3) впаивается электронная пушка, состоящая из оксидного катода  $K$  с косвенным накалом  $H$ , диафрагм  $D_1$ ,  $D_2$ , служащих для формирования электронного пучка, электрода  $D_3$  для задания электронам необходимой энергии и коллектора электронов  $C$ . После вакуумной обработки электродов и стенок и

активации оксидного катода трубка наполнялась исследуемым газом при таком давлении, чтобы выполнялось требование однократности столкновений электронов с атомами, т. е. чтобы длина свободного пробега электронов  $\lambda_e$  была больше расстояния  $D_3C$ .

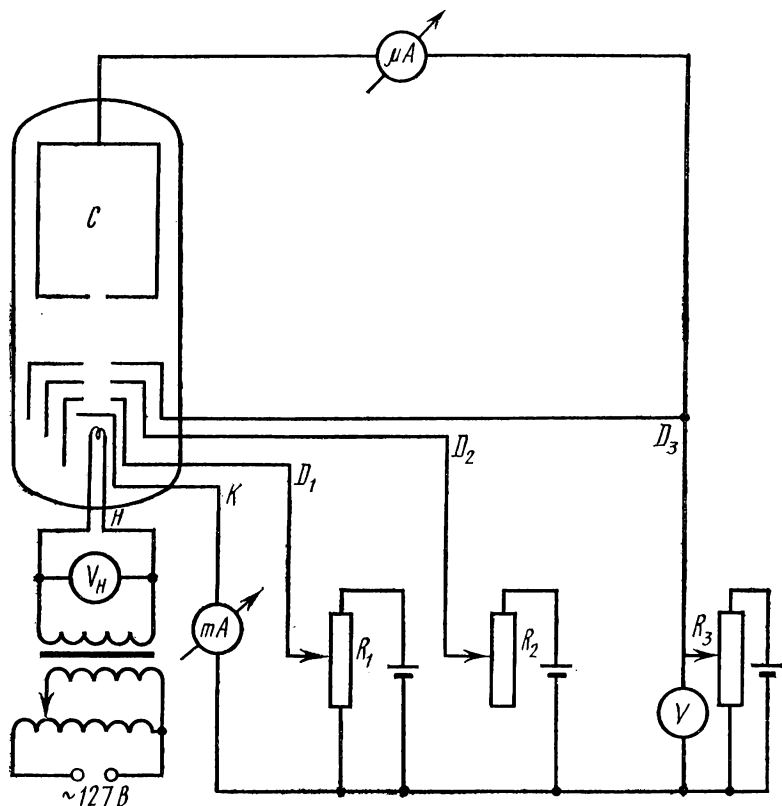


Рис. 3. Схема включения экспериментальной трубки

Таблица

$\lambda, \text{Å}$	Переход	$E, \text{эВ}$	для $T = 1273\text{K}$	$A_{ki} \cdot 10^{10} \text{с}^{-1}$
5876	$2^3\text{P} - 3^3\text{D}$	23,07	0,464	71,7
5047	$2^1\text{P} - 4^1\text{S}$	23,66	0,482	6,60
5016	$2^1\text{S} - 3^1\text{P}$	23,08	0,483	13,4
4922	$2^1\text{P} - 4^1\text{D}$	23,72	0,485	19,3
4713	$2^3\text{P} - 4^3\text{S}$	23,58	0,489	9,26
4471	$2^3\text{P} - 4^3\text{D}$	23,73	0,494	24,4
6600			0,469	
	$3^1\text{P} - 4^1\text{S}$			4,54
	$3^1\text{P} - 4^1\text{D}$			7,14
	$3^3\text{P} - 4^3\text{S}$			6,42

В работе изучается ход функций возбуждения шести спектральных линий атома гелия. На рис. 4 приведена диаграмма рас-

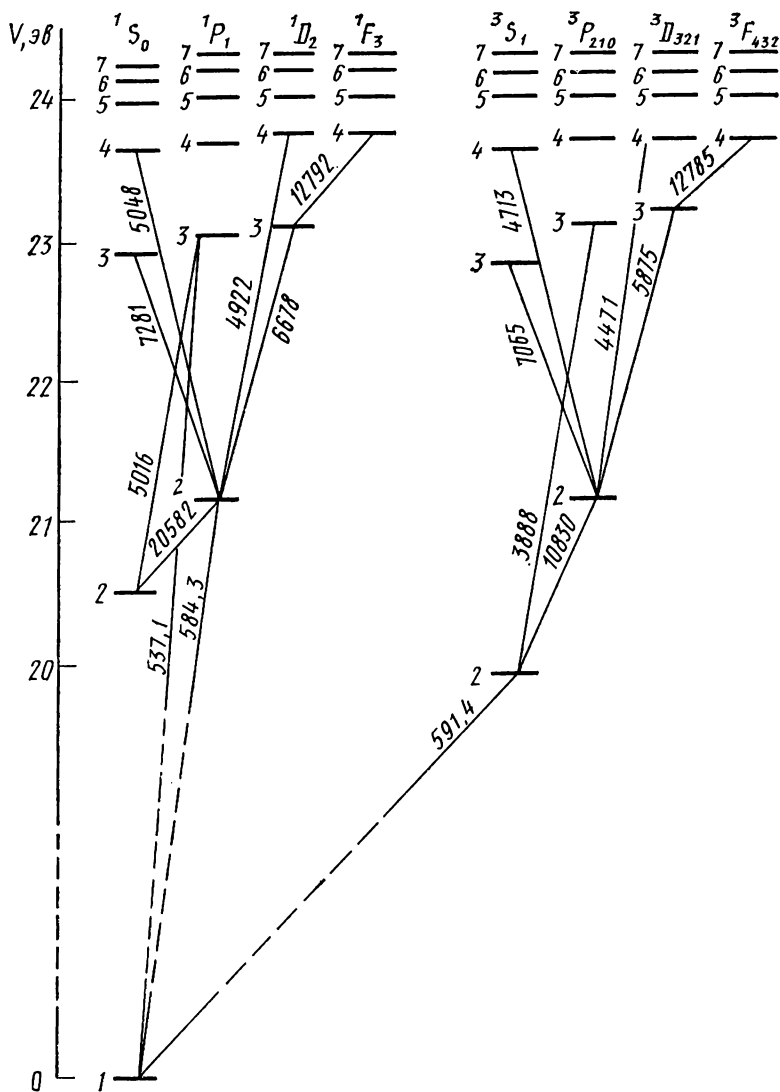


Рис. 4. Схема энергетических уровней атома гелия

положения уровней атома гелия, а в таблице — длины волн исследуемых линий, обозначения переходов, приводящих к излучению данных линий, пороговые энергии возбуждения, излучательная

способность вольфрама для исследуемых длин волн при  $T=1273\text{K}$  и вероятности спонтанных переходов, необходимые для вычисления эффективных сечений уровней. Измерения хода функций возбуждения производятся от пороговой энергии, указанной в табл. 2 до 100 эВ. Энергия электронов задается разностью потенциалов между катодом и диафрагмой  $D_3$ .

Для определения абсолютных величин эффективных сечений возбуждения, не меняя напряжения на ФЭУ, производится измерение тока, вызываемого излучением соответствующего участка сплошного спектра вольфрамовой лампы. Излучение от вольфрамовой лампы направляется на щель монохроматора призмой 3 без изменения положения линзы  $L$ .

#### § 4. Упражнения

1. Измерить ход функций возбуждения шести спектральных линий атома гелия. Представить графики зависимостей

$$I_{ki}/i = f(E_e).$$

2. Используя формулу (18), определить величины эффективных сечений возбуждения исследуемых линий в максимумах их функций возбуждения.

3. По формуле (11) оценить значения сечений возбуждения вдоль спектральных серий.

4. Вычислить сечения возбуждения уровней  $4^1S$ ,  $4^1D$  и  $4^3S$ , пользуясь формулами (8), (10) и пренебрегая вкладом каскадных переходов.

5. Оценить максимальную погрешность относительных и абсолютных измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

##### Обязательная

1. Фриш С. Э. Оптические спектры атомов. М.—Л., Физматгиз, 1963.
2. Богданова И. П. и Фриш С. Э. — В кн.: Спектроскопия газоразрядной плазмы. Л., «Наука», 1970.

##### Дополнительная

3. Запесочный И. П. и др. — «Ук. физ. журн.», X, № 11, 1197, 1965.

#### 7. РЕЗОНАНС ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ

В задаче изучается резонанс ограниченной плазмы во внешнем ВЧ-поле, связанный с наличием на ее границе слоя пространственного заряда.

#### § 1. Введение

Изучение взаимодействия ВЧ-полей с плазмой связано с современными задачами физики плазмы. Это — распространение электромагнитных волн в плазменных средах, методы СВЧ и ла-

зерной диагностики плазмы, плазменные неустойчивости и т. д. Большое внимание уделяется возможности ВЧ-нагрева плазмы в экспериментах, связанных с проблемой управляемого термоядерного синтеза. К настоящему времени достаточно полно изучено взаимодействие ВЧ-полей с безграничной плазмой. Однако в условиях эксперимента плазма, как правило, ограничена и при наложении на нее внешних ВЧ-полей, явления на границах могут оказать решающее влияние на ее электродинамические свойства.

На границах плазмы образуются слои пространственного заряда, дисперсионные свойства которых отличны от плазменных. Эти слои возникают при контакте плазмы с твердым телом и играют важную роль при работе радиоантенн в околоземельной плазме, в механизме поддержания ВЧ-разрядов и при взаимодействии ВЧ полей с ограниченной плазмой.

Цель работы состоит в экспериментальном изучении резонанса ограниченной плазмы и зависимости резонансной частоты от параметров плазмы и слоя пространственного заряда на ее границе.

## § 2. Теория

Для ограниченной плазмы характерно образование на ее границах слоев пространственного заряда (СПЗ) [1—3]. СПЗ образуются на стенках разрядной трубки, на электродах и зондах, погруженных в плазму, а также у анода и катода (анодное и катодное падения потенциала).

Конкретный вид СПЗ зависит от граничных условий. Так, вблизи диэлектрической стенки разрядной трубки или изолированного электрода, зонда, это граничное условие требует равенства нулю полного тока на ограничивающую поверхность:

$$I_e + I_i = 0, \quad (1)$$

где  $I_e$  и  $I_i$  — плотности электронного и ионного токов [2].

Для плоского зонда или тела достаточно большого размера (много большего толщины СПЗ)

$$I_e = \frac{1}{4} env_{te} e^{V/V_e}, \quad I_i = -env_s, \quad (2)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $n$  — плотность плазмы,  
 $v_{te} = \left( \frac{8eV_e}{\pi m} \right)^{1/2}$  — средняя тепловая скорость электронов,  
 $v_s = \left( \frac{eV_e}{M} \right)^{1/2}$  — ионнозвуковая скорость, равная скорости ионов

на границе слой — плазма,  $V$  — потенциал тела относительно плазмы,  $V_e$  — электронная температура в единицах потенциала,  $m$  и  $M$  — массы электрона и иона.



Отсюда следует, что изолированное тело, стенка приобретают относительно плазмы отрицательный плавающий потенциал

$$V_{пл} = -V_e \ln \sqrt{\frac{M}{2\pi m}}. \quad (3)$$

Полученный результат имеет простое физическое объяснение. В силу большого различия в массах тепловые скорости электронов значительно превосходят скорости ионов и, следовательно, электроны в большем количестве, чем ионы, попадают на тело, заряжая его отрицательно. Отрицательный потенциал тела будет увеличиваться до тех пор, пока суммарный ток электронов и ионов не станет равным нулю.

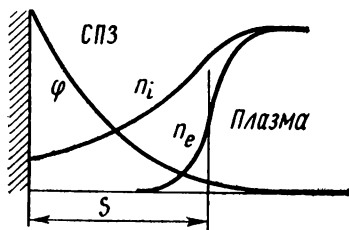


Рис. 1. Распределение потенциала и плотности зарядов в СПЗ

В установившемся состоянии около тела, ограничивающего плазму, образуется переходный слой пространственного заряда ( $n_e \neq n_i$ ), поле которого ускоряет ионы и препятствует проникновению на поверхность

тела электронов. На рис. 1 дана качественная картина распределения отрицательного потенциала  $\phi$  и плотности ионов и электронов в СПЗ на границе плазмы.

При достаточно больших отрицательных потенциалах тела (включая плавающий) плотность ионов  $n_i$  в слое пространственного заряда значительно превосходит плотность электронов  $n_e$  ( $n_i \gg n_e$ ); поэтому с достаточной степенью точности при расчетах параметров СПЗ можно положить плотность электронов из СПЗ равной нулю [3]. В этом приближении задача о СПЗ сводится к закону « $3/2$ » для диода (роль эмиттера ионов играет плазма):

$$I_i = -\frac{1}{9\pi} \left( \frac{2e}{M} \right)^{1/2} \frac{V^{3/2}}{S^2}. \quad (4)$$

С учетом выражений (2) и (4) для толщины слоя  $S$  следует, что

$$S = \left[ \frac{\sqrt{2} V^{3/2}}{9\pi e n V_e^{1/2}} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Из этого выражения следует, что толщина СПЗ определяется параметрами плазмы  $n$  и  $V_e$ , а также разностью потенциалов в СПЗ —  $V$ . При неизменных параметрах плазмы  $n$  и  $V_e$  толщину слоя можно изменять, задавая с помощью внешней цепи различные значения потенциала  $V$ .

Если разность потенциалов в СПЗ содержит как постоянную  $V_0$ , так и ВЧ, составляющую напряжения  $V_{\sim}$ , электрические свой-

ства СПЗ определяются активной  $G$  и реактивной  $Y$  проводимостями СПЗ. Для слабых ВЧ-напряжений ( $V_{\sim} \ll V_0$ ) полный ВЧ-ток СПЗ определяется выражением

$$I_{\sim} = V_{\sim} (G + Y). \quad (6)$$

По определению, активная проводимость равна

$$G = - \frac{dI}{dV}. \quad (7)$$

С учетом того что для большого электрода (стенки, плоского зонда)  $\frac{dI}{dV} = 0$ , из (2) и (7) следует

$$G = I_e / V_e. \quad (8)$$

Реактивная проводимость СПЗ определяется как проводимость конденсатора, образованного нейтральной плазмой и электродом (телом):

$$Y = j\omega C = j\omega / 4\pi S. \quad (9)$$

Так как значения  $I_e$  и  $S$  зависят от разности потенциалов в СПЗ, то в общем случае комплексная проводимость СПЗ нелинейная. Для слабых ВЧ-напряжений величины  $G$  и  $Y$  зависят лишь от параметров плазмы и постоянной составляющей разности потенциалов в СПЗ —  $V_0$ .

При  $|V_0| \geq |V_{пл}|$  для достаточно больших частот, превышающих ионную плазменную частоту  $\omega_i = \left( \frac{4\pi e^2 n}{M} \right)^{1/2}$ , ВЧ-проводимость СПЗ в основном определяется его емкостной проводимостью ( $|Y| \gg |G|$ ). В этом случае наличие СПЗ на границе плазмы в электродинамическом смысле эквивалентно вакуумному зазору толщиной  $S$ .

Влияние СПЗ на дисперсионные свойства ограниченной плазмы рассматривается при следующих приближениях [4, 5]:

1) процессы считаются квазистатическими, что допустимо для частот  $\omega$ , длина волны в вакууме которых значительно превышает размеры плазмы

$$\lambda = 2\pi c_0 / \omega \gg L; \quad (10)$$

2) считают плазму холодной, что эквивалентно отсутствию волновых процессов в плазме. В этом приближении диэлектрическая проницаемость плазмы равна

$$\epsilon_p = 1 - \frac{\omega_e^2}{\omega(\omega - j\nu_{эфф})}, \quad (11)$$

где  $\omega_e = \left( \frac{4\pi e^2 n}{m} \right)^{1/2}$  — электронная плазменная частота,  $\nu_{эфф}$  —

эффективная частота столкновений электронов с другими компонентами плазмы.

Второе допущение строго выполняется в области частот  $\omega_i^2 \ll \omega^2 \ll \omega_e^2$ . Далее будет показано, что интересующий нас резонанс ограниченной плазмы соответствует этому диапазону частот.

Найдем ВЧ-импеданс  $Z$  плоского слоя однородной бесстолкновительной плазмы протяженностью  $L-S$ , ограниченного слоем пространственного заряда толщиной  $S$  (рис. 2).

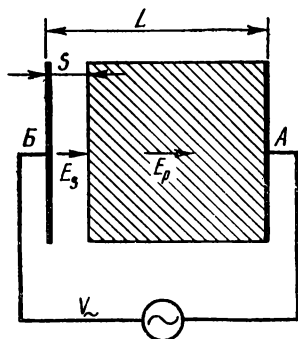


Рис. 2. Электрическая схема с ограниченной плазмой

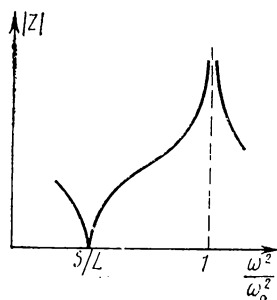


Рис. 3. Частотная зависимость импеданса ограниченной плазмы

Если к электродам  $A$  и  $B$  приложено ВЧ-напряжение  $V \sim E e^{i\omega t}$  достаточно высокой частоты ( $\omega \gg \omega_i$ ), ионы в ВЧ-поле будут неподвижны и СПЗ можно рассматривать как вакуумный зазор с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_s = 1$ .

Обозначив ВЧ-поле в СПЗ  $E_s$ , а в плазме —  $E_p$ , в квазистатическом приближении имеем

$$V_{\sim} = \int_0^S E_s dx + \int_S^L E_p dx. \quad (12)$$

На границе раздела

$$E_s = \epsilon_p E_p. \quad (13)$$

Для бесстолкновительной плазмы ( $\nu_{эф} = 0$ ) из (11) — (13) следует

$$V_{\sim} = E_s [S + (L-S)(1 - \omega_e^2/\omega^2)^{-1}]. \quad (14)$$

Плотность ВЧ-тока находится как ток смещения в СПЗ:

$$I_{\sim} = 1/4\pi \frac{dE_s}{dt} = j\omega/4\pi E_s. \quad (15)$$

Из (14) и (15) имеем импеданс ограниченной плазмы  $Z$ , отнесенный к единице сечения:

$$Z = V_{\sim}/I_{\sim} = 4\pi/j\omega \frac{S\omega_e^2 - L\omega^2}{\omega_e^2 - \omega^2}. \quad (16)$$

Отсюда следует, что импеданс бесстолкновительной плазмы, ограниченной слоем пространственного заряда, стремится к бесконечности при  $\omega = \omega_e$ . Это известный плазменный резонанс, связанный с проникновением ВЧ-поля в плазму. Кроме того, СПЗ на границе плазмы приводит к качественно новому явлению — возникновению специфического резонанса на частоте  $\omega = \omega_r$ :

$$\omega_r^2 = \omega_e^2 S/L, \quad (17)$$

при которой импеданс ограниченной плазмы стремится к нулю. Значение  $\omega_r$  определяется не только параметрами плазмы, но и размерами СПЗ и плазмы. Собственную частоту  $\omega_r$  ограниченной плазмы будем называть «геометрической». На рис. 3 качественно представлена частотная зависимость  $Z$  бесстолкновительной ограниченной плазмы.

Резонанс на частоте  $\omega_r$  имеет простую интерпретацию на языке эквивалентных электрических цепей. СПЗ обладает емкостной проводимостью, в то время как плазма на частотах  $\omega < \omega_e$  обладает индуктивной проводимостью. При  $\omega = \omega_r$  возникает последовательный резонанс, при котором емкостная проводимость СПЗ равна индуктивной проводимости плазмы.

В реальных условиях

$$S \ll L \quad (18)$$

и, как следует из (17),

$$\omega_r^2 \ll \omega_e^2. \quad (19)$$

Поэтому при расчетах величины  $\omega_r$  с достаточно большой точностью можно полагать длину плазмы равной  $L$ , а ее диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_p = -\frac{\omega_e^2}{\omega(\omega - j\nu_{эфф})}$ . В этом приближении

$$V_{\sim} = E_s \left( S - L \frac{\omega^2}{\omega_e^2} \right), \quad Z = \frac{4\pi}{j\omega} \left( S - L \frac{\omega^2}{\omega_e^2} \right),$$

откуда для  $\omega_r$  следует  $\omega_r^2 = \omega_e^2 S/L$ .

При определении величины  $\omega_r$  для столкновительной и неоднородной плазм в целях упрощения будем пользоваться допущениями (18) и (19).

Учет столкновений в выражении для диэлектрической проницаемости плазмы (11) при условиях (18) и (19) приводит к значению импеданса

$$|Z| = 4\pi \left[ \left( \frac{v_{эфф}}{\omega_e^2} L \right)^2 + \left( \frac{\omega L}{\omega_e^2} - \frac{S}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (20)$$

откуда видно, что  $|Z|$  принимает минимальное значение при  $\omega = \omega_r$  независимо от частоты столкновений. Однако частотная зависимость  $|Z(\omega)|$  носит ярко выраженный резонансный характер лишь при достаточно малом отношении  $v_{эфф}/\omega_e$ .

Ширина резонансного пика  $\Delta\omega$ , определяемая как разность частот, при которых  $|Z|$  отличается от резонансного значения в  $\sqrt{2}$  раз, равна  $v_{эфф}$ . В реальных условиях ограниченная плазма неоднородна, поэтому значение  $\omega_r$  зависит от характера пространственного распределения плотности плазмы.

Пусть пространственное распределение плазмы в форме ограниченного с торцов цилиндра с радиусом  $R$  и длиной  $L$  задано в виде

$$n(x, r) = n_0 k(x) k(r), \quad (21)$$

где  $n_0$  — максимальное значение  $n$ ,  $k(x)$  и  $k(r)$  — функции пространственного распределения плазмы по оси и радиусу ( $k(x)$  и  $k(r) \leq 1$ ). В этом случае  $\epsilon_p$  и  $E_p$  зависят от координат; с учетом того что  $\omega_e^2 \sim n$ , из (21) и (12) получается выражение для импеданса ограниченной неоднородной плазмы,

$$Z = \frac{4\pi}{i\omega} \left[ S + \int_S^L \left( 1 - \frac{\omega_{0e}^2 \overline{k(r)} k(x)}{\omega^2} \right)^{-1} dx \right], \quad (22)$$

где  $\omega_{0e}$  — максимальное значение  $\omega_e$  при  $n = n_0$ ,

$\overline{k(r)} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R k(r) 2\pi r dr$  — усредненное по сечению плазмы значение  $k(r)$ . Из (22) следует уравнение для резонансной частоты  $\omega_r$ :

$$S + \int_S^L \left( 1 - \frac{\omega_{0e}^2 \overline{k(r)} k(x)}{\omega_r^2} \right)^{-1} dx = 0.$$

Пользуясь условиями (18) и (19) получаем

$$S - \int_0^L \frac{\omega_r^2 dx}{\omega_{0e}^2 \overline{k(r)} k(x)} = 0,$$

откуда

$$\omega_r^2 = \omega_{0e}^2 \frac{S}{L} K, \quad (23)$$

где

$$K = \frac{L \int_0^R k(r) 2\pi r dr}{\pi R^2 \int_0^L \frac{dx}{k(x)}} \ll 1$$

параметр пространственного распределения ограниченной плазмы.

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Экспериментальное исследование частотной зависимости импеданса ограниченной плазмы проводится на установке, изображенной на рис. 4. Источник плазмы — дуга низкого давления в парах

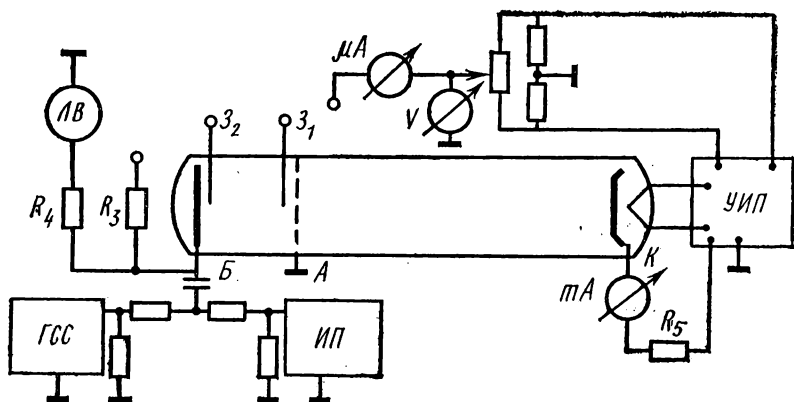


Рис. 4. Схема экспериментальной установки

ртути между накаливаемым катодом  $K$  и сетчатым анодом  $A$ . Поверхность сетчатого анода выбрана такой, что анодное падение потенциала равно нулю и СПЗ у анода не образуется.

Плазма положительного столба диффундирует через сетчатый анод и заполняет объем между анодом и электродом  $B$ . Так как электрод  $B$  по постоянному току не соединен с внешней цепью, то между ними и плазмой образуется слой пространственного заряда с плавающей разностью потенциалов  $V_{пл}$ .

Импеданс ограниченной плазмы  $|Z|$ , заключенной между электродами  $A$  и  $B$ , измеряется с помощью  $T$ -образной схемы (рис. 5). Резисторы  $R_1$  служат для согласования  $T$ -моста с генератором

стандартных сигналов ГСС и измерительным приемником ИП. Резисторы  $R_1$  и  $R_2$  выбраны такими, что  $R_1 + R_2 \gg |Z|$ , а ВЧ-напряжение на выходе моста  $V_2$  пропорционально  $|Z|$ . Это значит, что если на вход моста подавать ВЧ-напряжение  $V_1$  с независимой от частоты амплитудой, то частотная зависимость выходного напряжения  $V_2$  подобна частотной зависимости  $|Z(\omega)|$ . Таким образом, по минимальному значению  $|Z(\omega)|$  определяют резонансную частоту ограниченной плазмы  $\omega_r$ .

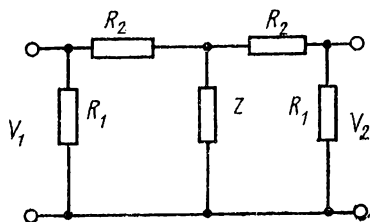


Рис. 5. Схема измерения частотной зависимости импеданса ограниченной плазмы

Резонансную частоту  $\omega_r$  можно изменять, варьируя плотность плазмы разрядным током  $I_p$  и толщину СПЗ, задавая различные значения  $V_0$  — постоянной разности потенциалов в СПЗ. Для этого используется обычная схема зондовых измерений, подключаемая к электроду  $B$  через резистор  $R_4$ , а потенциал электрода измеряется ламповым вольтметром постоянного тока ЛВ, подключаемым к электроду  $B$  через резистор  $R_3$ . Резисторы  $R_3$ ,  $R_4$  удовлетворяют условиям  $|Z| \ll R_3$ ,  $R_4 \ll R_{лв}$  и выполняют функции ВЧ-дресселей ( $R_{лв}$  — входное сопротивление лампового вольтметра).

Для измерения параметров плазмы служит зондовая схема, подключаемая к зондам  $Z_1$  и  $Z_2$  с площадью собирающей поверхности  $3,3 \cdot 10^{-2}$  см<sup>2</sup>. Питание зондовой схемы производится от слаботочного выпрямителя блока питания УИП-1, питание цепи накала и разрядной цепи — от мощного выпрямителя УИП-1 и накаливых выводов. Резистор  $R_5$  выполняет функции балластного сопротивления. Для нормальной работы зондовой схемы выходное напряжение слаботочного выпрямителя устанавливается на уровне 50÷70 В. Выбор разрядного тока  $I_p$  определяется выходным напряжением мощного выпрямителя УИП-1. Величина  $I_p$  измеряется миллиамперметром, включенным в разрядную цепь. Интервал разрядных токов лежит в пределах 100÷500 мА.

Концентрация плазмы определяется в точке ее максимального значения вблизи анода с помощью зонда  $Z_1$  по обычной зондовой методике [2]. Для определения постоянной разности потенциалов  $V_0$  служит зонд  $Z_2$ , расположенный вблизи электрода  $B$ . Значение  $V_0$  определяется как разность потенциалов между электродом  $B$  и потенциалом пространства, измеренным с помощью зонда  $Z_2$ .

Пространственное распределение плазмы между электродами  $A$  и  $B$  задается параболической зависимостью (6)

$$k(x) = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2, \quad k(r) = 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{r}{R} \right)^2, \quad (24)$$

где  $L=5,0$ ,  $R=2,4$  см.

**Порядок измерения частотной зависимости ограниченной плазмы.** На вход Т-моста подается ВЧ-напряжение ГСС, работающего в режиме непрерывной генерации. Выходное напряжение генератора устанавливается на определенном уровне 50÷100 мВ. При перестройке частоты генератора выходное напряжение каждый раз устанавливается на первоначально заданном уровне. Частотный диапазон  $f$ , в котором определяется  $|Z|$  плазмы, лежит в пределах 40—120 МГц.

Выход Т-моста соединяется со входом измерительного приемника Х4-4, работающего в режиме автоматического поиска частоты АПЧ. Для этого производят ручную настройку измерительного приемника на частоту генератора и потом переключают приемник в режим автоматического поиска. Эту процедуру повторяют при переключении диапазона генератора или приемника (разбивка частот по диапазонам у генератора и приемника не совпадают). После перехода в режим АПЧ настройка приемника устанавливается автоматически при плавной перестройке генератора вплоть до границы установленного диапазона приемника или генератора. При переключении диапазона генератора или приемника выходное напряжение генератора и чувствительность приемника могут изменяться в пределах 10%, и для получения непрерывной зависимости  $|Z(\omega)|$  необходимо сопрягать точки частотной зависимости  $|Z(\omega)|$ . Так как диапазоны генератора частично перекрываются, то после измерения на крайней частоте одного диапазона необходимо установить эту же частоту на другом диапазоне и плавным attenuатором генератора добиваться одинаковых показаний измерительного приемника.

Для получения частотной характеристики ограниченной плазмы при установленных значениях разрядного тока и потенциала электрода В первоначально грубо находят резонансную частоту по минимальному показанию измерительного приемника, не следя за изменениями выходного напряжения ВЧ-генератора. Потом устанавливаются определенное выходное напряжение генератора и чувствительность приемника на таком уровне, при котором показания составляют примерно треть шкалы. Снимают частотную зависимость  $|Z|$  в диапазоне частот  $\pm 20$  МГц от приблизительно найденной частоты  $f_r$  через каждые 1—2 МГц. Точное значение резонансной частоты находят из графика  $|Z(\omega)|$  по минимуму  $|Z|$ .

При выполнении работы необходимо помнить следующее:

1) стабильная работа радиоэлектронных приборов и разрядной трубки устанавливается через 10—15 мин после их включения;

2) недопустимо превышение разрядного тока более 600 мА — это может привести к выходу из строя разрядной трубки и источника ее питания УИП-1;

3) измерительный приемник Х4-4 построен по принципу супергетеродина и, следовательно, имеет побочный канал приема, отличающийся от основного на 22 МГц (во избежание настройки



на побочный канал необходимо следить, чтобы показания автоматического частотомера прибора Х4-4 совпадали с частотой генерации Г4-6; в противном случае необходимо произвести настройку приемника на более низкую частоту);

4) при расчетах необходимо знать, что показания приборов соответствуют значениям частоты  $f$ , в то время как в расчетные формулы входит круговая частота  $\omega = 2\pi f$ .

## § 4. Упражнения

Прежде всего необходимо ознакомиться с экспериментальной установкой и правилами техники безопасности, а затем с прилагаемыми к установке описаниями ВЧ-генератора типа Г4-6, измерительного приемника Х4-4 и лампового вольтметра ВКС7-9.

1. Зажечь разряд и, установив заданные преподавателем значения разрядного тока  $I_p$ , получить зондовые характеристики зондов  $З_1$  и  $З_2$ . Из зондовых характеристик найти значения плотности плазмы  $n_0$  и плазменной частоты  $\omega_{0e}$  вблизи анода и потенциал пространства вблизи плазменной границы СПЗ.

2. При различных значениях  $I_p$  получить ионные части вольт-амперных характеристик электрода В в диапазоне отрицательных потенциалов от плавающего до значения  $V_B$ , равного 80 В. Из вольт-амперной характеристики электрода В с помощью закона «3/2» найти толщину СПЗ при заданных значениях  $I_p$  и  $V_B$ .

3. При заданных значениях разрядного тока снять частотные зависимости импеданса ограниченной плазмы  $|Z(\omega)|$  при различных значениях потенциала электрода В относительно анода А, включая плавающий потенциал. Построить график зависимости  $|Z|$  от  $\omega$  для различных значений  $I_p$  и  $V_B$  и найти соответствующие резонансные частоты  $\omega_r$ .

4. Построить экспериментальную (для всех найденных значений  $\omega_r$ ) и теоретическую зависимость  $\omega_r^2/\omega_{0e}^2$  от  $KS/L$ . Значение параметра неоднородности ограниченной плазмы  $K$  вычисляется по формулам (23) и (24).

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. М., Гостехиздат, 1952.
2. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М., Атомиздат, 1969.
3. Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Пятаевский Л. П. Искусственные спутники земли в разряженной плазме. М., «Наука», 1967.
4. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме М., «Наука», 1970.

### Дополнительная

5. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме. М., «Мир», 1971.
6. Клярфельд Б. Н. — ЖТФ, 8, 2012, 1938.
7. Smy P. R., Nation I. A., Simpson D. — «Brit. J. Appl. Phys.», 2, ser. 2, 1969.

## **8. ПЛОТНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ПЛАЗМА ИМПУЛЬСНОГО РАЗРЯДА**

Исследуются методы диагностики и параметры плазмы в импульсном разряде в ксеноне.

### **§ 1. Введение**

Многие современные задачи физики плазмы связаны с необходимостью достижения высоких плотностей энергии, например проблема нагрева плазмы до высоких температур, при которых возможно протекание реакции термоядерного синтеза, или проблема создания особо высокоинтенсивных источников излучения для различных технологических приложений (накачка оптических квантовых генераторов (ОКГ), импульсный фотолиз и др.). При этом приходится иметь дело с существенно нестационарным состоянием плазмы. Характерные времена протекания различных физических процессов в такой плазме весьма малы и измеряются тысячными и миллионными долями секунды. Измерение различных физических величин значительно осложняется и требует, как правило, осциллографирования сигналов с различных измерительных датчиков.

Обычно задача создания больших плотностей энергии связана с измерением весьма больших значений токов и напряжений интенсивных световых потоков, больших давлений и т. п. Поэтому методы диагностики нестационарной плазмы в таких условиях должны обладать рядом специфических особенностей. С другой стороны, сама плазма в условиях, когда выделение энергии в ней весьма велико, обладает рядом интересных свойств и особенностей, связанных с высокой температурой компонент плазмы и высокой степенью ионизации.

Настоящая задача посвящена изучению основных методов диагностики параметров и характеристик сильнооточного импульсного разряда в плазме высокой плотности, который используется на практике в качестве источника излучения для накачки оптических квантовых генераторов. Этот тип газовых разрядов носит специальное название сильнооточного излучающего разряда.

### **§ 2. Теория**

**1. Основные особенности плазмы разрядов**, которые используются в качестве источников излучения, определяются требованием эффективного преобразования электрической энергии в энергию излучения заданного спектрального диапазона. В источниках света, существующих для накачки твердотельных ОКГ, например на кристаллах рубина или неодимового стекла, максимум излучения должен приходиться на видимый спектральный диапазон.

При заданной температуре тела его излучение максимально, если оно носит равновесный характер. Спектральная интенсив-

ность равновесного излучения определяется формулой Планка [1]:

$$I_{\nu p} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp \left\{ \frac{h\nu}{kT} \right\} - 1}. \quad (1)$$

Тело, находящееся в равновесии с излучением, поглощающее все падающее на него излучение, называется абсолютно черным. Полный интегральный по спектру поток излучения, выходящий с единицы поверхности такого тела, равен

$$S_p = \hat{\sigma} T^4, \quad (2)$$

где  $\hat{\sigma} = 5,67 \cdot 10^{-5}$  эрг/см<sup>2</sup>·с·град<sup>4</sup> — постоянная Стефана — Больцмана.

В общем случае излучение тела отличается от равновесного. При этом спектральное распределение интенсивности существенно зависит от оптической толщины плазмы:

$$\tau = \int_0^d \kappa_\nu(x) dx. \quad (3)$$

Если  $\tau \gg 1$  (оптически толстая плазма), то излучение в каждой точке слабо отличается от равновесного  $I_{\nu p}$  и для полного потока излучения приближенно можно записать

$$S = - \frac{16\sigma l_p T^3}{3} \nabla T,$$

где  $l_p$  — так называемый росселандов пробег квантов. Поток излучения в каждой точке тела с переменной температурой близок к равновесному, соответствующему температуре этой точки; при этом говорят о состоянии локального термодинамического равновесия излучения с веществом (ЛТР).

В противоположном случае ( $\tau \ll 1$  — оптически тонкая плазма) излучение практически беспрепятственно выходит из плазмы (поглощается малая доля излучения порядка  $d/l \ll 1$ , где  $l$  — средний пробег квантов). Излучение существенно отличается от равновесного и полный поток излучения

$$S = \frac{l}{d} \hat{\sigma} T^4.$$

Если излучение не равновесно, то его можно характеризовать так называемой яркостной температурой, под которой понимается температура абсолютно черного тела, посылающего с поверхности в данном спектральном интервале такой же поток излучения, как и реальное тело.

Характер излучаемого плазмой спектра зависит от ее состава и плотности. Для разреженной плазмы преобладающий механизм излучения — излучение при связанно-связанных переходах электронов в атомах и ионах. С ростом плотности и температуры в плазме существенно непрерывное излучение при свободно-свободных (тормозное излучение) и свободно-связанных (рекомбинационное излучение) переходах. Связанно-связанные переходы дают линейчатый спектр, а свободно-свободные и свободно-связанные — непрерывный.

Желательно иметь источник света, излучение которого в заданном спектральном диапазоне непрерывно и близко к излучению абсолютно черного тела. В нашей задаче используется электрический разряд в ксеноне, яркостная температура которого составляет величину порядка  $(10 \div 15) \cdot 10^3$  K.

При таких температурах плазма разряда — практически полностью термически ионизованный идеальный газ с плотностью заряженных частиц — электронов и ионов — порядка  $10^{18}$  см<sup>-3</sup>, при которой частота столкновений частиц велика, а плазма находится в состоянии ЛТР, распределение частиц по скоростям является максвелловским, степень ионизации находится из уравнения Саха, распределение частиц по энергетическим уровням определяется законом Больцмана

$$\frac{N_q}{N_p} = \frac{g_q}{g_p} \exp \left\{ \frac{E_q - E_p}{kT} \right\}, \quad (4)$$

где  $N_p$  и  $N_q$  — плотность атомов или ионов в возбужденном состоянии с энергиями  $E_q$  и  $E_p$ , а  $g_p$  и  $g_q$  — так называемые статистические веса соответствующих состояний, т. е. число состояний с одинаковой энергией, которые различаются по внутренним степеням свободы.

При высокой степени ионизации, характерной для излучающих разрядов, основной вклад в коэффициенты переноса плазмы дают соударения заряженных частиц. Сечения таких соударений описываются известной формулой Резерфорда для рассеяния заряженных частиц (электронов) в кулоновском поле ионов. Проводимость плазмы выражается формулой [3, 6]

$$\sigma = \frac{\alpha}{z} T^{3/2}, \quad (5)$$

где  $\alpha = 4 \cdot 10^7$ , а  $z$  — средний заряд ионов плазмы. Проводимость не зависит от концентрации электронов и ионов, а определяется только температурой плазмы. Коэффициент поглощения в области сплошного спектра дается соотношением Крамерса — Унзольда [1, 9]

$$\kappa_\nu = \frac{16 \pi^2}{3 \sqrt{3}} \sum_z \frac{e^6 z^2 k T_e n_e}{h^4 c \nu^3} \exp \left\{ \frac{I_z - h \nu}{k T_e} \right\}, \quad (6)$$

справедливым для случая, когда основной механизм поглощения света — фотоионизация. Здесь  $I_z$  — потенциал ионизации иона с зарядовым числом  $z$ .

**2. Равновесие излучающего разряда, ограниченного стенками.** Импульсная ксеноновая лампа — кварцевый сосуд, обычно цилиндрической формы, заполненный рабочим газом — ксеноном — до давления в несколько сот миллиметров ртутного столба. При достаточно больших временах протекания тока столб плазмы при своем расширении достигает стенок кварцевой трубки и плазма полностью занимает весь объем разрядной полости. Газокинетическое давление плазмы уравнивается давлением стенок трубки, т. е.

$$p(r) = (1 + z) nkT = p_w = \text{const}, \quad (7)$$

где  $p_w$  — давление на стенке,  $r$  — текущий радиус. Давление плазмы определяется произведением температуры на плотность частиц в разряде и сильно возрастает при увеличении вводимой в разрядный канал энергии. Предельное значение этой энергии определяется механической прочностью кварцевой колбы. По этой причине обычно температура в такой плазме не может превышать  $(10-15) \cdot 10^3$  К. Плотность тока, которую необходимо пропустить через плазму, чтобы обеспечить нужное энерговыделение, также ограничена и обычно не превышает  $2 \div 3$  кА/см<sup>2</sup>. При таких условиях собственное магнитное поле разрядного тока мало и магнитным давлением можно пренебречь по сравнению с газокинетическим.

В силу низкой проводимости плазмы скинирование электрического поля отсутствует. Можно положить, что электрическое поле в разряде

$$E(r) = E_0 = \text{const}. \quad (8)$$

Равновесное состояние плазмы описывается уравнением теплопроводности

$$\text{div} \left\{ \frac{c^2}{16\pi^2 \sigma} [\text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B}] - \chi \text{grad } T \right\} = 0, \quad (9)$$

которое необходимо дополнить уравнением поля

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E}. \quad (10)$$

Здесь  $\mathbf{B}$  — магнитное поле разрядного тока, а  $\chi$  — коэффициент теплопроводности плазмы.

Удобно записать

$$\sigma = \alpha T^n, \quad \chi = \beta T^m p^{-k}. \quad (11)$$

Для полностью ионизованной плазмы согласно (7) имеем  $\alpha = 4 \cdot 10^7$ ,  $n = +3/2$ . Числа  $m$  и  $k$  характеризуют зависимость коэффициента

теплопроводности от температуры и давления плазмы и определяются механизмом передачи тепла в плазме. В условиях излучающих разрядов преобладающий механизм — лучистая теплопроводность, в частности в рассматриваемом случае разряда в ксеноне, когда поглощение света определяется процессом фотоионизации,  $\beta = 2,5 \cdot 10^{-8}$ ,  $m = 13/2$ ,  $k = 2$  [1—3].

Система уравнений (7)—(11) полностью определяет равновесное состояние разряда, в частности распределение температуры в разряде, которое обычно бывает слабонеоднородным:

$$T(r) = T_0 \left( 1 - \frac{r^2}{r_T^2} \right), \quad r_T^2 = \frac{r_0^2 \beta_0}{\alpha E_0^2} T_0^{m-n+1}, \quad (12)$$

где  $r_T$  — характерный размер неоднородности температуры,  $r_T \gg a$  ( $a$  — радиус разряда), а  $T_0$  — температура на оси разрядной трубки, величина которой легко находится из уравнения полного баланса энергии в разряде. Этот баланс приближенно определяется равенством омического нагрева плазмы и полного потока излучения с поверхности разряда

$$\int_V \sigma E^2 dv = S \hat{\sigma} T^4 \quad (13)$$

и предположено, что разряд излучает как абсолютно черное тело. Здесь  $V$  — объем разрядной полости,  $S$  — площадь ее боковой поверхности.

Из (13) с учетом (12) следует

$$T_0 = \left( \frac{\alpha E_0^2 a}{2\hat{\sigma}} \right)^{\frac{1}{4-n}} = \left( \frac{a}{2\hat{\sigma}\alpha} \right)^{\frac{2}{11}} j^{\frac{4}{11}}. \quad (14)$$

Это соотношение позволяет проводить расчет температуры в разряде исходя из плотности тока, которая определяется из полного разрядного тока как  $j = I_p / \pi a^2$ . Наконец, распределение плотности частиц в разряде определяется при известной зависимости  $T(r)$  из уравнения (7).

### § 3. Диагностика нестационарной плазмы

#### 1. Измерение импульсных токов.

*а) Пояс Роговского.* Для измерения больших импульсных токов используется либо малое активное сопротивление (шунт), включаемое в цепь тока, либо специальный индуктивный датчик, так называемый пояс Роговского, который представляет собой многовитковый соленоид, свернутый в тор с протекающим внутри разрядным током. На рис. 1 показан такой тор, нагруженный на шунтирующее сопротивление.

Если сила тока  $I_p$ , протекающего в разрядном промежутке, изменяется со временем, то в поясе индуцируется электродвижу-

шая сила. Ток в соленоиде  $I_1$  определяется из закона Ома для квазистационарного тока [4, 5]:

$$I_1(R_c + R_{\text{ш}}) + \frac{1}{c^2} L_{11} \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{c^2} L_{1p} \frac{dI_p}{dt} = 0. \quad (15)$$

Здесь первое слагаемое есть падение напряжения на активном сопротивлении соленоида  $R_c$  и измерительном сопротивлении  $R_{\text{ш}}$ , второе — падение напряжения на индуктивности пояса  $L_{11}$ , третье — электродвижущая сила индукции, возникающая в цепи пояса из-за наличия взаимной индукции  $L_{1p}$  измерительной цепи и цепи разрядного тока.

Если считать, что ток изменяется по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , и выбрать параметры пояса таким образом, чтобы можно было пренебречь активным сопротивлением пояса по сравнению с сопротивлением шунта ( $R_{\text{ш}} > R_c$ ) и падением напряжения на шунте по сравнению с падением напряжения на индуктивности, то (15) запишется в виде

$$I_1 L_{11} = I_p L_{1p} \quad \text{или} \quad I_1 = I_p \frac{L_{1p}}{L_{11}}. \quad (16)$$

Далее  $L_{11}/L_{1p} = n$ , поэтому падение напряжения на шунте равно

$$V = I_1 R_{\text{ш}} = R_{\text{ш}} \frac{I_p}{n}, \quad (17)$$

т. е. пояс работает как трансформатор тока. Выше  $n$  обозначает число витков обмотки пояса,  $S$  — площадь витка.

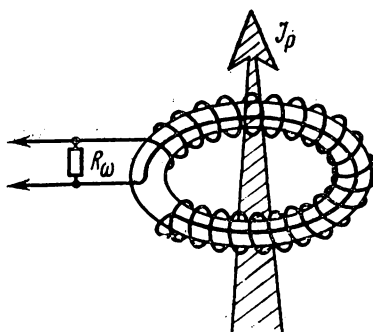


Рис. 1. Схема включения пояса Роговского

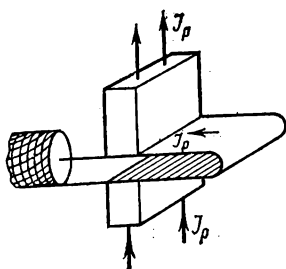


Рис. 2. Схема включения низкоомного шунта в разрядный контур

Падение напряжения  $V$  не зависит от ориентации пояса Роговского относительно охватываемого им проводника с током и обращается в нуль, если полный ток через тороид  $I_p = 0$  независимо от того, имеются вблизи тороида проводники с током или нет.

Низкочастотная граница применимости этого метода определяется условием  $\omega L \gg R_{\text{ш}} + R_c$ , где  $R_c$  — собственное омическое сопротивление пояса. Высокочастотная граница зависит от собственных резонансных частот пояса Роговского. Длина волны, соответствующая основной собственной частоте, по порядку величины обычно равна всей длине провода, образующего пояс.

Несколько расширить область применимости в сторону низких частот можно используя ферритовый сердечник, который позволяет увеличить индуктивность пояса  $L$  без увеличения числа витков  $n$ , однако эта мера приводит к снижению высокочастотной границы применимости. Для уменьшения емкостной связи с внешними цепями и устранения наводок от больших быстро меняющихся напряжений пояс Роговского часто помещается в электростатический экран с разрезом по внутренней стороне экрана, обеспечивающим свободное проникновение магнитного поля внутрь экрана.

**б) Шунт.** Основная проблема возникающая при использовании шунтов, заключается в том, что измеряемые токи часто быстропеременны, поэтому индуктивное сопротивление шунта может оказаться сравнимым или даже большим его омического сопротивления. Обычно выполнение условия  $R_{\text{ш}} \gg \omega L$  обеспечивается выбором такой геометрии самого шунта, чтобы она слабо реагировала на изменение магнитного потока, создаваемого измеряемым током. Пример устройства с такой геометрией — шунт (рис. 2). Конструкция его очень проста, причем при маленьком зазоре между двумя ленточными проводниками индуктивное сопротивление шунта также будет мало. Относительное положение токонесущих частей в этой конструкции должно быть надежно зафиксировано, так как протекающие через петлю большие токи вызывают большие механические силы, старающиеся разогнуть петлю.

Из-за переходных процессов, связанных со скин-эффектом, рассмотренный тип шунта может на несколько процентов занижать значение начальной скорости нарастания тока и давать небольшую (до нескольких десятых долей процента) ошибку в измерении максимального значения тока.

Величина разрядного тока рассчитывается по формуле  $I_p = V/R$ , где  $V$  — напряжение на шунте, регистрируемое осциллографом, а  $R$  — его омическое сопротивление.

**2. Измерение напряжений.** Для измерения переменных высоковольтных напряжений, возникающих на разрядном промежутке относительно низкой частоты ( $\omega \approx 10 \div 100$  кГц), можно с успехом использовать делители напряжения, собранные из безындукционных низкоомных сопротивлений. Полное сопротивление делителя — несколько тысяч ом ( $1 \div 10$  кОм), напряжение же измеряется на плече делителя, имеющем сопротивление несколько ом. Последнее обычно выполняется из высокоомного провода (нихром и т. п.) в виде бифилярной обмотки. Высокоомное плечо делителя собирается из серийных угольных сопротивлений, имеющих малую собственную индуктивность.



На рис. 3 изображена схема такого делителя напряжений:  $R_1$  и  $R_2$  — высоковольтное и низковольтное плечи делителя напряжений, а  $C_{\text{пар}}$  — паразитная емкость входной цепи осциллографического устройства (обычно емкость подводящего коаксиального кабеля). Верхняя частотная граница делителя напряжений может быть получена из условия  $1/\omega C_{\text{пар}} = R_2$ .

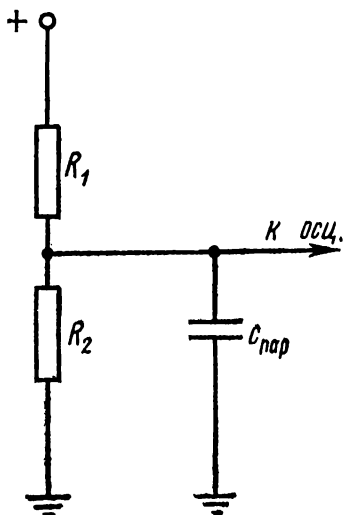


Рис. 3. Эквивалентная схема делителя напряжений

**3. Методы исследования энергетических характеристик разряда.** К энергетическим характеристикам разряда в первую очередь относятся вложенная в разряд электрическая мощность или энергия (джоулево тепло) и энергия, излучаемая разрядом в различных спектральных диапазонах.

*а) Вложенная в разряд энергия.* В том случае, когда известны вольт-амперные характеристики разряда, нетрудно вычислить вложенную в разряд за определенный промежуток времени энергию:

$$Q = \int_0^t I_p^2 R dt, \quad (18)$$

где  $R$  — омическое (активное) сопротивление разряда. Таким образом, необходимо определить активное сопротивление  $R$ , которое в принципе

определяется вольт-амперной характеристикой. Следует учитывать, что по переменному току разрядный канал обладает значительным индуктивным сопротивлением, причем сама индуктивность  $L$  зависит от радиуса канала и может меняться во времени. Падение напряжения на разрядном промежутке можно тогда записать в виде

$$V = I_p R + \frac{d}{dt} (LI_p). \quad (19)$$

При этом вложенная в разряд энергия

$$Q = \int_0^t VI_p dt = \int_0^t I_p \left[ I_p R + \frac{d}{dt} (LI_p) \right] dt. \quad (20)$$

Для устранения ошибки, связанной с определением переменной индуктивности разрядной камеры, интеграл  $\int_0^t VI_p dt$  можно вычислять для моментов времени, соответствующих целому числу полупериодов разрядного тока.

$$Q = \int_0^{\frac{nT}{2}} VI_p dt = \int_0^{\frac{nT}{2}} I_p^2 R dt + L_{cp} \frac{I_p^2}{2} \Big|_0^{\frac{nT}{2}} = \int_0^{\frac{nT}{2}} I_p^2 R dt. \quad (21)$$

Здесь  $n$  — число полупериодов разрядного тока, а  $L_{cp}$  — средняя индуктивность разрядного промежутка в рассматриваемый отрезок времени. В общем случае необходимо делать какие-либо модельные предположения о величине индуктивности разряда  $L$ .

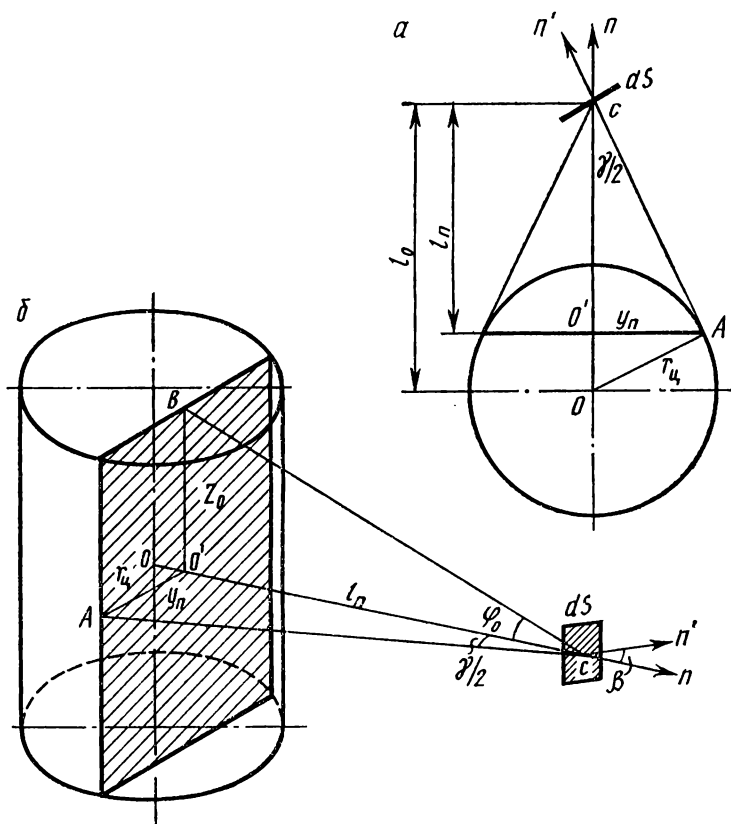


Рис. 4. К расчету излучения на элемент поверхности  $dS$ , облучаемой равномерным круговым цилиндром

Если геометрия разрядного промежутка от времени не зависит, то  $L = \text{const}$ , поэтому в момент максимума тока, когда  $dI_p/dt = 0$ , сопротивление разряда чисто омическое. Измерив его, можно затем вычислить среднюю по разряду проводимость плазмы  $\sigma$  (в цилиндрическом случае  $R = l/\sigma S$ ,  $l$  — длина, а  $S$  — площадь сечения разряда), откуда по формуле Спитцера (5) можно определить среднюю по сечению разряда температуру  $T$ .

б) *Энергия излучения.* Энергию, излученную разрядом за время процесса, можно определить, используя различные виды калориметров или болометров [4, 7], измеряющих полный поток лучистой энергии, падающий на их входную апертуру (входное окно).

Если разрядный канал имеет цилиндрическую форму с излучающей поверхностью  $S = 2\pi r_p Z$ , где  $r_p$  — радиус цилиндра,  $Z$  — длина разрядного промежутка, то поток излучения с его боковой поверхности можно рассматривать как поток излучения с поверхности эквивалентного равнояркого прямоугольника, ширина которого определяется угловым размером цилиндра (рис. 4).

Если за оптическую ось принять радиус цилиндра, перпендикулярный плоскости прямоугольника и проходящий через его геометрический центр, то полуширина эквивалентного прямоугольника запишется в виде

$$y_n = r_{\text{ц}} \sqrt{1 - \left(\frac{r_{\text{ц}}}{l_0}\right)^2} = r_0 \cos \frac{\gamma}{2},$$

а расстояние по нормали от плоского прямоугольника до облучаемого элемента поверхности  $dS$

$$l_n = l_0 \left(1 - \frac{r_{\text{ц}}^2}{l_0^2}\right) = l_0 \cos^2 \frac{\gamma}{2}. \quad (22)$$

Здесь  $l_0$  — расстояние по нормали от геометрического центра цилиндра до облучаемого элемента,  $\gamma$  — угловой размер цилиндра в поперечном сечении, и предполагается, что облучаемый элемент  $dS$  расположен на оптической оси, проходящей через геометрический центр цилиндра.

Для плотности лучистого потока  $\Delta\Phi$ , падающего на поверхность  $dS$ , справедливо следующее выражение [7]:

$$\varepsilon = \frac{2R}{\pi} \cos \beta_1 \sin \frac{\gamma}{2} \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \frac{\gamma}{2} \right),$$

где  $R$  — поверхностная плотность лучистого потока, испускаемого поверхностью излучателя, равная отношению лучистого потока к площади излучающей поверхности ( $\text{Вт/см}^2$ ), а  $\beta$  — угол между нормалью к облучаемому элементу поверхности и оптической осью.

Используя выражение (22), нетрудно получить расчетную формулу, связывающую регистрируемый калориметром поток  $\Delta\Phi$  с полным потоком  $\Phi$  с поверхности излучающего цилиндра, в предположении, что  $l_0 \gg r_{\text{ц}}$  и угол  $\beta = 0$ . Это выражение имеет вид

$$\Phi = \frac{2\pi^2 Z_0 l_0 \Delta\Phi}{S_{\text{кал}} \operatorname{arctg} \left( \frac{Z_{01}}{l_0} \right)},$$

где  $S_{\text{кал}}$  — площадь входного окна калориметра.

В случае  $l_0 \gg Z_0$ , разлагая  $\operatorname{arctg} \left( \frac{Z_0}{l_0} \right)$  в ряд и ограничиваясь первым членом разложения, получим

$$\Phi = \frac{2\pi^2 l_0^2 \Delta\Phi}{S_{\text{кал}}}. \quad (23)$$

**4. Оптические методы диагностики параметров плазмы.** Определение параметров плотной плазмы, таких, как температура и концентрация частиц различного сорта, проводится с помощью спектральных методов, основанных на измерении интенсивности и спектрального распределения излучения в отдельных диапазонах как в линейчатом, так и в сплошном спектрах.

*а) Определение температуры электронов  $T_e$  по относительной интенсивности спектральных линий.* Метод относительных интенсивностей широко используется при исследовании относительно низкотемпературных плазм ( $T=1 \div 10$  эВ) с высокой плотностью ( $n_e > 10^{16}$  см $^{-3}$ ), например в дуговых разрядах, в которых с достаточной хорошей точностью выполняется условие ЛТР.

Этот метод применяется для оптически тонкой плазмы ( $\tau \ll 1$ ) и основан на том, что в ЛТР-плазме распределение частиц по степеням ионизации определяется уравнением Больцмана (4). Поэтому для отношения интенсивностей двух линий, принадлежащих одному и тому же элементу, можно записать [4, 5, 8]:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1 g_1 \lambda_2 U_2 N_1}{A_2 g_2 \lambda_1 U_1 N_2} \exp \left\{ -\frac{E_1 - E_2}{kT} \right\}.$$

Здесь  $A$  обозначает вероятность спонтанного излучения,  $g$  и  $U$  — соответственно статистические вес и сумма,  $\lambda$  — длина волны излучения,  $N$  — концентрация частиц в основном состоянии,  $E$  — энергия возбужденного состояния.

Из приведенного выражения видно, что чувствительность метода тем выше, чем больше разность энергий  $E_1 - E_2$  и чем больше сама величина отношения  $(E_1 - E_2)/kT$ . Если обе линии принадлежат одному и тому же атому или иону, то  $U_1 = U_2$  и  $N_1 = N_2$ , т. е. число констант, определяющих отношение  $I_1/I_2$ , сокращается. Этими требованиями в основном и определяется выбор линий; разумеется для них должны быть также известны величины  $A$  и  $g$ . Значение этих величин приведено в таблицах [8, 9].

Таким образом, измеряя отношение интенсивности различных пар линий, можно определить температуру электронов согласно формуле

$$T_e = \Delta E / k \ln \left( \frac{\lambda_2 g_1 A_1 I_2}{\lambda_1 g_2 A_2 I_1} \right). \quad (24)$$

Если плазма находится в состоянии ЛТР, то температуры, определенные по различным парам линий, должны совпадать.

Для неоднородной плазмы переход от наблюдаемого к радиальному распределению производится согласно преобразованию Абеля [10].

б) *Определение коэффициента поглощения  $\kappa_\nu$  методом лазерного зондирования.* Метод лазерного зондирования широко используется для определения таких параметров плазмы, как оптическая толщина и коэффициент поглощения. В основу метода положено соотношение, связывающее интенсивность  $I_0$  падающего на плазму и интенсивность  $I$  прошедшего через нее лазерного излучения, которое можно записать в виде

$$I = I_0 e^{-\tau}, \quad (25)$$

где  $\tau$  — определенная выше (3) оптическая плотность (толщина) плазмы. Если коэффициент поглощения  $\kappa_\nu(l)$  остается постоянным по лучу зрения, соотношение (22) можно записать в виде

$$\kappa_\nu l = \ln \frac{I_0}{I}. \quad (26)$$

Зная значение  $\kappa_\nu$  по лучу зрения и используя соотношение Крамера — Унзольтца (6), можно получить среднюю по лучу зрения плотность электронов в плазме, если предварительно измерить температуру плазмы, например методом относительных интенсивностей.

В неоднородной плазме определение радиального распределения коэффициента поглощения проводится с помощью преобразования Абеля.

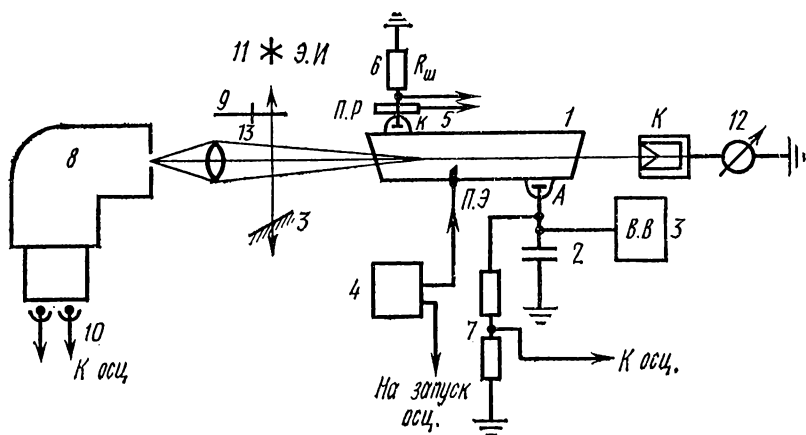


Рис. 5. Схема экспериментальной установки

#### § 4. Экспериментальная установка и методика измерений

Исследуемая плазма образуется при протекании импульсного тока через разрядную трубку 1 (рис. 5). Процесс протекает следующим образом. Батарея конденсаторов 2, являющаяся накопи-

телем энергии, заряжается от высоковольтного источника 3 до напряжения 5 кВ. Общая емкость батареи  $C=400$  мкФ. При подаче со схемы синхронизации 4 на поджигающий электрод (П. Э.) высоковольтного импульса поджиг происходит пробой разрядного промежутка и батарея конденсаторов разряжается через разрядную трубку. Величина разрядного тока измеряется при помощи пояса Роговского 5 или низкоомного шунта 6, включенных в катодную часть разрядной цепи. Падение напряжения на разряде

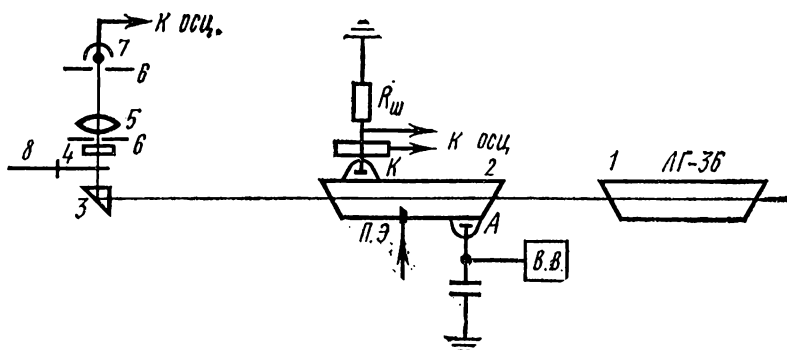


Рис. 6. Схема оптических измерений.

определяется при помощи высокоомного безындуктивного делителя напряжения 7. Сигналы с делителя напряжения и пояса Роговского (или шунта) подаются на двухканальный запоминающий осциллограф типа (С8-2). Запуск осциллографа осуществляется импульсом запуска со схемы синхронизации, который опережает высоковольтный импульс поджиг на несколько микросекунд.

Для исследования спектральных характеристик разряда используется спектрограф 8 типа ИСП-51, на входную щель которого проектируется при помощи линзы 9 изображение разряда. На выходе спектрографа размещены два фотоумножителя 10 типа ФЭУ-28, настроенные на две определенные спектральные линии в спектре излучения разряда. Сигналы с фотоумножителей подаются на два предусилителя двухканального запоминающего осциллографа. Для предварительной калибровки фотоумножителей по амплитуде используется эталонный источник излучения 11. Для измерения абсолютных значений энергии излучения разряда используется калориметр типа ИКТ, измерительная головка которого размещается непосредственно у одного из торцов разрядной трубки (К).

Исследование поглощения лазерного излучения в плазме сильного разряда проводится на той же экспериментальной установке по следующей схеме (рис. 6). В качестве источника лазер-

ного излучения используется гелий-неоновый лазер типа ЛГ-36, работающий в непрерывном режиме 1. Луч лазера, пройдя через разрядную трубку 2, попадает на поворотную призму 3 и затем линзой 5 фокусируется на катод фотоумножителя 7 типа ФЭУ-28.

Для устранения влияния собственного излучения плазмы используется система, состоящая из ряда диафрагм 6 и интерференционного светофильтра 4 с полосой пропускания  $\pm 20 \text{ \AA}$  на линии излучения ОКГ ( $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ). Сигнал с фотоумножителя подается на один канал двухканального запоминающего осциллографа, на второй канал которого подается импульс разрядного тока с пояса Роговского или низкоомного шунта. Схема работает следующим образом. В отсутствие плазмы в разрядной трубке лазерное излучение попадает на фотоумножитель практически без поглощения. На выходном сопротивлении фотоумножителя образуется некоторое отрицательное падение напряжения. При возникновении разряда плазма начинает поглощать лазерное излучение и величина отрицательного падения напряжения уменьшается (уменьшается ток через фотоумножитель), причем тем больше, чем больше поглощение. Таким образом, на выходном сопротивлении фотоумножителя образуется импульс положительной полярности, амплитуда которого пропорциональна величине поглощения лазерного излучения в плазме. Система ОКГ — фотоумножитель — калибруется перед началом измерений при помощи прерывателя 8, что позволяет получить значение амплитуды сигнала с фотоумножителя в отсутствие поглощения.

Эксперимент проводится на разрядной трубке, представляющей собой стеклянный цилиндр диаметром  $\sim 20 \text{ мм}$  и длиной  $\sim 20 \text{ см}$  с оптическими окнами на торцах. В боковую поверхность цилиндра впаяно два металлических электрода (анод и катод) и электрод для поджига разряда. Трубка, предварительно обрабатываемая на откачном посту, наполняется исследуемым газом (в данном случае ксеноном при давлении  $\sim 10 \text{ тор}$ ) и отпаивается.

## § 5. Упражнения

**1. Определение электрических параметров разряда.** Подать на входы обоих каналов осциллографа сигналы с делителя напряжения и с пояса Роговского или с шунта. Поставить осциллограф в режим однократной развертки и подать импульс запуска осциллографа со схемы синхронизации. Зарядить батарею конденсаторов до необходимого напряжения. Нажатием кнопки «пуск» схемы синхронизации инициировать разряд батареи через разрядную трубку. Перерисовать на кальку сигналы с экрана осциллографа. Повторить эксперимент при различных начальных напряжениях батареи конденсаторов. Произвести калибровку каналов осциллографа, для чего подать на входы обоих каналов сигнал с генератора ГЗ-34 с частотой повторения  $20 \text{ кГц}$  и амплитудой  $20 \text{ В}$ .

Рассчитать по формулам (17) величины разрядного тока и падения напряжения на разряде в различные моменты времени.

Сравнить величины силы тока, измеренные с помощью шунта и пояса Роговского. Рассчитать для момента максимума тока активное сопротивление разряда  $R$  и с помощью формулы Спитцера (5) рассчитать среднее значение температуры плазмы, полагая средний заряд  $z=1$ . С помощью формулы (21) определить величину электрической энергии, вложенной в разряд за половину периода разрядного тока.

**2. Определение спектральных характеристик разряда.** Подать на вход осциллографа сигналы с фотоумножителей (10 — рис. 5). Произвести калибровку фотоумножителей по амплитуде. Для этого при помощи зеркала 10 вывести изображение эталонного источника на входную щель спектрографа; включить эталонный источник и прерыватель луча 13. Осциллограф перевести в режим периодической развертки. По известной спектральной характеристике эталонного источника провести амплитудную калибровку сигналов с фотоумножителя. Переключить осциллограф в режим однократной развертки. Произвести разряд батареи конденсаторов через разрядную трубку. Перерисовать сигналы с экрана осциллографа на кальку. Используя результаты калибровки фотоумножителей, рассчитать (в относительных единицах) интенсивность излучения спектральных линий. Определить с помощью формулы (24) температуру плазмы и сравнить это значение со значением, рассчитанным по проводимости плазмы, и результатами теоретического расчета температуры по формуле (14). Измерения проводятся для двух пар линий.

Измерить абсолютную энергию излучения, для чего настроить головку калориметра ИКТ, произвести разряд и, используя показания калориметра по формулам (23), рассчитать абсолютную энергию излучения.

Полученное значение сравнить с величиной энергии, запасенной в батарее конденсаторов, и определить коэффициент преобразования запасенной электрической энергии в энергию излучения.

Зная температуру плазмы, рассчитать по формуле для абсолютно черного тела (2) излученную за половину периода энергию и сравнить с величиной, вложенной за этот же отрезок времени энергии.

**3. Исследование поглощения лазерного излучения плазмой.** При проведении экспериментов по исследованию поглощения лазерного излучения в плазме непосредственно за разрядной трубкой помещается поворотная призма, при помощи которой луч лазерного излучения направляется в систему регистрации (фотоумножитель). При проведении эксперимента на вход одного из каналов осциллографа С8-2 подается сигнал с фотоумножителя, на вход второго канала — сигнал с пояса Роговского. Осциллограф работает в режиме однократной развертки, его запуск осуществляется от системы синхронизации.



После проведения разряда необходимо перерисовать сигналы с экрана осциллографа на кальку; затем провести калибровку сигнала, для чего включить механический прерыватель луча, включить осциллограф в режим непрерывной развертки и перерисовать сигналы осциллографа на кальку. По формуле

$$\tau = \ln \left( \frac{I_0}{I_0 - I_p} \right)$$

(где  $I_0$  и  $I_p$  — амплитуды калибровочного сигнала и сигнала поглощения при разряде соответственно) рассчитать оптическую толщину плазмы в различные моменты времени. Затем рассчитать коэффициент поглощения. Используя формулу (6), вычислить из выражения для  $\kappa_\nu$  величину концентрации электронов из полученных данных о температуре, считая заряд ионов равным единице.

## ЛИТЕРАТУРА

### Обязательная

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
2. Маршак И. С. Импульсные источники света. М.—Л., Госэнергиздат, 1963.
3. Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильнотоочных электроразрядных источников света. М., Атомиздат, 1976.
4. Сб. «Диагностика плазмы». Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
5. Подгорный И. М. Лекции по диагностике плазмы. М., Атомиздат, 1962.

### Дополнительная

6. Спитцер Л. Физика полностью ионизованной плазмы. Пер. с англ. М., ИЛ, 1956.
7. Григорьев Б. А. Импульсный нагрев излучением, ч. 1. М., «Наука», 1974.
8. Грим Г. Спектроскопия плазмы. М., Атомиздат, 1969.
9. Аллен К. У. Астрофизические величины. М., ИЛ, 1960.
10. Васильев Л. А. Теневые методы. М., «Наука», 1963.

## 9. ВЫСОТНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИОНОСФЕРЫ

Изучается методика получения и обработки ионограмм и определения физических параметров ионосферной плазмы.

### § 1. Введение

Радиосвязь на дальние расстояния вдоль поверхности Земли возможна благодаря существованию в верхних слоях атмосферы проводящей области — ионосферы. Известно пять регулярных «слоев» ионосферы. Самый нижний слой  $D$  расположен на высоте

60—80 км и появляется только днем, концентрация электронов  $N_{\max} \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$ . От слоя  $D$  отражаются радиоволны с длиной волны порядка десятков км (сверхдлинные радиоволны). Слой  $E$  расположен на высоте 90—120 км. Максимальное значение электронной концентрации в дневное время  $N_{\max} \sim (1,0 \div 1,5) \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$ . Ночью концентрация электронов сильно уменьшается. Выше слоя  $E$  расположен слой  $F$ , который летом в дневное время делится на два. Высота  $F_1 \sim 200 \text{ км}$ , высота  $F_2 \sim 300\text{—}400 \text{ км}$ . Электронная концентрация  $N_{\max} \sim 10^5\text{—}10^6 \text{ см}^{-3}$ .

Величина электронной концентрации ионосферы меняется в зависимости от времени суток, времени года и от солнечной активности, увеличиваясь в годы максимума солнечной активности и уменьшаясь в годы минимума. В каждом из регулярных ионосферных слоев электронная концентрация увеличивается до некоторого максимального значения, затем убывает. Исследования концентрации в ионосфере, проведенные с помощью ракет и искусственных спутников Земли, показали, что максимумы электронной концентрации в областях  $D$ ,  $E$  и  $F_1$  выражены слабо и только слой  $F_2$  имеет явно выраженный максимум. Электронная концентрация выше максимума  $F_2$  убывает медленнее, чем в нижней части слоя. Кроме регулярных слоев существуют нерегулярные слои. Часто на уровне слоя  $E$  появляется полупрозрачный слой, называемый спорадическим слоем  $E_s$ . Иногда слой  $E_s$  полностью экранирует вышележащие слои.

Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$ , а следовательно и показатель преломления  $n$  ионосферной плазмы, меньше единицы:

$$\epsilon = n^2 = 1 - \omega_0^2 / \omega^2, \text{ где } \omega_0^2 = \frac{4\pi N e^2}{m},$$

$N$  — концентрация электронов,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $\omega$  — частота волны. При  $\omega > \omega_0$   $\epsilon > 0$  и волны проходят через ионосферу, при  $\omega < \omega_0$   $\epsilon < 0$  и волны отражаются. Поскольку максимальное значение  $\omega_0$  зависит от  $N_{\max}$ , то диапазон радиоволн, который может отражаться от ионосферы, ограничен по частоте. Поэтому изучение изменения концентрации электронов в ионосфере необходимо для практики радиосвязи. Исследование различных физических процессов, происходящих в ионосферной плазме, имеет большое научное значение как с точки зрения излучения верхней атмосферы Земли, так и с точки зрения излучения процессов, происходящих в космическом пространстве, поскольку в космосе вещество почти во всех случаях находится в состоянии плазмы. Для исследования свойств регулярной ионосферы используется мировая система автоматических ионосферных станций.

Настоящая задача знакомит с устройством автоматической ионосферной станции и с использованием ее для изучения ионосферы.

## § 2. Теория

Основной ионизирующий агент атмосферы — ультрафиолетовое излучение Солнца. Процесс образования ионизированных слоев весьма сложен, но в ряде случаев достаточно ограничиться простыми моделями. Предполагается, что: атмосфера изотермична, присутствует лишь один сорт ионизируемых частиц; излучение, ионизирующее частицы, монохроматично и уменьшение плотности газа с высотой описывается барометрической формулой

$$\rho = \rho_0 \exp(-z/H) \text{ или } n = n_0 \exp(-z/H), \quad (1)$$

где  $H = RT/Mg$  — высота однородной атмосферы,  $\rho_0$  — давление у поверхности Земли,  $z$  — высота,  $R$  — газовая постоянная и  $M$  — приведенный молекулярный вес,  $n$  — число нейтральных частиц в единице объема. Падающее извне излучение убывает с уменьшением высоты. Количество поглощаемой энергии пропорционально плотности газа, поэтому степень ионизации атмосферы должна иметь на некоторой высоте максимум.

При определении концентрации электронов в данной области наряду с процессом ионизации необходимо учитывать и процесс рекомбинации. Пусть  $\alpha$  — коэффициент рекомбинации, т. е. вероятность рекомбинации одного электрона и иона в 1 с. Если в единице объема  $N$  электронов, то число рекомбинирующих электронов в 1 с равно  $\alpha N^2$ , следовательно, можно написать уравнение баланса ионизации

$$\frac{dN}{dt} = q - \alpha N^2, \quad (2)$$

где  $q$  — число возникающих электронов.

Количество возникающих пар ионизированных частиц (электроны и положительные ионы) в 1 см<sup>3</sup>/с зависит от количества энергии, поглощаемой в 1 см<sup>3</sup> газом. Рассмотрим плоский слой атмосферы толщиной  $dz$ , на который под углом  $\chi$  к вертикали падает монохроматическое излучение, тогда

$$q = \frac{1}{\mu_i} \frac{dS}{dz} \cos \chi \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}, \quad (3)$$

где  $\mu_i$  — энергия ионизации,  $S$  — поток энергии на уровне  $z$ ,  $\chi$  — зенитный угол Солнца. Далее

$$\frac{dS}{dz} \cos \chi = -\sigma nS, \quad (4)$$

где  $n$  — концентрация нейтральных частиц,  $\sigma$  — эффективное сечение. Следовательно, из (3), (4) получим

$$S(z) = S_\infty \exp\left(-\sigma \sec(\chi) \cdot \int_z^\infty n dz\right), \quad (5)$$

$$q(z) = \sigma n_0 \frac{S_\infty}{\mu_i} \exp \left( -\sigma \sec(\chi) \cdot \int_z^\infty n dz \right), \quad (6)$$

где  $S_\infty$  (эрг/м<sup>2</sup>·с) — поток энергии, поступающий в атмосферу извне. Подставляя (1) в (6), нетрудно получить

$$q(z) = \frac{\sigma S_\infty}{\mu_i} n_0 \exp \left( -\frac{z}{H} - \sigma H \sec(\chi) \cdot n_0 e^{-z/H} \right), \quad (7)$$

т. е. зависимость  $q$  от высоты.

Вычисляя  $\frac{dq}{dz} = 0$ , определим значение всех параметров на высоте максимума:

$$\exp(z_m/H) = \sigma H n_0 \sec \chi, \quad q_m = S_\infty \cos \chi / \mu_i e H, \\ n_m = \cos \chi / \sigma H.$$

Тогда

$$q = q_m \exp \left( 1 - \frac{z - z_m}{H} + e^{-(z - z_m)/H} \right), \quad (8)$$

где  $z_m$  — полутолщина ионизированного слоя, т. е. расстояние от начала слоя до максимума ионизации.

При квазиравновесных условиях, когда  $dN/dt = 0$ , можно принять, что  $N \approx \sqrt{q/\alpha}$ . Считая, что высота максимума  $q$  совпадает с высотой максимума электронной концентрации, можно написать

$$N = N_{\max} \exp \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{z - z_m}{H} + e^{-(z - z_m)/H} \right), \quad (9)$$

где  $N_{\max} = \sqrt{q_m/\alpha}$ . Разлагая по степеням  $(z - z_m)/H$  и отбрасывая высокие степени  $(z - z_m)/H$ , получим

$$N = N_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{z - z_m}{2H} \right)^2 + \dots \right]. \quad (10)$$

Таким образом, распределение электронной концентрации с высотой подчиняется параболическому закону. Причем  $N_{\max} = N_0 \cos \chi$ , где  $N_0$  — значение  $N$  в максимуме при  $\chi = 0$ .

В действительности процессы образования ионосферных областей значительно сложнее, так как молекулярный состав атмосферы неоднороден по высоте и температуре,  $\alpha$  и  $q$  также изменяются с высотой и т. д. Это приводит к образованию нескольких максимумов электронной концентрации — несколько «слоев» ионосферы. Но в ряде случаев параболическое приближение хорошо описывает распределение электронов по высоте в каждом ионизированном слое.

Таким образом, ионосфера представляет собой неоднородную среду. Магнитное поле Земли создает анизотропию ионосферы,

вызывая двойное лучепреломление. Электромагнитная волна делится в ионосфере на две составляющих — обыкновенную и необыкновенную волну, отличающиеся фазовой скоростью и типом поляризации.

Показатель преломления в ионосфере — функция частоты волны, электронной концентрации и угла между направлением распространения и направлением вектора напряженности магнитного поля Земли.

Магнито-ионная теория ионосферы, описывающая распространение радиоволн, дает выражение для показателя преломления

$$n_{1,2}^2 = 1 - \frac{2u(1-u)}{2(1-u) - \omega^2 s_0^2 \pm \sqrt{\omega^4 s_0^4 + 4\omega^2 c_0^2 (1-u)^2}}, \quad (11)$$

где  $u = \omega_0^2/\omega^2$ ,  $s_0 = \sin \theta$ ,  $c_0 = \cos \theta$ ,  $\theta$  — угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли  $H_0$ ,  $\omega = \Omega/\omega$ , гиромагнитная частота.

$$\Omega = eH_0/mc. \quad (12)$$

Верхний знак в (11) соответствует обыкновенной волне, нижний — необыкновенной. Формула (11) выведена без учета столкновений электронов с молекулами и ионами, которые приводят к поглощению радиоволн в ионосфере. Однако обычно частота соударений  $\nu$  мала по сравнению с частотой распространяющихся волн, и в выражении для показателя преломления можно пренебречь членами, в которые входит отношение  $\nu/\omega$ .

Условие отражения радиоволн в ионосфере при вертикальном падении — равенство нулю показателя преломления. Анализ показывает, что обыкновенная и необыкновенная волны при заданной частоте отражаются на разных уровнях и что каждой частоте соответствует определенная высота отражения. Показатель преломления (11) обращается в ноль при трех значениях  $u$ : при  $u=1$  обращается в ноль показатель преломления обыкновенной волны, при  $u=1 \mp \omega$  обращается в ноль показатель преломления необыкновенной волны.

Обычно при  $\omega < 1$ , т. е.  $\omega > \Omega$  ( $\Omega/2\pi \approx 1,5$  МГц), — наблюдается только два отражения, соответствующих  $u=1-\omega$  (необыкновенная волна) и  $u=1$  (обыкновенная волна). Из условия  $u=1$  и  $u=1-\omega$  находим величины частот радиоволн, отражающихся от слоя с концентрацией  $N$ :

$$f^{\text{об}} = \left( \frac{Ne^2}{\pi m} \right)^{1/2}; \quad f^{\text{необ}} = \frac{f_H}{2} + \left( \frac{Ne^2}{\pi m} + \frac{f_H^2}{4} \right)^{1/2}; \quad (13)$$

$$f_H = \Omega/2\pi.$$

Индекс «об» соответствует обыкновенной волне, «необ» — необыкновенной. Чем больше частота волны, тем больше должна быть концентрация электронов в ионосфере, чтобы волна могла отразиться от нее. Следовательно, с увеличением частоты волна все глубже и глубже проникает в ионосферу. Частота, при которой

происходит отражение от уровня максимальной электронной концентрации, называется критической частотой. При дальнейшем увеличении частоты волна проходит через ионизированный слой.

Критическая частота необыкновенной волны выше критической частоты обыкновенной волны. При критических частотах обе волны отражаются от одной и той же высоты, соответствующей максимуму электронной концентрации слоя.

### § 3. Импульсный метод исследования ионосферы. Анализ и обработка ионограмм

Основной метод исследования ионосферы — импульсный. Суть его состоит в том, что в ионосферу посылается радиоимпульс, называемый зондирующим. Принимая прямой зондирующий импульс и следующий за ним отраженный от ионосферы импульс, можно определить время, необходимое для прохождения двойного пути между землей и отражающим слоем, — так называемое время группового запаздывания радиоимпульса  $t$ .

$$t = 2(t_0 + t_{\text{гп}}), \quad (14)$$

где  $t_0$  — время распространения до начала слоя,  $t_{\text{гп}}$  — время группового запаздывания радиоимпульса в слое.

Если считать, что радиоимпульс распространяется со скоростью света  $c$ , то произведение  $1/2 ct$  называется действующей или кажущейся высотой отражающего слоя  $z_d$  — основной величиной, измеряемой в опытах. В действительности радиоимпульс распространяется в ионосфере с групповой скоростью, меняющейся от величины  $c$  в начале слоя до нуля в области отражения. Из (14) следует

$$z_d = z_0 + L, \quad (15)$$

где  $z_0 = 1/2 ct_0$  — высота начала слоя над поверхностью Земли,  $L = 1/2 ct_{\text{гп}}$  — групповой путь импульса в слое.

В приближении геометрической оптики при вертикальном падении на слой

$$L = c \int_0^{z(n=0)} dz/V_{\text{гп}}, \quad (16)$$

где  $v_{\text{гп}} = c d\omega/d(n\omega)$ . Верхний предел интеграла  $z(n=0)$  — действительная или истинная высота отражения, соответствующая тому значению электронной концентрации, при котором на данной частоте обращается в ноль показатель преломления.

При плавном изменении частоты передатчика от малых частот до максимальных можно построить кривую зависимости действующей высоты от частоты, называемую высотно-частотной характеристикой ионосферы (ионограммой), и определить критическую

частоту слоя. По известной критической частоте обыкновенной и необыкновенной волн находят максимальную электронную концентрацию слоя  $N_{\max}$  и величину напряженности магнитного поля Земли  $H_0$  в ионосфере.

Из условия (13а) находим

$$N_{\max} = \frac{\pi m}{e^2} (f_{\text{кр}}^{\text{об}})^2 = 1,24 \cdot 10^{-8} (f_{\text{кр}}^{\text{об}} (\text{Гц}))^2 \text{ см}^{-3}.$$

Из условий (13а) и (13б)

$$f_H = \frac{(f_{\text{кр}}^{\text{необ}})^2 - (f_{\text{кр}}^{\text{об}})^2}{(f_{\text{кр}}^{\text{необ}})^2}. \quad (17)$$

При  $f_{\text{кр}}^{\text{необ}} \gg f_H$  равенство (17) переходит в  $f_H \simeq 2(f_{\text{кр}}^{\text{необ}} - f_{\text{кр}}^{\text{об}})$ . Отсюда

$$H_0 = \frac{2\pi mc}{e} f_H = \frac{4\pi mc}{e} (f_{\text{кр}}^{\text{необ}} - f_{\text{кр}}^{\text{об}}). \quad (18)$$

При учете частоты соударений (поглощения радиоволн в ионосфере) равенство (17) становится приближенным, а значение определенное и по формуле (18) получается несколько завышенным.

Ионограммы позволяют не только определить критическую частоту и высоту отражения, но и характерные особенности состояния

ионосферы: количество слоев, их расположение, резкость нижней границы и т. п. По виду ионограмм можно судить о нормальном или возмущенном состоянии ионосферы. Основные типы ионограмм приведены на рис. 1 (по горизонтальной оси отложена частота в МГц, на вертикальной действующей — высота).

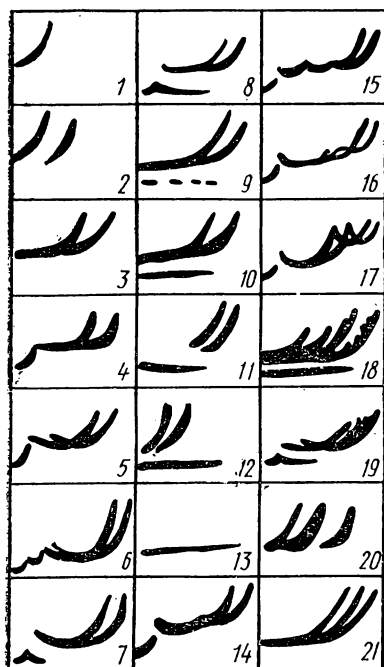


Рис. 1. Основные типы ионограмм

Типы ионограмм:

1—2. Наблюдаются зимней ночью, когда критические частоты малы.

3. Типичная ночная ионограмма, наблюдаемая в зимнюю и летнюю ночь. Видно отражение только от слоя  $F_2$ .

4—7. Ионограммы зимнего дня. Видны отражения от слоев  $E$  и  $F_2$ .

8. Зимний день. Виден спорадический слой  $E_s$ .

9—13. Показывают различную степень зеркальности слоя  $E_s$ .

14—16. Ионограммы летнего дня, когда область  $F$  расслаивается на два слоя —  $F_1$  и  $F_2$ .

17. Четко выражены отражения от  $E$ ,  $F_1$  и  $F_2$  в часы летнего полудня.

18, 19. Ночные часы в период умеренной или сильной магнитной бури.

Отраженные от слоя  $F_2$  сигналы сильно расщепляются, наблюдается несколько ветвей; иногда одновременно существуют зеркальные отражения от слоя  $E_s$ .

20. Аналогичная картина в дневные часы. При отражении от слоя  $F_2$  наблюдаются 3, 4, 5 и более отражений с различными амплитудами и частотными интервалами между ветвями.

21. Ионограмма зимнего дня, указывающая на появление третьей магнитной компоненты.

**Истинная высота отражения, полутолщина слоя. Распределение ионизации по высоте.** Ионограмма устанавливает зависимость действующей высоты от частоты. Истинную высоту отражения возможно определить лишь расчетным путем из формул (15) и (16).

В общем случае с учетом влияния магнитного поля подынтегральное выражение в (16) очень сложно вследствие сложной зависимости показателя преломления от частоты волны и высоты слоя. Поэтому для приближенных расчетов пользуются выражением для показателя преломления без учета влияния магнитного поля. Из формулы (11) при  $H_0=0$  или  $\omega=0$  находим

$$n^2 = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m \omega^2} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad (19)$$

тогда групповая скорость  $v_{гр} = cn$  и из выражений (16) и (15) имеем

$$z_d = z_0 + \int_0^{z(n=0)} \frac{\omega dz}{V \omega^2 - \omega_0^2}. \quad (20)$$

Для параболического слоя (10) из (20) действующая высота

$$z_d = z_0 + \frac{z_m}{2} \frac{f}{f_{кр}} \ln \frac{f_{кр} + f}{f_{кр} - f} \quad (21)$$

или

$$z_d = z_0 + z_m G(f, f_{кр}). \quad (22)$$

Задача состоит в определении из ионограммы величин  $z_0$ ,  $z_m$  и  $f_{кр}$ . Расчет ведется с использованием обыкновенной ветви высотно-частотной характеристики. Выбрав два произвольных значения  $z_{d1}$  и  $z_{d2}$  и определив соответствующие им значения  $f_1$  и  $f_2$ , из уравнения (20) получим два уравнения с двумя неизвестными —  $z_0$  и  $z_m$ :

$$z_{d1} = z_0 + z_m G(f_1, f_{кр}),$$

$$z_{d2} = z_0 + z_m G(f_2, f_{кр}),$$

решение которых даст искомые значения  $z_0$  и  $z_m$ . При  $f=0,834 f_{кр}$  величина множителя  $G(f, f_{кр})=1$  и

$$z_d = z_0 + z_m.$$



Пользуясь этим соотношением, можно непосредственно из высоотно-частотной характеристики определить полутолщину слоя,  $z_0$  и  $z_m$  можно определить также и графическим способом. По экспериментальным данным строится график, на оси ординат которого откладывается  $z_d$ , а по оси абсцисс —  $G(f, f_{кр})$ . Если аппроксимация распределения электронной концентрации параболой правильна, то точки должны лечь на прямую линию, пересечение которой с осью ординат дает  $z_0$ , а тангенс угла наклона — полутолщину слоя  $z_m$ .

Если имеется несколько отражающих слоев, то распределение электронной концентрации в ионосфере необходимо аппроксимировать несколькими параболой. Тогда приведенным выше способом определяется полутолщина нижнего слоя. Для определения полутолщины выше лежащего слоя необходимо учесть групповое запаздывание в слое, лежащем ниже

$$z_d = z_0 + z_{m2} G(f, f_{кр2}) - 2z_{m1} G(f, f_{кр1}) + 2z_{m1},$$

где  $z_{m1}$  и  $f_{кр1}$  — полутолщина и критическая частота нижнего слоя, а  $z_{m2}$  и  $f_{кр2}$  — те же величины, относящиеся ко второму слою.

Групповое запаздывание особенно велико при частотах, близких к критической частоте слоя. Как легко видеть из выражения

$$(21), \text{ в этом случае } \ln \left( \frac{f_{кр} + f}{f_{кр} - f} \right) \rightarrow \infty \text{ и групповое запаздывание}$$

велико. Групповое запаздывание в слоях, лежащих ниже, необходимо учитывать, если критическая частота вышележащего слоя невелика.

**Определение эффективного коэффициента рекомбинации  $\alpha$ .**  $\alpha$  и  $q$  обычно определяются путем анализа кривых временной зависимости электронной концентрации. Причем наиболее просто это получить, рассматривая изменение электронной концентрации около местного полудня. Действительно, для двух точек  $t_1$  и  $t_2$ , равноотстоящих от полудня,  $\chi$  — зенитное расстояние Солнца — одинаково, и можно предположить, что  $q$  и  $\alpha$  также одинаковы; тогда из уравнения (2) следует

$$\alpha = \frac{(dN_1/dt)_{t=t_1} - (dN_2/dt)_{t=t_2}}{N_2^2 - N_1^2}. \quad (23)$$

**Определение температуры ионосферы  $T$  в максимуме слоя.** Если слой аппроксимируется параболой, то, как было показано ранее (8),  $z_m = 2H$ , но  $H = RT/Mg$ . Следовательно, вычислив из ионограммы полутолщину слоя, получим и значение  $T$ . Надо помнить, что  $M$  меняется с высотой:

$\bar{z}_m$	90	100	120	150	200	250	300	400
$M$	28,9	26—28	27	20—25	18—24	17—23	16—23	15—20

$R=8,3 \cdot 10^7$  эрг/моль.

**Дальность действия коротких волн.** При вертикальном падении волны на ионосферу критическая частота определяется максимальной электронной концентрацией ионосферы. При наклонном падении максимальная частота отражения волны для данного расстояния (максимально применимая частота, МПЧ) превышает критическую и зависит от угла падения. Закон преломления волны в ионосфере связывает между собой  $\omega_{кр}$ , угол падения  $\psi_0$  и максимальную частоту отражения  $\omega_{МПЧ}$ :

$$n(z) \sin \psi(z) = \sin \psi_0.$$

Отражение происходит на высоте, на которой  $\sin \psi=1$ , следовательно,

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_{кр}^2}{\omega_{МПЧ}^2} = \sin^2 \psi_0$$

или

$$\omega_{МПЧ} = \omega_{кр} \sec \psi_0.$$

При определенной высоте расположения максимума электронной концентрации и заданном угле падения  $\psi_0$  волна может перекрывать определенное расстояние при однократном отражении от ионосферы (односкачковом распространении). Для плоской Земли и плоскостистой ионосферы  $\psi_0$  может быть близок к  $\pi/2$ , но при учете сферичности Земли луч, выходящий по касательной к поверхности Земли, входит в ионосферу под углом  $\psi_0 \leq 85-86^\circ$ .

МПЧ легко определяется из чисто геометрических построений [1] или по номограммам, например [3] (рис. 2). Для критической частоты 6 МГц МПЧ для расстояния 4000 км равно 28 МГц. Для расстояния 1800 км МПЧ будет равно 17,3 МГц.

**Принцип работы автоматической ионосферной станции типа SP-3.** Ионосферная станция предназначена для снятия высотно-частотных характеристик ионосферы (ионограмм) и ряда других специальных исследований.

Станция оборудована автоматической настройкой, позволяющей снимать ионограммы непрерывно, через 5, 15, 30 мин и 1 ч.

Импульсный передатчик мощностью 20 кВт работает в диапазоне 0,5—20 МГц, излучая импульсы длительностью в 100 мкс с частотой повторения в 30 Гц. Отраженные от ионосферы импульсы

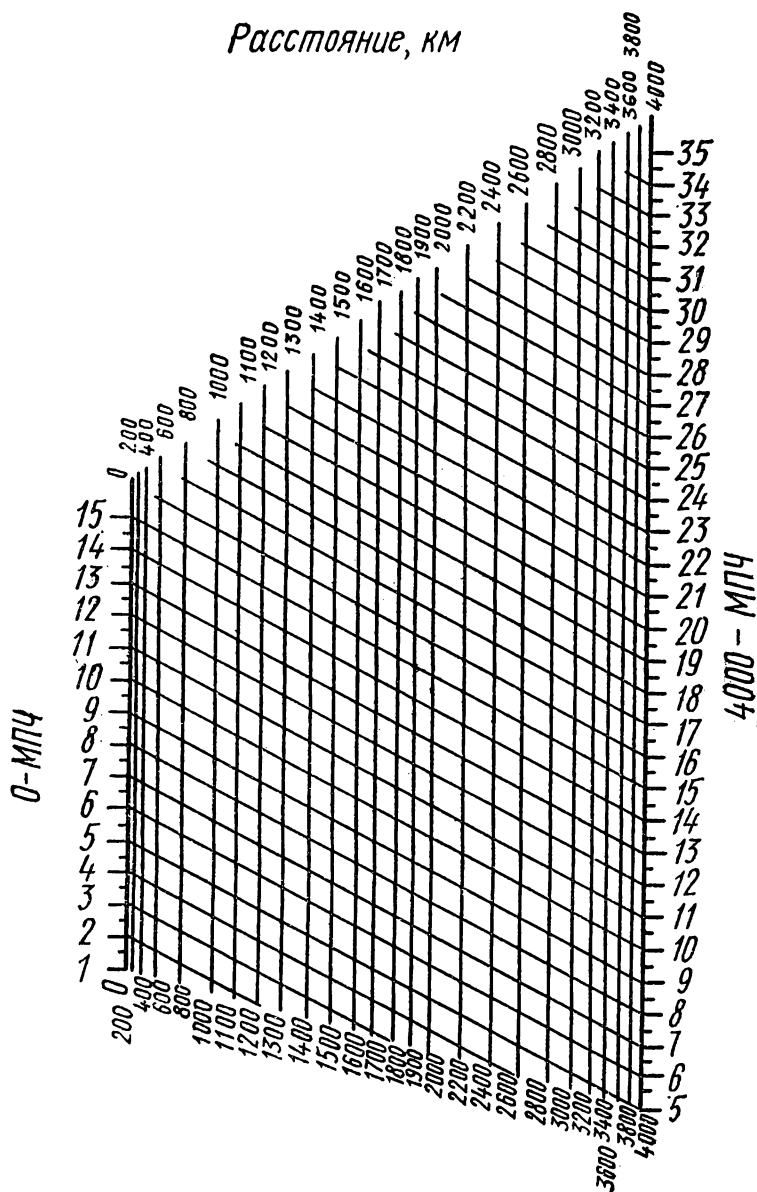


Рис. 2. Номограммы для определения МПЧ

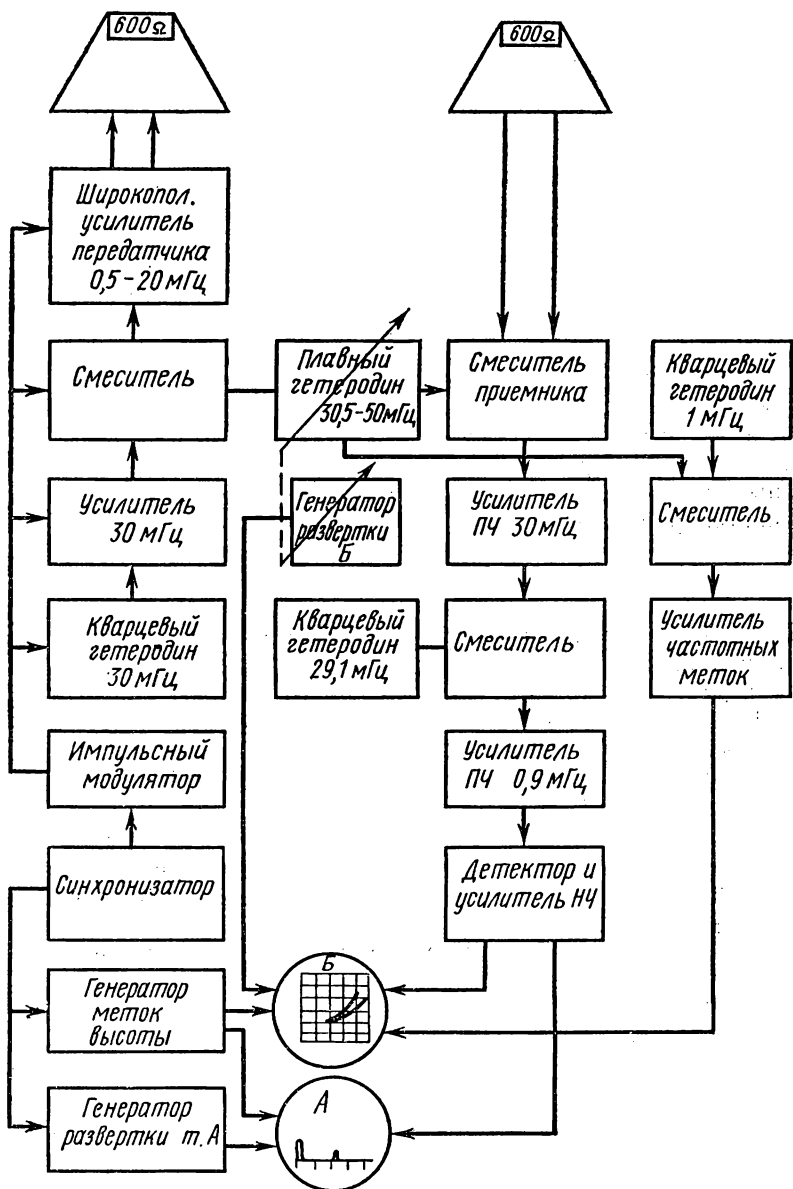


Рис. 3. Блок-схема соединения функциональных узлов ионосферной станции

принимаются приемником. Электронное сопряжение настроек приемника и передатчика (рис. 3) обеспечивает точную настройку приемника и передатчика во всем рабочем диапазоне. Сопряжение осуществляется общим переменным гетеродином, вырабатывающим частоты от 30,5 до 50 МГц и являющимся задающим гетеродином передатчика и первым гетеродином приемника. Управление настройки может осуществляться с помощью моторов или вручную. Импульсы с выхода приемника и метки высоты подаются на вертикальные пластины индикатора (типа А), на горизонтальные пластины — развертка. Импульс передатчика, начало развертки и метки высот синхронизованы по времени.

При панорамном наблюдении ионограмм (индикатор Б) на горизонтальные пластины подаются развертка по частоте и частотные метки, а на вертикальные пластины — развертка по высоте и высотные метки. Отраженный сигнал подводится к управляющему электроду трубки. В результате на экране получается ионограмма. Весь диапазон рабочих частот станции проходит за 30 с. В зависимости от характера исследований и состояния критических частот ионосферы можно включать различные рабочие диапазоны частот станции: 10,5—5; 0,5—10; 0,5—20 МГц (и различные шкалы развертки 10—250; 0—750; 0—1500 км).

### § 3. Упражнения

Работа на установке разрешается после ознакомления с инструкцией по технике безопасности. Порядок работы со станцией следующий:

1. Включить шкаф питания. По приборам, установленным на панели, убедиться в нормальной его работе.

2. С помощью клавишного переключателя установить необходимый режим работы (автоматический, ручной и т. д.).

3. После прогрева станции и включения высокого напряжения нажатием кнопки «пуск» включить станцию. Проверить наличие отражений и установить оптимальное усиление приемника, яркость индикаторов и т. д.

1. Съемку ионограмм производить с интервалом в 30 мин (в каждом сеансе от 2 до 3 кадров).

2. В интервалах между сеансами произвести съемку ионограммы визуально, по контрольному индикатору типа А — две ионограммы.

3. Определить по ионограмме состояние ионосферы, отражающие слои, изменение состояния за время эксперимента, критические частоты обыкновенной и необыкновенной волн.

4. Вычислить величины магнитного поля Земли и максимальной электронной концентрации.

5. Для двух ионограмм проверить справедливость параболической аппроксимации, определить высоту начала и полутолщину слоя. Построить кривую распределения электронной концентрации

в зависимости от действительной высоты. Вычислить температуру в максимуме слоя.

6. Вычертить кривую изменения электронной концентрации в максимуме слоя за время эксперимента и вычислить эффективный коэффициент рекомбинации  $\alpha$ .

7. Вычислить МПЧ для трассы Москва — Новосибирск. Расстояние  $r=2800$  км. Рабочая частота радиостанции «Новосибирск» 14,996 МГц. Так как широты Москвы и Новосибирска одинаковы, можно считать, что и суточный ход критических частот (по местному времени) одинаков. Следовательно, зная суточный ход критических частот для Москвы и разницу в местном времени, можно определить критическую частоту для середины трассы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. М., «Наука», 1972.
2. Виноградова М. Б. Теория волн (методическая разработка к курсу лекций), вып. 4. Изд-во МГУ, 1972.
3. Долуханов М. П. Распространение радиоволн. М., «Наука», 1972.

### III. ПОЛУПРОВОДНИКОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

#### РАВНОВЕСНЫЕ КОНЦЕНТРАЦИИ И ПОДВИЖНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА [1—4]

##### Введение

Одно из важнейших свойств полупроводников — существование запрещенного промежутка энергий между полностью заполненной электронами при 0 К валентной ( $v$ ) зоной и следующей, свободной при той же температуре, зоной проводимости ( $c$ ) (рис. 1). Запрещенный промежуток  $\mathcal{E}_g$ , определяющий энергию активации процесса освобождения валентных электронов от связей с атомами, в большинстве полупроводников не слишком велик. Поэтому в пределах температур, когда состояние самой кристаллической структуры вещества остается устойчивым, заметное количество электронов переходит в зону проводимости и при наложении электрического поля может переносить ток. Квантовомеханический анализ процесса показывает, что появляющиеся при этом свободные места в валентных связях ведут себя как положительные свободные носители заряда, называемые дырками. Концентрация тех и других ( $n=p=n_i$ ) определяет собственную электропроводность полупроводника при данной температуре:

$$\sigma_i = qn_i(\mu_n + \mu_p), \quad (1)$$

где  $q$  — заряд, а  $\mu_n$  и  $\mu_p$  — подвижности электронов и дырок, представляющие собой скорости их дрейфа в единичном электрическом поле.

Температурная зависимость  $n_i$  может быть определена из следующих общих соображений. Мерой тепловой энергии атомов в газе или твердом теле является величина  $kT$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура). Это средняя энергия системы на одну частицу, индивидуальные же энергии атомов и электронов в тепловом равновесии распределены по закону Максвелла — Больцмана. Число  $\mathcal{G}_{vc}$  тепловых забросов в единицу времени через промежуток энергии  $\mathcal{E}_g$  (скорость возбуждения) представляется произведением нескольких величин:

$$\mathcal{G}_{vc} = \beta N_c N_v \exp(-\mathcal{E}_g/kT),$$

где  $\beta$  — коэффициент возбуждения, а  $N_c$  и  $N_v$  — плотности состояний в зонах энергии, из которой ( $v$ ) и в которую ( $c$ ) идет заброс (на рис. 1 стрелки, направленные вверх).

Если в соответствующих зонах появились свободные электроны и дырки, то обязательно имеет место обратный процесс — реком-

бинация (на рис. 1 стрелки, направленные вниз), — в результате которого свободные носители заряда исчезают. Скорость  $\mathcal{R}_{cv}$  рекомбинации пропорциональна произведению концентраций электронов и дырок:

$$\mathcal{R}_{cv} = \gamma n_i^2,$$

где  $\gamma$  — коэффициент рекомбинации.

Равновесная концентрация носителей заряда в  $c$ - и  $v$ -зонах может установиться только при равенстве скоростей возбуждения и рекомбинации, откуда

$$n_i = \left( \frac{\beta}{\gamma} N_c N_v \right)^{1/2} \exp(-\mathcal{E}_g/2kT). \quad (2)$$

Теоретический анализ показывает, что  $\beta = \gamma$ , а  $N_c$  и  $N_v$  (см. ниже) в большинстве полупроводников меняются с температурой значительно слабее, чем экспоненциальный множитель. В соответствии

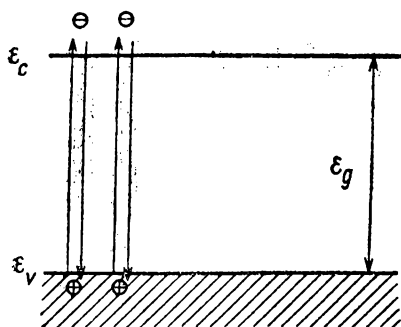


Рис. 1. Процессы тепловой генерации и межзонной рекомбинации электронов и дырок, определяющие собственную концентрацию носителей заряда в полупроводнике.  $\mathcal{E}_c$  и  $\mathcal{E}_v$  — энергии нижнего края зоны проводимости и верхнего края валентной зоны

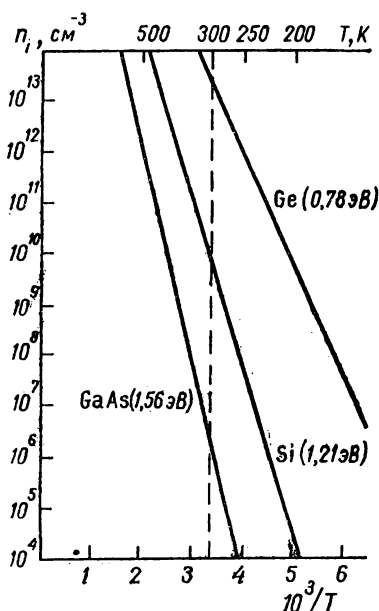


Рис. 2. Температурная зависимость собственной концентрации носителей в германии, кремнии и арсениде галлия. В скобках указаны соответствующие  $\mathcal{E}_g^0$

с этим экспериментально наблюдается экспоненциальная зависимость собственной концентрации носителей заряда от абсолютной температуры, и энергия активации этого процесса оказывается близкой к полуширине запрещенной зоны данного полупроводника.



Насколько велика роль  $\mathcal{E}_g$  в зависимости  $n_i(T)$ , видно из кривых рис. 2. Даже при комнатной температуре собственные концентрации носителей заряда намного меньше, чем в металлах; при понижении температуры они резко уменьшаются, стремясь к нулю, а следовательно, сам «собственный» полупроводник становится изолятором.

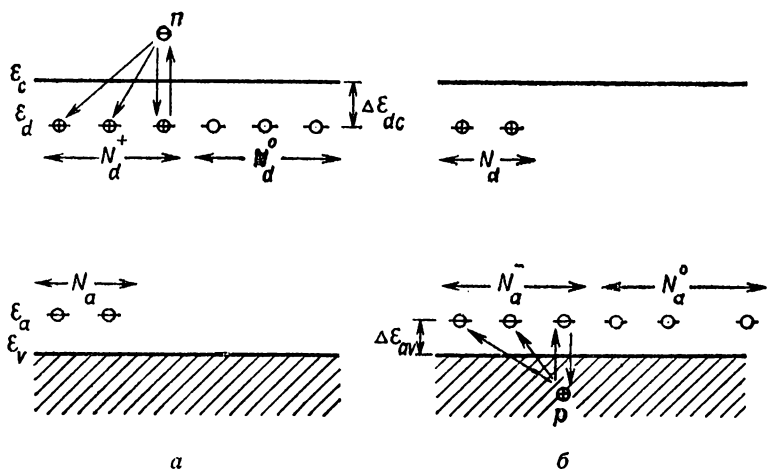


Рис. 3. Энергетические схемы полупроводников *n*-типа (а) и *p*-типа (б). Стрелками от примесных уровней к зонам показаны процессы возбуждения, стрелками к уровням — процессы рекомбинации электронов и дырок. Концентрации центров — поставщиков носителей заряда:  $N_d^+ = N_d - N_a - n$ ,  $N_a^0 = N_a - N_d - p$ ; концентрации центров рекомбинации:  $N_d^- = N_a + n$ ,  $N_a^+ = N_d + p$

На практике оказывается, что концентрация свободных носителей заряда в полупроводниках в широком интервале температур намного превышает собственную и существенно слабее, а часто совсем не меняется вплоть до очень низких температур. Это связано с электрической активностью нарушений идеальной периодической структуры полупроводниковых кристаллов — примесей, вакансий, межузельных атомов — способностью их поставлять электроны и дырки в зоны со значительно меньшими энергиями активации.

Поясним сказанное на примере элементарного полупроводника германия, расположенного в IVб подгруппе таблицы Менделеева. Каждый из его атомов имеет четыре валентных электрона и четыре тетраэдрически ориентированные в пространстве связи. Благодаря парноэлектронному (ковалентному) взаимодействию соседних атомов его *v*-зона оказывается полностью занятой.

Замещение  $N_d$  атомов основного вещества атомами примесных элементов Vб подгруппы (сурьмы, мышьяка или фосфора) означает включение в систему парноэлектронных связей  $N_d$  атомов с

«лишними» электронами, которые связаны с окружающими атомами значительно слабее, чем остальные, и сравнительно легко могут освободиться от валентных связей. На энергетическом языке это означает появление вблизи нижнего края зоны проводимости  $N_d$  донорных уровней с энергией ионизации  $\mathcal{E}_{dc} \ll \mathcal{E}_g$  (рис. 3).

Аналогичный результат получается при введении  $N_a$  примесей IIIб подгруппы (алюминия, индия, галлия): недостаток  $N_a$  электронов в системе ковалентных связей стимулирует переходы электронов с регулярных валентных связей (т. е. из  $v$ -зоны) на «дефектные» или акцепторные, энергетическое расстояние которых от потолка валентной зоны  $\mathcal{E}_{av} \ll \mathcal{E}_g$ .

Так как полупроводник чувствителен к малейшим концентрациям примесей, имеет смысл рассматривать влияние на его характеристики одновременно примесей обоих типов с преобладанием одного из них.

Если преобладают донорные примеси ( $N_d > N_a$ ,  $N_d - N_a \gg n_i$ ), концентрация электронов в  $c$ -зоне оказывается много больше концентрации дырок в  $v$ -зоне,  $n \gg p$ . Полупроводник называется «электронным» (или  $n$ -типа), и его электропроводность определяется соотношением

$$\sigma_n = q\mu_n n. \quad (3)$$

Если преобладают акцепторные примеси ( $N_a > N_d$ ,  $N_a - N_d \gg n_i$ ), концентрация дырок оказывается много больше концентрации электронов,  $p \gg n$ . Полупроводник соответственно «дырочный» (или  $p$ -типа), и его электропроводность

$$\sigma_p = q\mu_p p. \quad (3')$$

Носители, определяющие тип проводимости полупроводника, называются основными, а другого знака — неосновными.

Степень отклонения концентрации носителей заряда от собственной определяется концентрациями имеющихся в его объеме донорных и акцепторных примесей, соотношением энергии ионизации преобладающей примеси и ширины запрещенной зоны полупроводника и температурой. При этом (рис. 3) всегда соблюдаются условия нейтральности полупроводника:

$$\begin{aligned} N_d^+ &= N_a + n, & N_d^0 &= N_d - N_a - n \quad (n\text{-тип}), \\ N_a^- &= N_d + p, & N_a^0 &= N_a - N_d - p \quad (p\text{-тип}). \end{aligned} \quad (4)$$

Общие закономерности распределения носителей заряда между примесными уровнями и зонами можно получить, пользуясь основными положениями статистики электронов и дырок в полупроводниках [1].

В состоянии термодинамического равновесия электроны подчиняются статистике Ферми — Дирака. Соответствующая функция распределения имеет вид

$$f_e^{\mathcal{F}}(\mathcal{E}, T) = \frac{1}{1 + \exp[(\mathcal{E} - \mathcal{F})/kT]}. \quad (5)$$

Величина  $\mathcal{F}$  называется энергией Ферми или уровнем Ферми. Энергия Ферми совпадает с химическим потенциалом системы электронов.

Если энергии электронов существенно превышают энергию Ферми, распределение (5) переходит в классическое распределение Максвелла — Больцмана:

$$f_e^{\mathcal{B}}(\mathcal{E}, T) = \exp\left(-\frac{\mathcal{F} - \mathcal{E}}{kT}\right). \quad (6)$$

В этом случае говорят, что электронный газ невырожден. Для электронов в зоне проводимости распределение (6) справедливо, если уровень Ферми располагается ниже ее края  $\mathcal{E}_c$  хотя бы на  $2 \div 3 \ kT$ . В невырожденном полупроводнике в соответствии с  $f_e^{\mathcal{B}}$  (6) концентрация электронов в зоне проводимости

$$n = N_c \exp\left(-\frac{\mathcal{F} - \mathcal{E}_c}{kT}\right), \quad (7)$$

где

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_c kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (8)$$

эффективная плотность состояний в зоне проводимости; общий множитель 2 отражает спиновое вырождение,  $h$  — постоянная Планка, а  $m_c$  — эффективная масса плотности состояний, в общем случае представляющая собой комбинацию компонент тензора эффективных масс носителей заряда в зоне.

Концентрация дырок в валентной зоне подсчитывается аналогично, только в качестве функции распределения берется вероятность  $f_h$  того, что квантовое состояние с энергией  $\mathcal{E}$  свободно, т. е. не занято электроном.

Очевидно,  $f_e + f_h = 1$ . Отсюда после введения аналогичных обозначений для невырожденного полупроводника получаем

$$p = N_v \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_v - \mathcal{F}}{kT}\right), \quad (7')$$

где

$$N_v = 2 \left( \frac{2\pi m_v kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad (8')$$

эффективная плотность состояний в валентной зоне.

Величины  $m_c$  и  $m_v$  в большинстве полупроводников не зависят

от температуры. Поэтому  $T$ -зависимости  $N_c$  и  $N_v$  определяются только членом  $T^{3/2}$  (для германия см. [3]). Зависимости же  $n(T)$  и  $p(T)$  (7) определяются главным образом температурной зависимостью положения уровня Ферми относительно нижнего края зоны проводимости и верхнего края валентной зоны. Перемножив  $n$  и  $p$ , мы получаем важное соотношение

$$np = n_i^2 = N_c N_v \exp \left( -\frac{\mathcal{E}_g}{kT} \right). \quad (9)$$

Для трактовки экспериментальных данных существенно, что сама ширина запрещенной зоны в полупроводниках меняется с температурой, причем в широкой области температур эта зависимость близка к линейной:

$$\mathcal{E}_g(T) = \mathcal{E}_g^0 - \alpha T. \quad (10)$$

В таблице приводятся значения  $\mathcal{E}_g^0$  и  $\alpha$  в полупроводниках, для которых на рис. 2 представлены температурные зависимости  $n_i$ .

Полупроводник	$\mathcal{E}_g^0$ эВ	$\alpha$ , эВ/град
Германий	0,78	$4 \cdot 10^{-4}$
Кремний	1,21	$3,6 \cdot 10^{-4}$
Арсенид галлия	1,56	$4,2 \cdot 10^{-4}$

Наклон логарифмических кривых на рис. 2  $\Delta \lg n_i / \Delta (10^3/T)$  определяется значениями  $\mathcal{E}_g^0$ , которые и приведены на рисунке в качестве  $\mathcal{E}_g$ . Сами же величины  $n_i(T)$  определяются значениями  $\mathcal{E}_g(T)$ . То же относится к трактовке зависимости  $\sigma_i(T)$ .

**Распределение электронов между примесными центрами и зонами.** Ограничимся рассмотрением простейших однозарядных примесных центров типа примесей III, V групп в германии и кремнии.

Будем называть функцией заполнения примесного центра вероятность того, что последний содержит носитель заряда такого знака, «природным» источником которого он является. Для донорного и для акцепторного центров это есть вероятность пребывания центра в незаряженном состоянии, поэтому соответствующие функции заполнения Ферми — Дирака имеют вид

$$f_d^0 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp [(\mathcal{E}_d - \mathcal{F})/kT]}, \quad (11)$$

$$f_a^0 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp [(\mathcal{F} - \mathcal{E}_a)/kT]}. \quad (12)$$

Множитель  $1/2$  перед  $\exp$  в этих соотношениях учитывает спиновое вырождение. Как видно, он играет роль только тогда, когда  $f_d^0$  и  $f_a^0$  существенно меньше единицы.

Соответственно вероятности пребывания центров в заряженном состоянии

$$f_d^+ = 1 - f_d^0 = \frac{1}{1 + 2 \exp [(\mathcal{F} - \mathcal{E}_d)/kT]}, \quad (11')$$

$$f_a^- = 1 - f_a^0 = \frac{1}{1 + 2 \exp [(\mathcal{E}_a - \mathcal{F})/kT]}. \quad (12')$$

Эти функции определяют концентрации нейтральных и заряженных примесных центров:

$$N_d^0 = N_d f_d^0, \quad N_d^+ = N_d f_d^+; \quad N_a^0 = N_a f_a^0, \quad N_a^- = N_a f_a^-.$$

Из рис. 3 и соотношений (4) следует, что часть заряженных центров образуется за счет компенсации донорных и акцепторных центров и лишь остающаяся часть — за счет ионизации некомпенсированных центров в соответствующую зону. Все это находит свое отражение в положении уровня Ферми, которое (7) можно найти экспериментально, если известны  $N_c$  и  $N_v$  и измерена концентрация основных носителей заряда при данной температуре.

В соответствии с этим соотношением и функциями распределения (11), (12) в полупроводнике  $n$ -типа ( $n \gg p$ ,  $\mathcal{F} \gg \mathcal{E}_a$ )

$$\frac{N_d^0}{N_d^+} = 2 \exp \left( \frac{\mathcal{F} - \mathcal{E}_d}{kT} \right). \quad (13)$$

Подставив вычисленное отсюда значение  $\mathcal{F}$  в выражение (7), получим

$$n = \frac{N_d^0}{2N_d^+} N_c \exp \left( -\frac{\mathcal{E}_{dc}}{kT} \right). \quad (14)$$

В области достаточно низких температур, когда  $n \ll N_d^0$ ,  $N_d^+$ , уравнения (4) дают  $N_d^+ = N_a$ ,  $N_d^0 = N_d - N_a$ , и тогда (14) принимает вид

$$n = \frac{N_d - N_a}{2N_a} N_c \exp \left( -\frac{\mathcal{E}_{dc}}{kT} \right), \quad (15)$$

а сам уровень Ферми

$$\mathcal{F} = \mathcal{E}_d + kT \ln \left( \frac{N_d - N_a}{2N_a} \right), \quad (16)$$

т. е. лежит в непосредственной близости от уровня основной примеси, а при абсолютном нуле точно с ним совпадает.

В то же время при высоких температурах, когда начинает преобладать собственная проводимость ( $n=p=n_i$ ), из формул (8) и (9) видно, что

$$\mathcal{E}_c - \mathcal{F} \equiv \Delta \mathcal{F}_c = \frac{\mathcal{E}_g}{2} + kT \ln \left( \frac{N_c}{N_v} \right), \quad (17)$$

т. е. уровень Ферми располагается практически посередине запрещенной зоны. При этом важной оказывается область температур, когда  $(\mathcal{E}_g/2) > \Delta \mathcal{E}_c > \mathcal{E}_{dc}$ . Тогда из уравнения (13) следует, что  $N_d^0 \ll N_d^+$ , и из (4) —

$$n = N_d - N_a. \quad (18)$$

Это так называемая область полной ионизации, или полного «истощения», примесных центров, где концентрация носителей определяется разностью концентраций основной и компенсирующей примесей и не зависит от температуры. Плато занимает тем больший интервал температур, чем больше разница между энергией ионизации основной примеси и полушириной запрещенной зоны и чем меньше концентрация компенсирующей примеси.

Все рассуждения справедливы для полупроводника  $p$ -типа, и соответствующие соотношения имеют вид

$$p = \frac{N_a - N_d}{2N_d} N_v \exp \left( -\frac{\mathcal{E}_{av}}{kT} \right), \quad (15')$$

$$\mathcal{F} = \mathcal{E}_a - kT \ln \left( \frac{N_a - N_d}{2N_d} \right), \quad (16')$$

$$p = N_a - N_d. \quad (18')$$

В результате можно представить общую температурную зависимость концентрации носителей заряда в полупроводнике так, как это сделано на рис. 5. Для ее изображения выбран наиболее рациональный логарифмический масштаб по оси ординат и обратная температура по оси абсцисс. В таком представлении участки экспоненциального изменения концентрации с температурой выглядят прямыми линиями, наклон которых определяется соответствующими энергиями активации. Вся кривая описывается формулами (7), участок  $i$  — формулой (9), плато  $n$  — формулами (18) и второй участок экспоненциального спада — формулами (15').

**Подвижность носителей заряда, температурный ход электропроводности.** Как видно из соотношений (1) и (3), электропроводность полупроводника кроме концентрации носителей определяется их подвижностью. Расчет дает для подвижности выражение

$$\mu = \frac{q}{m} \bar{\tau},$$

где  $m$  — эффективная масса,  $\bar{\tau}$  — среднее время между «столкно-

вениями» носителей с центрами рассеяния. Наиболее эффективными центрами рассеяния электронов и дырок в кристаллах являются тепловые колебания атомов решетки и заряженные ионы примесей.

При рассеянии на акустических колебаниях атомов

$$\mu_L = A (kT)^{-3/2}, \quad (19)$$

где  $A$  — коэффициент, не зависящий от температуры и энергии.

При рассеянии на заряженных ионах примеси

$$\mu_I = B \frac{(kT)^{3/2}}{N_I}, \quad (20)$$

где  $B$  — также коэффициент, не зависящий от температуры и энергии, а  $N_I$  — концентрация заряженных центров.

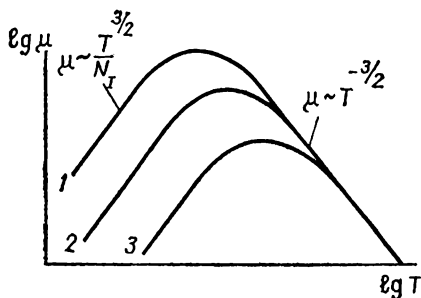


Рис. 4. Расчетный температурный ход подвижности носителей заряда при комбинации рассеяния на тепловых колебаниях решетки и заряженных ионах примесей. Кривые 1, 2, 3 соответствуют росту концентрации примесных ионов

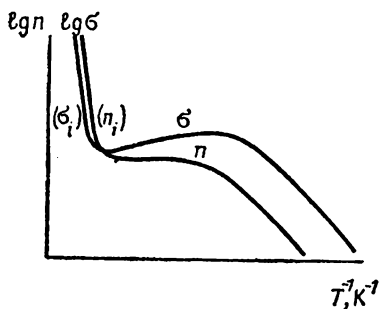


Рис. 5. Общий вид температурной зависимости концентрации носителей заряда и электропроводности (в произвольном логарифмическом масштабе по оси ординат) достаточно чистого полупроводника (в связи с уменьшением подвижности с температурой переход  $\sigma$  в  $\sigma_i$  несколько отстает от перехода  $n$  в  $n_i$ )

Общий вид зависимости  $\mu(T)$ , обусловленный комбинацией обоих типов рассеяния, показан на рис. 4. Переход от «примесного» рассеяния к «решеточному» имеет место при тем более высоких температурах, чем больше концентрация заряженных центров в полупроводнике.

Экспериментальные исследования температурного хода подвижности в достаточно чистых полупроводниках качественно подтверждают расчетный ход подвижности, хотя показатели степенной зависимости в области решеточного рассеяния могут отличаться от  $3/2$  и быть разными для электронов и дырок.

В германии с концентрацией заряженных центров  $N_d^+ + N_a^- \leq 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  решеточное рассеяние доминирует при температурах

выше 60 К. При этом температурная зависимость электропроводности выглядит так, как показано на рис. 5. Существенное различие в ходе кривых  $\sigma(T)$  и  $n(T)$  наблюдается лишь в области плато концентрации, где  $\sigma(T)$  определяется только зависимостью  $\mu(T)$ . В этой области температурный ход электропроводности полупроводника аналогичен таковому в металлах. В областях экспоненциального изменения  $n(T)$  разницу в ходе этих двух кривых можно установить при достаточно корректных исследованиях.

**Цели экспериментальных исследований.** Одновременное исследование  $T$ -зависимостей концентрации носителей заряда и электропроводности позволяет определить ряд важных характеристик материала:

ширину запрещенной зоны  $\mathcal{E}_g$ ;

энергию ионизации основной примеси  $\mathcal{E}_j$ ;

концентрации заряженных и нейтральных примесных центров, а также полные концентрации основной и неосновной примесей;

величину и  $T$ -зависимость подвижности основных носителей заряда.

При постановке учебных экспериментальных исследований существенное значение имеют два обстоятельства:

а) исследуемый материал должен иметь подходящую ширину запрещенной зоны и контролируемое содержание примесей, чтобы можно было в удобном и достаточно широком температурном интервале наблюдать и собственную, и примесную проводимости. Материал должен обладать высоким структурным совершенством, чтобы свести к минимуму неконтролируемые центры рассеяния носителей. Одним из наиболее подходящих полупроводников в этом плане является германий, собственные характеристики и уровень технологии которого удовлетворяют перечисленным требованиям;

б) температурный интервал подобных исследований весьма широк и в большинстве случаев не может быть перекрыт в одном эксперименте. Так, для проведения измерений в области собственной проводимости германия нужен нагрев кристалла до температур значительно выше комнатных, а для наблюдения областей деионизации примесей в нем — охлаждение до температур жидкого азота, водорода или гелия (в зависимости от величин  $\mathcal{E}_j$ ). Аппаратура, применяемая для термостатирования исследуемых образцов, оказывается различной. Измерение концентрации и электропроводности в условиях деионизации примесных центров, когда сопротивления образцов сильно возрастают, требует других приборов, чем в области полной их ионизации и тем более — в области высокотемпературной собственной проводимости. Поэтому исследования оформлены в виде трех отдельных экспериментов (работ).

В работе 1 исследуется температурная зависимость концентрации носителей заряда и электропроводности германия в собственной (« $i$ » на рис. 5) и непосредственно примыкающей к ней области примесной проводимости ( $T$  — интервал 293÷600 К). Определяется ширина запрещенной зоны, а также тип, concentra-



ция и подвижность основных носителей заряда при комнатной температуре. Проводятся оценки концентрации и подвижности неосновных носителей, а также собственной концентрации носителей при той же температуре.

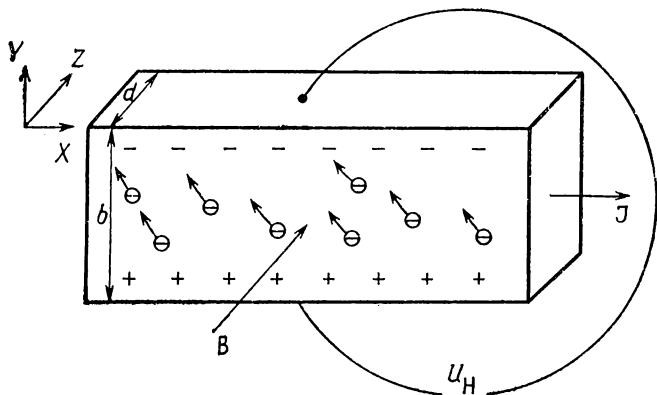


Рис. 6. Схема возникновения ЭДС Холла в полупроводнике  $n$ -типа

В работах 2 и 3 проводятся измерения концентрации основных носителей и электропроводности в области примесной проводимости. В работе 2 определяется температурный ход подвижности электронов и выясняется основной механизм рассеяния их в германии с достаточно малым содержанием примесей. Для обеспечения максимальной точности измерений подвижности используется кристалл, легированный сурьмой, энергия ионизации которой равна 0,01 эВ; поэтому во всем исследуемом интервале температур (62—300 К) примесь полностью ионизована, концентрация носителей постоянна и зависимость  $\sigma(T)$  определяется только зависимостью  $\mu(T)$  (см. второй участок на кривых рис. 5). В работе 3 находится энергия ионизации основной примеси, концентрации разнозаряженных примесных центров и полных концентраций основной и компенсирующей примесей. В качестве основной используется примесь с энергией ионизации  $\epsilon_i \geq 0,1$  эВ (золото в германии), так что в исследуемом интервале температур 77—300 К наблюдается ее ионизация (третий участок на кривых рис. 5).

Во всех работах непосредственно измеряемые величины — постоянная Холла  $R \sim 1/n$  и удельное сопротивление  $\rho = 1/\sigma$ .

### Метод измерений

**Связь между постоянной Холла и концентрацией носителей заряда.** При определении концентрации свободных носителей за-

ряда в полупроводниках используется эффект Холла [5]. Холловская разность потенциалов (рис. 6)

$$U_H = R \frac{\mathcal{I} \cdot B}{d}, \quad (21)$$

где  $d$  — толщина образца в направлении магнитного поля,  $\mathcal{I}$  — ток. Отсюда постоянная Холла

$$R = \frac{U_H \cdot d}{\mathcal{I} \cdot B} \quad (22)$$

и может быть экспериментально определена, если известны величины, входящие в правую часть равенства.

Так как знак  $U_H$  различен для электронов и дырок при одинаковых направлениях тока и магнитного поля, то постоянная Холла имеет различный знак в электронном и дырочном полупроводниках. При явно выраженной проводимости

$$R_n = -1/qn \quad (n = \text{тип}), \quad (23)$$

$$R_p = +1/qp \quad (p = \text{тип}). \quad (23')$$

При сравнимых концентрациях электронов и дырок постоянная Холла определяется более сложным соотношением их концентраций и подвижностей:

$$R_{np} = \frac{1}{q} \cdot \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}, \quad (24)$$

откуда для случая собственной проводимости ( $n=p=n_i$ ) получаем

$$R_i = \frac{1}{qn_i} \cdot \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \quad (25)$$

Знак постоянной Холла в собственной области определяется соотношением величин подвижностей электронов и дырок. В большинстве полупроводников (в том числе и в германии) подвижность электронов больше подвижности дырок, следовательно, знак  $R_i$  соответствует знаку  $R_n$ . Следует отметить, что все соотношения, связывающие постоянную Холла с концентрациями носителей, записаны без учета различия между холловской и дрейфовой подвижностями. Для целей проводящихся измерений это различие не играет принципиальной роли.

Для определения  $n_i$  из  $R_i$  необходимо знать подвижности носителей заряда обоих знаков. Что касается зависимости  $R_i(T)$ , то на нее кроме  $n_i(T)$  влияет температурная зависимость отношения  $b = \mu_n/\mu_p$ . В ряде случаев ею можно пренебречь, и тогда  $R_i(T) \sim \sim 1/n_i(T)$ , т. е.

$$R_i(T) \sim T^{-3/2} \exp(\mathcal{E}_g/2kT). \quad (26)$$

Для определения типа основной примеси в полупроводнике (донорная или акцепторная) кроме абсолютного знака  $R$  существенно, что в полупроводнике  $p$ -типа при повышении температуры и переходе из области примесной в область собственной проводимости постоянная Холла меняет знак. Поэтому по экспериментальной кривой  $R(T)$  в соответствующем интервале  $T$  можно определять тип примесной проводимости полупроводника и без установления абсолютного знака  $R$ .

Зависимость  $R(T)$  в примесной области непосредственно воспроизводит зависимость  $1/n$  со всеми выводами относительно возможностей определения соответствующих величин, входящих в формулы (15), (16) и (18).

Связь между постоянной Холла, удельным сопротивлением и подвижностью носителей заряда. Экспериментально обычно измеряется  $\rho = 1/\sigma$ . Для образца геометрии и размеров, указанных на рис. 6, оно определяется соотношением

$$\rho = \frac{U}{\mathcal{I}} \cdot \frac{s}{l}, \quad (27)$$

где  $l$  — длина участка, на котором измеряется «омическое» падение напряжения  $U$ ,  $s = b \cdot d$ .

В собственной области  $\rho_i \sim [n_i(\mu_n + \mu_p)]^{-1}$ . Если для зависимостей  $\mu(T)$  характерно решеточное рассеяние, то

$$\rho_i(T) \sim \exp(\mathcal{E}_g/2kT), \quad (28)$$

т. е. также может быть использовано для определения  $\mathcal{E}_g$ .

В области примесной проводимости зависимость  $\rho(T)$  в совокупности с аналогичной зависимостью  $R(T)$  используется для нахождения  $\mu(T)$ .

Как видно из соотношений (3) и (26), для областей с явно выраженной примесной проводимостью (соответственно  $n$ - или  $p$ -типа)

$$\mu_n = R_n/\rho_n, \quad \mu_p = R_p/\rho_p. \quad (29)$$

Кроме того, если в каком-то интервале  $T$  в области примесной проводимости известны значения  $R_i$  и  $\rho_i$ , то можно определить подвижность неосновных носителей заряда (см. (1), (23) и (25)). В образце  $n$ -типа

$$\left| \frac{R_n}{\rho_n} \right|_T - \left| \frac{R_i}{\rho_i} \right|_T = \mu_{pT}. \quad (30)$$

В образце  $p$ -типа

$$\left| \frac{R_p}{\rho_p} \right|_T + \left| \frac{R_i}{\rho_i} \right|_T = \mu_{nT}. \quad (30')$$

В собственной области ни одна из подвижностей непосредственно не может быть определена.

**Схемы измерений.** В работах 1 и 2 для измерения «холловской» ( $U_H$ ) и «омической» ( $U$ ) разностей потенциалов используется потенциометрический (компенсационный) метод (рис. 7).

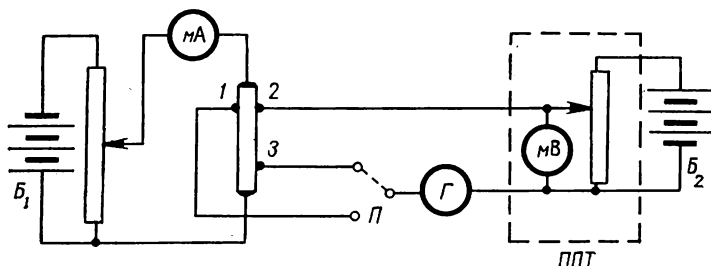


Рис. 7. Принципиальная схема измерения удельного сопротивления и постоянной Холла компенсационным методом: 1, 2 — контакты для измерения постоянной Холла; 2, 3 — контакты для измерения удельного сопротивления;  $B_1$  — источник тока через образец;  $B_2$  — источник компенсирующего напряжения;  $\Gamma$  — гальванометр;  $П$  — переключатель;  $ППТ$  — стандартный измерительный потенциометр

К образцу, по которому течет постоянный ток  $\mathcal{U}$ , присоединены боковые контакты 1, 2, 3, используемые для измерения поперечной ( $U_{12}$ ) и продольной ( $U_{23}$ ) разностей потенциалов. С помощью стандартного высокоомного потенциометра постоянного тока ( $ППТ$ ) от батареи  $B_2$  подбирается напряжение, компенсирующее искомую разность потенциалов. Тогда во вторичной цепи, которую образуют боковые контакты и потенциометр, ток не течет, что и показывает гальванометр  $\Gamma$ , используемый в качестве нуля-прибора. Таким образом, полностью исключается влияние переходных сопротивлений образца — контакт на измеряемые разности потенциалов (величины последних прямо отсчитываются на  $ППТ$ ).

В работе 3 сопротивление исследуемого образца при понижении температуры сильно возрастает (до  $10^9$  Ом при 80 К), поэтому использование компенсационной схемы с  $ППТ$  становится невозможным. В качестве измерительного прибора здесь используется электрометрический усилитель ( $ЭМУ$ ) постоянного тока с входным сопротивлением до  $10^{12}$  Ом.

Принципиальная схема включения электромагнита и регулирования тока через катушки представлена на рис. 8. Переменное напряжение от сети 220 В, регулируемое лабораторным автотрансформатором ( $ЛАТР$ ), подается на собранные по мостовой схеме полупроводниковые выпрямители. Выпрямленное напряжение подается на катушки электромагнита, полярность его меняется коммутатором  $К$ . Величина и направление тока контролируются амперметром с нулем посередине шкалы. Рабочая схема заключена в металлический блок, на переднюю панель которого выведены соответствующие элементы регулировки, снабженные надписями.

Работа с электромагнитом требует строго соблюдения определенных правил включения тока через катушки. Выключение большого тока может привести к пробое изоляции обмотки катушек из-за больших ЭДС самоиндукции. Поэтому в установке предусмотрена специальная система защиты, не позволяющая ни включить, ни выключить напряжение (равно как и переменить его полярность), если с помощью ЛАТРа оно не уменьшено до нуля. Градуировочная кривая магнита известна.

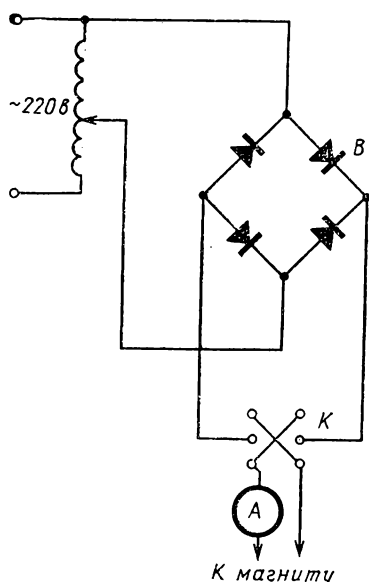


Рис. 8. Принципиальная схема блока питания электромагнита: В — полупроводниковые выпрямители, К — переключатель полярности

При измерении холловских напряжений на контактах 1—2 уже в отсутствие магнитного поля практически всегда есть разность потенциалов  $U_0$ , обусловленная неэквипотенциальностью расположения поперечных контактов. Для исключения этой немагнитной разности потенциалов измерения  $U_{12}$  производятся при двух противоположных полярностях магнитного поля. Из-за различия в соотношении величин  $U_H$  и  $U_0$  напряжения  $U_{12}$  могут быть либо разных знаков, либо одного.

В первом случае холловская разность потенциалов находится как *полусумма*, во втором — как *полуразность* абсолютных значений  $U_{12}$ .

Изменение соотношений между  $U_H$  и  $U_0$  и переход от первого ко второму случаю может иметь место в одном эксперименте при повышении температуры из-за увеличения относительной роли напряжения  $U_0$ . В связи с ростом удельного сопротивления в области постоянной концентрации носителей заряда и «отставания» его от  $n$  при переходе в собственную область (см. рис. 5 и подпись к нему) сигнал  $U_0$  может стать значительно больше  $U_H$ . В этих условиях необходимо особенно тщательно фиксировать  $U_{12}(+B)$  и  $U_{12}(-B)$  и в зависимости от степени их близости увеличить количество надежно определяемых значащих цифр. Высокая чувствительность ППТВ и гальванометра позволяет это делать.

При измерении  $U_p$  также необходимо учитывать возможный вклад побочных потенциалов в напряжение  $U_{23}$ . Так как контакты 2, 3 расположены по длине образца и расстояние между ними достаточно велико (в работе 1 более 1 см), то при нагреве образца между ними возможен некоторый градиент температур, а следовательно, и термоЭДС [1—4]. Чем выше температура (в области

собственной проводимости), тем большую относительную роль может играть это побочное напряжение. Исключать его (убедившись, что оно есть) необходимо определением  $U_{23}$  при противоположных (+, —) направлениях тока через образец. И здесь  $U_p$  есть *полусумма* абсолютных значений  $U_{23}^+$  и  $U_{23}^-$ , если их относительные знаки определяются направлением тока через образец, или *полуразность*, если их знаки определяются побочным напряжением (т. е. не меняются с изменением направления тока).

Во всех работах применяются электронные схемы стабилизации температуры. Они включают в себя два полупроводниковых фото диода, настенный зеркальный гальванометр, потенциометр *ППТ* и систему реле. Фотодиоды расположены на шкале гальванометра симметрично относительно ее «нуля». К *ППТ* подключена термopара, измеряющая температуру образца; ее ЭДС, соответствующая желательной температуре, выставляется на потенциометре. Разбалансировка схемы при изменении температуры и соответствующее смещение зайчика гальванометра по шкале освещает фото диод и меняет его сопротивление, что приводит в действие систему реле, включающих или выключающих нагрев. Расстояние фото диодов от «нуля» шкалы и инерционность системы нагрева определяют точность поддержания температуры. В данных экспериментах она порядка  $\pm 1^\circ$ .

## 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ ГЕРМАНИЯ

### § 1. Установка для измерений в интервале 293—600 К

Образец германия в виде прямоугольного параллелепипеда с помощью токовых контактов, представляющих собой пружинящие пластины из фосфористой бронзы, прижимается к массивной медной подложке и изолируется от нее слоем тонкой слюды. Боковые контакты — пружинящие металлические острия — укреплены через изоляторы на той же подложке и плотно прижаты к образцу. Подложка жестко укреплена в вертикальном положении с помощью медного стержня, впаянного в охлаждаемый проточной водой латунный фланец, который составляет дно стеклянной пробирки, одеваемой на держатель с образцом и вакуумно плотно соединяемой с фланцем. На дне фланца имеются изолированные выводы проводов от образца и дифференциальной термопары медь — константан, один спай которой укреплен у внешней поверхности образца, а другой — «холодный» — в теле фланца. Температура холодного спаи термопары определяется температурой проточной воды и измеряется с помощью потенциометра *ППТ* относительно комнатной температуры.

Все выведенные провода затем собраны в один экранированный чехол и через разъем на задней панели введены в измеритель-

ный блок, внутри которого собраны токовая и компенсационная схемы, а затем — к ППТ. К схеме подключаются многошкальный миллиамперметр, измеряющий ток через образец, и магазин сопротивлений, регулирующий этот ток.

Держатель с образцом укреплен между полюсами электромагнита так, что широкая плоскость образца перпендикулярна магнитным силовым линиям.

На пробирку с образцом одета цилиндрическая печь сопротивления; ток через нее регулируется автотрансформатором, вмонтированным в измерительный блок, и измеряется расположенным рядом амперметром.

Пробирка с образцом откачивается с помощью форвакуумного насоса через вакуумный отвод в дне фланца. Откачка системы необходима главным образом для предохранения от окисления контактов и держателя.

## § 2. Упражнения

**1. Измерение удельного сопротивления и постоянной Холла при комнатной температуре.** К измерительному блоку подключаются внешние приборы. Тумблером на его передней панели включается освещение гальванометра. Проверяется и устанавливается рабочий ток ППТ, для чего соответствующий переключатель его ставится в положение «НЭ». После установки рабочего тока этот переключатель ставится в положение «X1» или «X2» в зависимости от того, к какой из пар соответствующих клемм подключены измеряемые напряжения. Так как искомые напряжения могут быть разных знаков, то в схеме предусмотрен переключатель полярности компенсирующего напряжения — тумблер «+ компенс. —» на передней панели блока.

Переключатель «R—p» ставится в положение «p»; включается ток  $\mathcal{I}$  через образец и с помощью магазина сопротивлений устанавливается равным 10—20 мА; определяются  $U_{23}^+$  и  $U_{23}^-$ . Из полученных значений находится  $U_p$  (см. стр. 237) и затем  $\rho$  по формуле (27).

Затем переключатель ставится в положение «R». Включается ток через магнит в направлении «+» и с помощью автотрансформатора устанавливается равным 5 А. Измеряется напряжение  $U_{12}^+$ . Затем полярность магнитного поля меняется, устанавливается тот же ток и проводятся измерения  $U_{12}^-$ . Относительные знаки напряжений определяются с помощью тумблера «+ компенс. —».

Начиная измерения, не следует включать гальванометр кнопкой «0». Для грубой первоначальной компенсации включать гальванометр кратковременным нажатием кнопки, последовательно с которой включено большое сопротивление. Только когда отклонения гальванометра близки к нулю, можно включать его кнопкой «0» для точной компенсации тока. При больших отклонениях зай-

чика пользоваться кнопкой «КЗ» (замыкающей цепь гальванометра накоротко), стремясь нажимать ее в момент прохождения зайчика нуля.

По измеренным значениям  $U_{12}^+$  и  $U_{12}^-$  находится  $U_H$ , а затем — постоянная Холла по формуле (22).

**Определение поправки на температуру холодного спая термопары.** Градуировка термопары осуществлена относительно  $0^\circ\text{C}$ . В эксперименте же холодный спай термопары имеет температуру проточной воды, измеряемой ППТ. Так как в широкой области температур градуировочная кривая линейна, то температура холодного спая просто прибавляется к находямой по этому графику и измеренным с помощью ППТ ЭДС термопары  $V_{\text{ТП}}$ .

Для определения комнатной температуры и малых отклонений от нее служит другая градуировочная кривая, помещенная на одном графике с основной.

**2. Исследование температурной зависимости удельного сопротивления и постоянной Холла.** Нагрев образца производится в интервале температур от комнатной до  $330^\circ\text{C}$ . Ток через печь включается соответствующим тумблером на передней панели измерительного блока, регулируется ЛАТРом и фиксируется вмонтированным в блок амперметром. Примерная зависимость температуры образца от тока печи известна. Выставив необходимый для заданной точки ток и установив соответствующее  $V_{\text{ТП}}$  на потенциометре, включают гальванометр, предельно загрузив его. Когда световой зайчик подойдет к «0» шкалы, включают кнопку «0» гальванометра. Схема стабилизации таким образом переключится на максимум чувствительности. Температуру повышать с интервалом не более  $20^\circ$ . Запись измерений рекомендуется производить по следующей схеме:

№ изм.	$V_{\text{ТП}}$	$t$ , $^\circ\text{C}$	$\mathcal{J}$	$U_{23}^0$	$U_{23}^{\mathcal{J}}$	$U_\rho$	$\rho$ , ОМ·СМ	$U_{12}^{(+)}$	$U_{12}^{(-)}$	$U_H$	$R$ , СМ <sup>3</sup> /Кл
-----------	-----------------	---------------------------	---------------	------------	------------------------	----------	-------------------	----------------	----------------	-------	------------------------------

Все токи записываются в мА, напряжения — в мВ. Для последующей обработки результатов полезно составить еще одну, производную таблицу:

№ изм.	$T$ , К	$\frac{10^3}{T}$	$\left[\frac{300}{T}\right]^{-3/2}$	$\lg \rho$	$\lg R$	$\lg \left[ R \left( \frac{300}{T} \right)^{-3/2} \right]$
-----------	---------	------------------	-------------------------------------	------------	---------	--

Расчеты ведутся с помощью вычислительной машины по составленной программе.



## Обработка результатов

1. По данным таблицы построить зависимости  $\lg \rho$  и  $\lg [R(300/T)^{-3/2}]$  от  $10^3/T$  (кривые 1 и 2). Для наглядности обе зависимости строят на одном графике и в одном относительном масштабе, со сдвигом его абсолютных значений по оси ординат так, чтобы соответствующие кривые были близко расположены в собственной области.

2. На обеих кривых отметить участки примесной и собственной проводимостей. Обратить внимание на различие хода  $R(T)$  и  $\rho(T)$  в области явно выраженной примесной проводимости и объяснить его. Отметить участок применимости формул (23) для вычисления концентрации основных носителей по измеренному  $R$ , определить  $n$ .

3. Проанализировать поведение  $R$  в области перехода от примесной к собственной проводимости, сделав из этого вывод о типе примесной проводимости в исследуемом образце.

4. На участках собственной проводимости обоих графиков определить ширину запрещенной зоны германия  $\mathcal{E}_g^0$  (эВ) по формулам, вытекающим непосредственно из (26) и (28).  
Из кривой 1

$$\mathcal{E}_g^0 = \frac{\Delta \lg \rho_i}{\Delta (10^3/T)} \frac{2 \cdot 10^3 k}{\lg e}.$$

Из кривой 2

$$\mathcal{E}_g^0 = \frac{\Delta \lg [R_i (T/300)^{3/2}]}{\Delta (10^3/T)} \frac{2 \cdot 10^3 k}{\lg e}.$$

Сравнить полученные значения.

5. Экстраполировать кривые 1 и 2 из области собственной в область примесной проводимости и определить  $R_i$  и  $\rho_i$  при 300 К. Используя эти значения и измеренные при 300 К  $R$  и  $\rho$ , определить по формулам (30) подвижность неосновных носителей.

6. По найденным  $R_i$ ,  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  вычислить собственную концентрацию  $n_i$  носителей заряда при 300 К (25). Сравнить ее с расчетной (график 2).

7. Используя найденное  $n_i$  и соотношение (9), оценить концентрацию неосновных носителей в образце.

8. В области  $n = \text{const}$  найти положение уровня Ферми (7). Сделать заключение о степени ионизации основных примесных центров, предположив их энергию ионизации  $\mathcal{E}_j < 0,1$  эВ.

Все предлагаемые в п. 5—8 оценки в отличие от определения  $\mathcal{E}_g$  и характеристик основных носителей заряда ( $n$ ,  $\mu$ ) не претендуют на высокую точность из-за недостаточной точности самого метода экстраполяции. Однако они имеют определенный смысл, позволяя судить о порядке отношений  $\mu_n/\mu_p$ ,  $n/n_i$ ,  $n/p$  в исследуемом кристалле, а также о степени ионизации основной примеси, если известно ее  $\mathcal{E}_j$ .

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ХОДА ПОДВИЖНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ В ГЕРМАНИИ С МАЛЫМ СОДЕРЖАНИЕМ ПРИМЕСЕЙ

### § 1. Установка для интервала температур 62—300 К

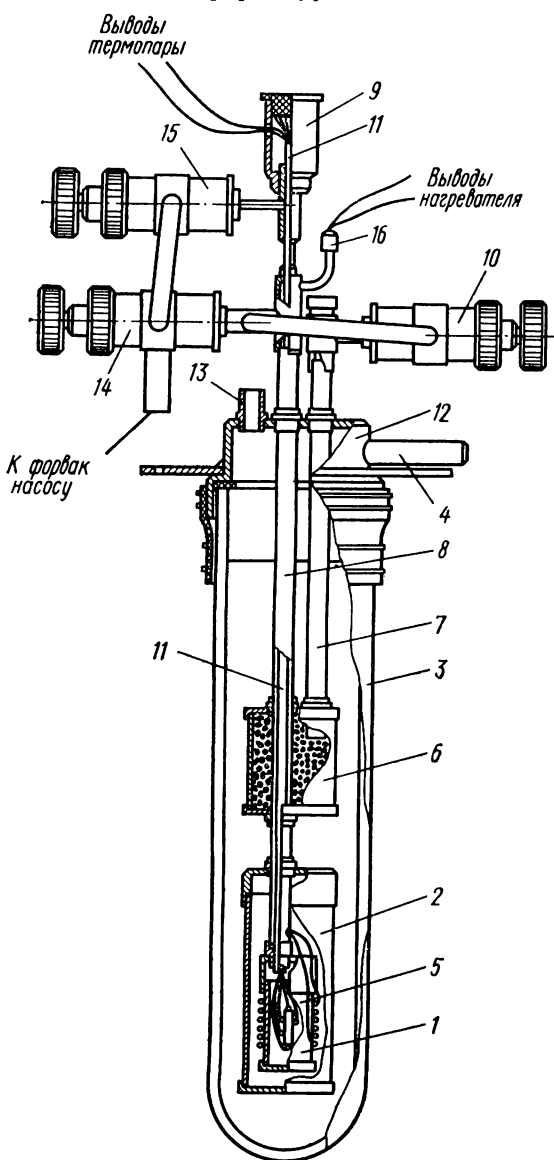
Образец германия известных размеров с папаянскими по схеме рис. 7 по всей площади торцов токовыми и точечными потенциальными контактами\* помещен в криостат, схема которого представлена на рис. 9. Основную часть криостата составляют две вмонтированные одна в другую цилиндрические медные камеры 1 и 2; во внутренней на тефлоновом держателе укрепляется образец вместе с термопарой, внешняя («обменная») служит для регулировки теплового контакта внутренней камеры с жидким азотом, заливаемым в стеклянный дюар 3. Обе камеры, предварительно откачанные до вакуума  $\sim 10^{-3}$  мм рт. ст., заполнены чистым газообразным гелием до давления  $\sim 400$  мм (внутренняя) и  $\sim 10$  мм (внешняя). Эти операции проводятся системой отводных трубок и кранов 14 и 15, форвакуумного насоса, источника гелия и манометра. Обменный гелий обеспечивает быстрое охлаждение образца до 77 К и получение во внутренней камере равномерной температуры.

Охлаждение до 62 К осуществляется с помощью откачки паров азота форвакуумным насосом, с которым дюар сообщается трубкой с краном 4. Нагрев до температур выше 77 К осуществляется нихромовой спиралью 5, намотанной на внутреннюю камеру. Перед началом нагрева из камеры 2 должен быть откачан обменный гелий; это делается с помощью *угольного насоса* — активированного угля, заключенного в камеру 6. Он сообщается с камерой 2 системой трубок 7 и 8 и краном 10. Высокая поглощающая способность угля обеспечивает достаточную тепловую изоляцию камеры 1 от ванны с жидким азотом. Термопара и электрические отводы от образца выведены через трубку 11 в верхнюю часть криостата; провода подсоединены к ламповой панели 9, от которой они далее с помощью экранированного шланга подводятся к измерительной и регулирующей схемам; дифференциальная термопара выведена отдельно, ее второй спай помещен в термостат, автоматически поддерживающий температуру 50°C. Провода от нагревателя проведены по трубке 8 и выведены наружу через специальный отвод 16. Все выводы проводов выполнены вакуумно плотно.

Для трубок 7, 8 и 11 использована нержавеющая сталь — материал с малой теплопроводностью; это уменьшает тепловое взаимодействие частей криостата, находящихся при разных температурах. Латунный фланец 12, на котором смонтированы все металлические части криостата, с помощью вакуумного уплотнения соединяется с дюаром; жидкий азот заливается через трубку 13, которая при откачке паров азота закрывается резиновой пробкой.

\* В качестве контактного материала для германия обычно используют олово с примесью сурьмы (*n*-тип) или индия (*p*-тип).

С помощью кранов 10 и 14 и системы трубок угольный насос соединяется с форвакуумным насосом для периодической активации угля. Для возвращения же в камеру 1 необходимого количества обменного гелия достаточно нагрева системы до комнатной температуры при открытом кране 10.



Для удобства и быстроты манипуляций с различными элементами схемы все они заключены в специальные блоки. В них смонтированы токовая и компенсационная схемы, схема включения форвакуумного насоса, автотрансформатор ЛАТР, задающий напряжение на печи нагрева, и миллиамперметр, измеряющий ток через нее. Все элементы включения и регулировки выведены на

Рис. 9. Схема криостата: 1 — камера с образцом; 2 — обменная камера; 3 — дюар с жидким азотом; 4 — трубка с краном для откачки паров азота; 5 — печь нагрева; 6 — угольный насос; 7, 8, 11 — соединительные трубки; 10, 14, 15 — краны; 9 — ламповая панель для крепления выведенных проводов; 12 — фланец; 13 — трубка для заливки азота; 16 — вывод проводов нагревателя

передние панели блоков и снабжены необходимыми надписями. Снаружи к блокам подключаются магазин сопротивлений, регулирующий ток через образец, и миллиамперметр, его измеряющий, ППТ и потенциометр, измеряющий ЭДС термопары.

Нижний отросток криостата, содержащий исследуемый образец, вместе с дюаром помещается между полюсами электромагнита, схема включения которого полностью совпадает с описанной на стр. 236.

## § 2. Упражнения

**Работа с криостатом.** Проводятся измерения  $R$  и  $\rho$  при комнатной температуре. Затем в дюар через отверстие 13 (рис. 9) заливается жидкий азот и после установления температуры (77 К) вновь проводятся измерения.

Для получения более низких температур включается форвакуумный насос и открываются краны 4 и 14. Промежуточные температуры (в интервале 77—62 К) после их достижения фиксируются закрыванием крана 4. Наинизшая температура характеризуется прекращением ее изменения в процессе откачки. Обратное повышение температуры до 77 К требует некоторого времени после закрывания кранов 4 и 14 и выключения форвакуумного насоса.

Для получения температур в интервале 77—300 К следует в первую очередь открыть кран 10 и откачать обменный гелий из камеры 2; затем включается тумблер «нагрев образца» и последовательным изменением тока через печь 5 получаются необходимые температуры с интервалами 10—20°. При каждой температуре измеряются  $R$  и  $\rho$ . При измерениях необходимо следить за тем, чтобы жидкий азот полностью покрывал угольный насос 6, так как эффективность нагрева образца определяется уровнем вакуума в камере 2. Работа со схемой стабилизации температуры полностью совпадает с описанной в работе 1.

В данной работе горячий спай термомпары поддерживается при температуре 50°C с помощью автоматического стабилизатора. Перед началом измерений его нужно включить в сеть 220 В. При этом загорается его сигнальная лампочка. Когда лампочка погаснет, это значит, что температура 50°C установилась. После этого можно измерять ЭДС термомпары.

Измерения  $R$  и  $\rho$  можно производить только при установившихся температурах. Процесс измерения полностью совпадает с описанным на стр. 239. Для записи измерений рекомендуется та же таблица, что и в работе 1.

После достижения комнатной температуры измерения прекращаются. Конечное состояние криостата — все краны (кроме 10) закрыты. Кран 10 оставляется открытым для того, чтобы после испарения азота из дюара нагревающийся до комнатной температуры уголь отдал поглощенный гелий в камеру 2.

## Обработка результатов

По данным таблицы записей измерений рекомендуется составить производную таблицу:

$N_{\text{изм.}}$	$T, \text{ К}$	$\lg T$	$10^3/T$	$\lg R$	$\lg \rho$
-------------------	----------------	---------	----------	---------	------------

Расчеты также производятся на вычислительной машине по заданной программе.

1. По данным таблицы построить графики зависимости  $\lg R$  и  $\lg \rho$  от  $10^3/T$ .

2. Во всей области  $R = \text{const}$  определить концентрацию основных носителей заряда по формуле (23) и положение уровня Ферми (7). Начертить зависимость  $\Delta \mathcal{F}_c$  от  $T$  на энергетической диаграмме германия, используя для масштаба его ширину запрещенной зоны. Необходимые значения плотностей состояний  $N_c, N_v$  см. в [1].

3. В этой же области температур из кривых  $\lg R$  и  $\lg \rho$  построить зависимость  $\lg \mu$  от  $\lg T$ .

4. На полученной кривой  $\lg \mu - \lg T$  отметить участок зависимости типа  $\mu \sim T^\eta$ . Определить  $\eta$ . Сделать заключение о преобладающем механизме рассеяния.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ИОНИЗАЦИИ ОСНОВНОЙ ПРИМЕСИ И КОНЦЕНТРАЦИИ РАЗНОЗАРЯЖЕННЫХ ЦЕНТРОВ

#### § 1. Установка

Для исследований используется германий  $n$ -типа с примесью золота; концентрации золота и компенсирующей примеси находятся в таком соотношении, что ионизуется второй акцепторный уровень, располагающийся выше середины запрещенной зоны. Образец с напаянными токовыми и четырьмя потенциальными контактами (рис. 10) помещается в криостат, описанный в работе 2. Измерения проводятся в интервале температур 77—300 К с помощью электрометрического усилителя (ЭМУ). Две пары потенциальных контактов позволяют проверять однородность образца и, таким образом, делают измерения более корректными. Ток в цепи измеряется тем же прибором по падению напряжения на градуированных, переключаемых в интервале  $10^3 - 3 \cdot 10^9$  Ом нагрузочных сопротивлений  $r_n$ . Схема измерений полностью идентична описанной в работах 1, 2. Рабочая схема усложняется необходимостью измерения последовательно нескольких напряжений разной полярности в разных точках образца и схемы. Это исключает возможность работать с постоянным заземлением ЭМУ, его «земля» должна также подключаться в разные точки. Пример этого показан на рис. 10 с измерением  $V_n$  и  $V_{12}$ . На переднюю панель измерительного блока выведено три переключателя, позволяющих осуществлять все необходимые переключения. В качестве источника питания используется батарея БАС с напряжением  $E_{\text{бат}} = 25$  В. Наиболее благоприятный для измерений режим —  $r_n \gg r$  образца; это можно осуществить почти во всем температурном интервале, кроме

самых низких температур ( $\leq 80$  K), когда сопротивление образца одного порядка с максимальным  $r_H$ . В этих условиях использование указанного выше режима стабилизированного тока нерационально вообще, поскольку это сильно повысило бы суммарное сопротивление цепи и уменьшило точность измерений из-за возможных «утечек» на землю. Критерий их отсутствия — постоянство суммы напряжений  $U_H + U_{обр} = E_{бат}$  во всем цикле измерений.

Вычисления  $U_H$  и  $R$  по измеренным напряжениям  $U_{12}$ ,  $U_{34}$  и тока  $\mathcal{I} = U_H/r_H$ , а также  $U_p$  и  $\rho$  по измеренным  $U_{23}$ ,  $U_{14}$  остаются теми же, что и в работах 1, 2. О работе с криостатом, изменении и стабилизации температуры, измерении ее см. в работе 2 все для температур  $T \geq 77$  K.

## § 2. Упражнения

1. Проводятся измерения  $R$  и  $\rho$  при комнатной температуре.
2. Заливается жидкий азот в криостат, и после достижения температуры 77 K повторяются те же измерения. Обращается внимание на корректность условий измерений в смысле отсутствия заметных утечек на землю.

3. Включается тумблер «нагрев образца» и схема стабилизации температуры. На шкале потенциометра устанавливается ЭДС термопары, соответствующая первой из заданных температур  $T > 77$  K. Дальнейшая работа со схемой стабилизации такая же, как описано в работах 1, 2. Температура повышается интервалами  $\sim 10^\circ$  в области 77—150 K и  $\sim 20^\circ$  — в области более высоких температур. Заканчиваются измерения при достижении комнатной температуры. Так же, как и в работе 2, конечное состояние криостата — все краны (кроме 10) закрыты. Кран 10 оставляется открытым для того, чтобы после испарения азота из дюара нагревающийся уголь отдавал поглощенный гелий в камеру 2.

Для записи измерений рекомендуется та же таблица, что и в работе 2, с добавлением граф « $U_H$ » и « $r_H$ », а также напряжений  $U_{34}$  и  $U_{14}$ . Все дальнейшие расчеты ведутся по той же программе, что и в работе 2.

## Обработка результатов

1. По данным измерений составить производную таблицу по форме:

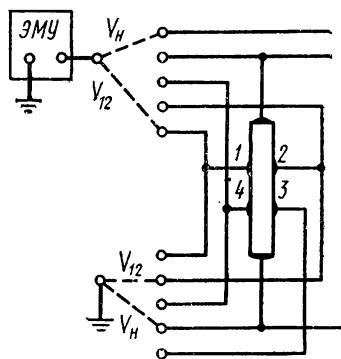


Рис. 10. Схема электрометрических измерений тока через образец и напряжений с потенциальных контактов

$N_2$ изм.	$T, K$	$10^3/T$	$(T/300)^{3/2}$	$\lg T$	$\lg R_1$	$\lg \rho_1$	$\lg R_2$	$\lg \rho_2$
---------------	--------	----------	-----------------	---------	-----------	--------------	-----------	--------------

(индексами 1 и 2 обозначены соответствующие величины  $R$  и  $\rho$ , измеренные на разных парах потенциальных контактов).

2. По данным этой таблицы построить зависимости  $\lg [R(T/300)^{3/2}]$  и  $\lg \rho$  от  $10^3/T$ . Насколько они совпадают для разных участков?

3. Отметить области экспоненциального роста  $R$  и  $\rho$ . По наклону прямолинейного участка первой кривой определить энергию ионизации соответствующего уровня (15):

$$\mathcal{E}_j = \frac{\Delta \lg [R(T/300)^{3/2}] \cdot 10^3 k}{\Delta \lg (10^3/T) \cdot \lg e},$$

используя для этого два любых значения  $T$  и  $R_T$  данного участка. Насколько одинаковы энергии, полученные из разных кривых? Насколько температурный ход  $\rho$  совпадает с  $R$ ? Можно ли и с какой точностью говорить о наличии той же энергии ионизации на кривой  $\lg \rho$  ( $10^3/T$ )?

4. Тем же способом, что и в работе 2, определить температурный ход подвижности (т. е. построить кривые  $\lg \mu$  от  $\lg T$ ). Проанализировать его, отметив области решеточного и примесного рассеяний.

5. По значению  $\mu = R/\rho$  при комнатной температуре (и обязательно на плато со стороны высоких температур!) сделать заключение о типе основных носителей, т. е. о типе проводимости образца.

6. По найденному  $\mathcal{E}_j$  и определенному на экспоненциальном участке кривой  $R$  значению  $n$  найти степень компенсации уровня  $N_a^-/N_a^0$  и полную концентрацию  $N_a = N_a^- + N_a^0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников С. Г., Бонч-Бруевич В. Л. Физика полупроводников. М., «Высшая школа», 1976.
2. Стильбанс Л. С. Физика полупроводников. М., «Советское радио», 1967.
3. Шалимова К. В. Физика полупроводников. М., «Советское радио», 1976.
4. Киреев П. С. Физика полупроводников. М., «Высшая школа», 1969.
5. Кучис Е. В. Методы исследования эффекта Холла. М., «Советское радио», 1974.

# РЕКОМБИНАЦИЯ, ДИФфуЗИЯ И ДРЕЙФ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА [1, 2]

## Введение

Назовем скоростями генерации  $\mathcal{G}_n$ ,  $\mathcal{G}_p$  и рекомбинации  $\mathcal{R}_n$ ,  $\mathcal{R}_p$  числа электронов или дырок, генерируемых и рекомбинирующих в единице объема за единицу времени. В условиях термодинамического равновесия подвижные носители заряда создаются в результате термической ионизации. Процессы генерации и рекомбинации уравнивают друг друга:

$$\mathcal{G}_{n0} = \mathcal{R}_{n0}, \quad \mathcal{G}_{p0} = \mathcal{R}_{p0}.$$

Равновесные концентрации электронов и дырок обозначим через  $n_0$  и  $p_0$ . Они постоянны во времени и определяются видом полупроводника, составом примесей и других дефектов и температурой.

Термодинамическое равновесие может быть нарушено таким энергетическим воздействием извне, которое вызывает дополнительную к тепловой генерацию носителей. Тогда увеличиваются их концентрации:

$$n = n_0 + \delta n, \quad p = p_0 + \delta p.$$

При этом повышается и вероятность их рекомбинации:

$$\mathcal{R}_n = \mathcal{R}_{n0} + \delta \mathcal{R}_n, \quad \mathcal{R}_p = \mathcal{R}_{p0} + \delta \mathcal{R}_p.$$

Величины  $\delta \mathcal{R}_n$  и  $\delta \mathcal{R}_p$  именуются скоростями рекомбинации неравновесных электронов и дырок. Они зависят от  $\delta n$  и  $\delta p$  и по определению равны нулю, когда  $\delta n = 0$  и  $\delta p = 0$ .

Во многих полупроводниках, в том числе и в германии, рекомбинация носителей заряда происходит почти исключительно на примесных центрах или структурных дефектах. Непосредственная рекомбинация электронов и дырок (переходы типа 2 на рис. 1) практически отсутствует. В этом случае рекомбинация носителей одного знака обычно слабо зависит от концентрации носителей другого знака, и в условиях

$$\delta n, \quad \delta p \ll n_0 + p_0 \quad (1)$$

скорости рекомбинации

$$\delta \mathcal{R}_n = \frac{\delta n}{\tau_n}, \quad \delta \mathcal{R}_p = \frac{\delta p}{\tau_p}. \quad (2)$$

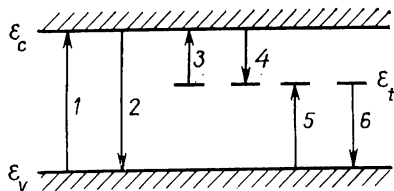


Рис. 1. Энергетическая схема генерации и рекомбинации электронов и дырок в полупроводнике.  $\varepsilon_c$  — дно зоны проводимости;  $\varepsilon_v$  — верх валентной зоны,  $\varepsilon_t$  — энергетический уровень электрона, связанного с центром захвата, 1 — генерация электроннодырочной пары, 2 — межзонная рекомбинация электрона и дырки, 3 — эмиссия электрона с уровня  $\varepsilon_t$ , 4 — захват свободного электрона на уровень  $\varepsilon_t$ , 5 — захват связанного электрона (эмиссия дырки), 6 — переход электрона с уровня  $\varepsilon_t$  в валентную зону (захват дырки)



В дальнейшем будут рассматриваться только такие процессы избыточной генерации, когда ионизируются только атомы основного вещества (а не примеси). При этом возникают одновременно электроны и дырки в равных концентрациях (т. е.  $\delta \mathcal{G}_n = \delta \mathcal{G}_p$ ). На энергетической диаграмме такой процесс изображается как возбуждение электрона из валентной зоны в зону проводимости. Например, он происходит при поглощении света с энергией квантов большей, чем ширина запрещенной зоны. Для германия при комнатной температуре в условиях такой генерации и соблюдения условий (1) состояние примесей и дефектов практически то же, что и при равновесии. В таком случае  $\delta n = \delta p$  и скорости рекомбинации неравновесных электронов и дырок одинаковы. Отсюда и из (2) следует, что  $\tau_n = \tau_p = \tau$  и

$$\delta \mathcal{R} = \delta p / \tau. \quad (3)$$

Постоянная величина  $\tau$  представляет собой среднестатистическое время существования неравновесных свободных электрона и дырки от момента генерации до рекомбинации. Она называется *временем жизни неравновесных носителей* и является одним из основных параметров, характеризующих рекомбинационные свойства полупроводника. Время жизни  $\tau$  в разных полупроводниках и при различных условиях может принимать значения от  $10^{-10}$  до  $10^{-3}$  сек.

Скорость генерации неравновесных пар можно изменять во времени:  $\delta \mathcal{G} = \delta \mathcal{G}(t)$ . Тогда и концентрация неравновесных носителей будет функцией времени:  $\delta p = \delta p(t)$ . Здесь особенно важны два наиболее простых случая: 1) установившийся процесс и 2) изменение неравновесной концентрации после прекращения генерации. При стационарной генерации неравновесных пар она уравнивается встречным процессом рекомбинации:  $\delta \mathcal{G} = \delta \mathcal{R}$ . Следовательно, с учетом (3) стационарная концентрация неравновесных носителей

$$\delta p_{ст} = \delta \mathcal{G} \tau.$$

После выключения источника генерации, например света, концентрация неравновесных пар убывает со скоростью рекомбинации:

$$-\frac{d\delta p}{dt} = \frac{\delta p}{\tau},$$

т. е. по закону

$$\delta p(t) = \delta p(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

где время  $t$  отсчитывается от момента прекращения генерации.

**Диффузия и дрейф неравновесных носителей заряда.** Если генерация осуществляется неоднородно, то и концентрации подвижных носителей заряда неоднородны:

$$\delta n = \delta n(r, t), \quad \delta p = \delta p(r, t).$$

Возникает упорядоченное диффузионное движение электронов и дырок с плотностями потоков

$$\mathbf{j}_n^{\text{диф}} = -\mathcal{D}_n \text{grad } n \quad \text{и} \quad \mathbf{j}_p^{\text{диф}} = -\mathcal{D}_p \text{grad } p,$$

где  $\mathcal{D}_n$  и  $\mathcal{D}_p$  — соответствующие коэффициенты диффузии, имеющие размерность  $\text{см}^2/\text{с}$ .

Под действием внешнего электрического поля в полупроводнике происходит упорядоченное дрейфовое движение электронов и дырок со средними дрейфовыми скоростями  $\mathbf{v}_n$  и  $\mathbf{v}_p$ , пропорциональными напряженности поля  $\mathbf{E}$ :

$$\mathbf{v}_n = -\mu_n \mathbf{E}, \quad \mathbf{v}_p = \mu_p \mathbf{E}.$$

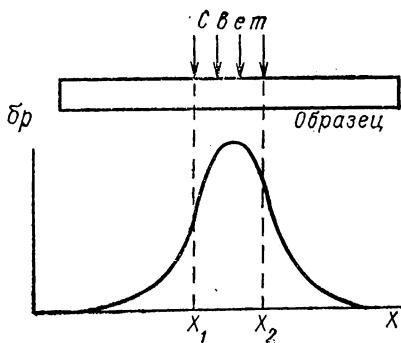
Если электроны и дырки в полупроводнике невырождены, что имеет место в германии с концентрациями  $n, p < 10^{17} \text{ см}^{-3}$  при комнатной температуре, то коэффициенты диффузии и подвижности связаны между собой соотношениями Эйнштейна

$$\frac{\mathcal{D}_n}{\mu_n} = \frac{\mathcal{D}_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}. \quad (4)$$

В общем случае упорядоченное движение электронов и дырок складывается из дрейфового и диффузионного потоков:

$$\mathbf{j}_n = -n\mu_n \mathbf{E} - \mathcal{D}_n \text{grad } n, \quad \mathbf{j}_p = p\mu_p \mathbf{E} - \mathcal{D}_p \text{grad } p. \quad (5)$$

Рис. 2. Распределение концентрации избыточных носителей заряда вдоль образца при стационарной генерации неравновесных пар;  $x_1$  и  $x_2$  — границы области генерации в образце



Условия баланса числа частиц приводят к уравнениям непрерывности для электронов и дырок

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mathcal{G}_n - \mathcal{R}_n - \text{div } \mathbf{j}_n, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \mathcal{G}_p - \mathcal{R}_p - \text{div } \mathbf{j}_p. \quad (6)$$

В однородных полупроводниках с не слишком малой концентрацией равновесных носителей заряда, как показывает расчет, электронейтральность сохраняется и при неоднородной генерации и существовании внешнего электрического поля. В германии при комнатной температуре суммарная концентрация равновесных электронов и дырок не меньше, чем  $\simeq 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Если избыточные электроны и дырки генерируются парами (т. е.  $\delta \mathcal{G}_n = \delta \mathcal{G}_p$ ), то в каждом участке такого полупроводника  $\delta n = \delta p$ . Таким образом, неравновесные электроны и дырки не только генерируются (и рекомбинируют) попарно, но и их скопления перемещаются в полупроводнике совместно, что объясняется электростатическим притяжением между ними.

*Биполярный* поток  $\delta j$  неравновесных электронно-дырочных пар может быть представлен в виде суммы дрейфовой и диффузионной компонент с подвижностью  $\mu$  и коэффициентом диффузии  $\mathcal{D}$ . Назовем величину

$$\mu = \frac{n - p}{\frac{n}{\mu_p} + \frac{p}{\mu_n}} \quad (7)$$

биполярной подвижностью, а величину

$$\mathcal{D} = \frac{n + p}{\frac{n}{\mathcal{D}_p} + \frac{p}{\mathcal{D}_n}} \quad (8)$$

коэффициентом биполярной диффузии. Тогда в соответствии с (5)

$$\delta j = \mu \delta p E_0 - \mathcal{D} \frac{\partial \delta p}{\partial x}. \quad (9)$$

Последняя формула, имеющая такой же вид, как и соотношения (5), показывает, что скопление неравновесных электронно-дырочных пар совершает дрейфовое и диффузионное движение. Из выражений (7) и (8) следует, что в полупроводнике резко выраженного  $n$ -типа, т. е. с  $n \gg p$ , неравновесный поток характеризуется параметрами дырок:  $\mu = \mu_p$ ,  $\mathcal{D} = \mathcal{D}_p$ , а в полупроводнике  $p$ -типа ( $p \gg n$ ) — параметрами электронов  $\mu = -\mu_n$ ,  $\mathcal{D} = \mathcal{D}_n$ . Знак биполярной подвижности показывает, что дрейфовое движение неравновесного потока в первом случае направлено по полю (как для дырок), а во втором — против поля (как для электронов).

**Длина диффузии.** Уравнения непрерывности (6) для электронов и дырок в случае попарной их генерации приводятся к одному уравнению непрерывности для неравновесных пар:

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = \delta \mathcal{G} - \delta \mathcal{R} - \text{div } \delta j.$$

Используя для скорости рекомбинации  $\delta\mathcal{R}$  формулу (3), а для плотности потока  $\delta j$  выражение (9), приходим к уравнению для неравновесной концентрации  $\delta p$ :

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = \delta \mathcal{G}(\mathbf{r}, t) - \frac{\delta p}{\tau} - \mu E_0 \nabla \delta p + \mathcal{D} \nabla^2 \delta p. \quad (10)$$

Мы пренебрегли зависимостью биполярной подвижности  $\mu$  и коэффициента биполярной диффузии  $\mathcal{D}$  от  $\delta p$ , что допустимо, если выполняется условие (1).

Рассмотрим стационарное распределение концентрации пар  $\delta p(x)$  в одномерном случае в отсутствие внешнего электрического поля ( $E_0=0$ ). Постоянная во времени генерация производится в ограниченном участке полупроводника, например в интервале  $x_1 < x < x_2$  (рис. 2). Тогда для области вне этого участка уравнение непрерывности (10) принимает вид

$$\frac{d^2 \delta p}{dx^2} - \frac{\delta p}{\mathcal{D}\tau} = 0.$$

Его решение для  $x > x_2$  есть

$$\delta p = \delta p(x_2) \exp\left(-\frac{x-x_2}{\mathcal{L}}\right). \quad (11)$$

а для  $x < x_1$

$$\delta p = \delta p(x_1) \exp\left(-\frac{x_1-x}{\mathcal{L}}\right). \quad (11')$$

Величина

$$\mathcal{L} = \sqrt{\mathcal{D}\tau} \quad (12)$$

называется длиной диффузии.

В стационарном случае концентрация неравновесных пар экспоненциально убывает по мере удаления от области генерации. Получив экспериментально это распределение, можно найти длину диффузии  $\mathcal{L}$ , включающую в себя важные полупроводниковые параметры  $\mathcal{D}$  и  $\tau$ . Если один из этих параметров, например коэффициент биполярной диффузии  $\mathcal{D}$ , измерен независимым способом, то другой — время жизни  $\tau$  — просто вычисляется.

**Скорость дрейфа в электрическом поле.** Пусть к моменту времени  $t=0$  в среднем участке полупроводникового образца сосредоточено скопление неравновесных носителей с пространственным распределением

$$\delta p(x, 0) = \varphi(x),$$

как показано на рис. 2. Включим, начиная с  $t=0$ , постоянное электрическое поле  $E_0$ . Тогда при  $t>0$  концентрация  $\delta p$  избыточных пар будет подчиняться общему уравнению непрерывности (10).

Напряженность  $E_0$  электрического поля можно в принципе выбрать настолько большой, чтобы «дрейфовый» член оказался намного больше диффузионного\* (если, конечно,  $\mu \neq 0$ , т. е. полупроводник не собственный). Тогда приближенно уравнение непрерывности будет иметь вид

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} + \frac{\delta p}{\tau} + \mu E_0 \frac{\partial \delta p}{\partial x} = 0. \quad (13)$$

Его решение, удовлетворяющее заданному начальному условию

$$\delta p(x, t) = \varphi(x - \mu E_0 t) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (14)$$

Таким образом, область скопления избыточных электронно-дырочных пар дрейфует в электрическом поле со скоростью  $v_{др} = \mu E_0$  (а их концентрация экспоненциально уменьшается со временем вследствие рекомбинации). Измерив опытным путем скорость дрейфа  $v_{др}$  и зная напряженность  $E_0$ , можно найти биполярную подвижность  $\mu$ .

В изложенном варианте опыта сначала создается некоторое распределение избыточных пар, а затем начинается дрейф этого «облака» неравновесных носителей под действием включаемого в момент  $t=0$  электрического поля. Можно поступить иначе: сначала включить электрическое поле  $E_0$ , а затем в каком-либо участке образца, например в сечении  $x=0$ , начать в момент времени  $t=0$  генерацию неравновесных пар со скоростью  $\delta \mathcal{G}_0(t)$ . Положим снова электрическое поле настолько сильным, чтобы диффузионным движением можно было пренебречь по сравнению с дрейфовым. Тогда граничное условие при  $x=0$  примет вид

$$\mu E_0 \delta p(0, t) = \delta \mathcal{G}_0(t), \quad (15)$$

а уравнение непрерывности для  $x>0$  снова запишется в форме (13) (направление поля выбирается таким, чтобы дрейф происходил в сторону возрастания  $x$ ). Решение уравнения непрерывности (13), удовлетворяющее граничному условию (15), есть

$$\delta p(x, t) = \frac{\delta \mathcal{G}_0\left(t - \frac{x}{\mu E_0}\right)}{\mu E_0} \exp\left(-\frac{x}{\mu E_0 \tau}\right).$$

Отсюда следует, что концентрация избыточных пар  $\delta p$  в точке  $x$  «воспроизводит» все изменения скорости генерации  $\delta \mathcal{G}_0(t)$ , но с запаздыванием по времени, равным  $t' = \frac{x}{\mu E_0}$ . Зная  $x$  и определив опытным путем это запаздывание, можно найти подвижность  $\mu$ .

---

\* Обычно достаточно, чтобы  $E_0$  было не меньше  $5 \div 10$  В/см.

Измерение времени запаздывания  $t'$  и концентраций  $\delta p$  в разных точках  $x$  дает возможность определить еще время жизни  $\tau$ . Генерацию неравновесных носителей удобнее всего производить в виде импульсов прямоугольной формы:

$$\delta \mathcal{G}_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_1, \\ \text{const} & \text{при } t_1 \leq t \leq t_2, \\ 0 & \text{при } t > t_2. \end{cases}$$

Тогда и изменение концентрации в точке  $x$  в зависимости от времени имеет форму прямоугольного импульса с амплитудой

$$\delta p = \delta p_0 \exp\left(-\frac{t'}{\tau}\right), \quad (16)$$

где  $\delta p_0$  — концентрация избыточных пар в точке генерации  $x=0$ .

**Обнаружение и генерация неравновесных носителей при помощи точечного металлического зонда.** Для определения диффузионной длины  $\mathcal{L}$ , биполярной подвижности  $\mu$  и времени жизни  $\tau$  нужно уметь находить неравновесные концентрации носителей в разных точках полупроводникового образца. Можно, однако, измерять не избыточную концентрацию  $\delta p(x, t)$ , а какую-либо пропорциональную ей величину, т. е. выполнить относительные измерения  $\delta p$ . Для этого чаще всего используется «точечный» контакт металлического острия с полупроводником. На таких контактах обычно обнаруживается эффект выпрямления. При использовании его для измерений существенно, что ток в запиорном направлении при неизменном напряжении («смещении») на контакте пропорционален концентрации неосновных (равновесных плюс неравновесных) носителей заряда в узкой приконтактной области полупроводника. Полярность запирающего напряжения в случае полупроводника  $p$ -типа — плюс на металле и минус на полупроводнике, а в случае полупроводника  $n$ -типа — минус на металле и плюс на полупроводнике. Измеряя ток, текущий через зонд в запиорном направлении, можно определять (в относительных единицах, так как коэффициент пропорциональности обычно неизвестен) концентрацию неосновных носителей, и тем самым и концентрацию неравновесных пар, в окрестности контакта. Точечный зонд, включенный в запиорном направлении, обычно называют *коллектором*.

Если через подобный контакт течет ток в пропускном направлении, то в его окрестности в полупроводнике появляются неравновесные носители (как часто говорят, происходит их «инжекция»). Точечный контакт, включенный в пропускном направлении, называют *эмиттером*.

Благодаря малой площади точечного контакта электрическое поле в кристалле полупроводника сосредоточено в непосредственной близости от контакта и не влияет на движение носителей в его объеме.

#### 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ И ДРЕЙФОВОЙ ПОДВИЖНОСТИ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

##### § 1. Экспериментальная установка и методика измерений

Измерения проводятся на монокристаллических образцах германия электронной и дырочной проводимости. Образец прямоугольного сечения включается в цепь, изображенную на рис. 3.

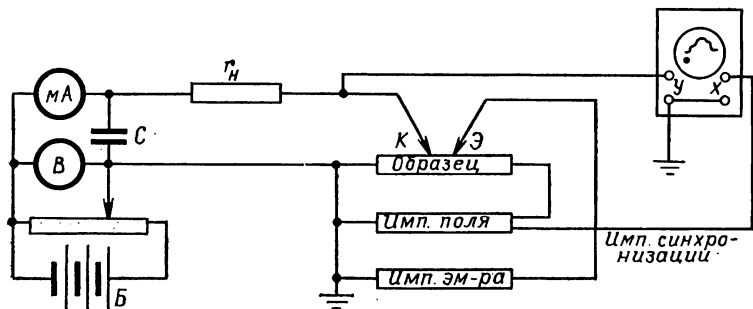


Рис. 3. Схема установки для измерения времени жизни и подвижности неравновесных носителей заряда

Два металлических точечных контакта — эмиттер и коллектор — касаются поверхности образца на некотором расстоянии друг от друга. На эмиттер от генератора подается напряжение в проходном направлении в виде периодически повторяющихся импульсов прямоугольной формы.

Этими импульсами напряжения через точечный контакт в объеме кристалла вводятся неравновесные носители заряда. Для того чтобы пакет введенных носителей не успевал деформироваться из-за диффузии и двигался вдоль образца с определенной скоростью по направлению к коллектору, на образец от другого генератора подается напряжение также в виде импульсов прямоугольной формы, той же периодичности, с длительностью, значительно превышающей длительность импульса эмиттера, положительного знака в случае электронного образца и отрицательного — в случае дырочного. На коллектор подается постоянное напряжение в заперном направлении; при этом сопротивление его контакта с образцом по постоянному току достигает 100 кОм и полностью определяет ток через включенное в его цепь нагрузочное сопротивление  $r_H = 5$  кОм.

С нагрузочного сопротивления напряжение подается на вертикальный вход импульсного осциллографа, горизонтальная развертка которого синхронизована с генератором импульса поля. По-

стоянное поле, создаваемое запиорным смещением на коллекторе и достигающее в непосредственной близости от него большой величины, затягивает движущиеся в объеме неосновные носители в цепь коллектора. Обратный ток его увеличивается, падение напряжения на нагрузочном сопротивлении растет.

Картина, фиксируемая осциллографом для случая электронного образца (рис. 4) иллюстрирует форму напряжения у коллектора в отсутствие неравновесных носителей (а) (импульс эмиттера подается с некоторой задержкой относительно импульса поля для точной фиксации его начала) и при наличии их в токе коллектора (б). В отличие от самого импульса эмиттера сигнал  $V_H$  неравновесных носителей фиксируется коллектором только спустя некоторое время  $t=t_3-t_2$ , необходимое для прохождения ими участка эмиттер — коллектор. Соответственно после выключения ( $t_4$ ) импульса эмиттера неравновесные носители продолжают давать вклад в ток коллектора в течение того же времени  $t=t_5-t_4$ . Для случая дырочного образца картина будет той же, только оба импульса имеют отрицательную полярность.

При увеличении расстояния между эмиттером и коллектором  $t$  растет, а  $V_H$  уменьшается. Так как  $V_H$  пропорционально  $\delta p$ , то характер зависимости  $V_H(t)$  должен быть тем же самым, что и  $\delta p(t)$ . Это дает возможность определять  $\tau$  без непосредственного измерения  $\delta p$ . В самом деле, зависимости  $\ln V_H$  и  $\ln \delta p$  от  $t$  (16) должны быть прямыми линиями с одинаковым наклоном:

$$\frac{\Delta \ln V_H}{\Delta t} = \frac{\Delta \ln \delta p}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}.$$

Отсюда также видно, что  $V_H$  может быть измерено в любых относительных единицах, например в мм или масштабных клетках экрана осциллографа.

Микроманипулятор служит для удобного крепления образца и точного перемещения эмиттера и коллектора в различных направлениях. Исследуемый образец зажимается между двумя контактами, один из которых — пружинящий, а другой закрепляет-

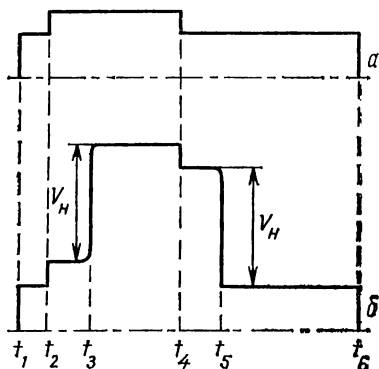


Рис. 4. Форма напряжения на нагрузочном сопротивлении коллектора:

а — в отсутствие, б — при наличии неравновесных носителей вблизи коллектора;  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_6$ ,  $t_4$  — соответственно моменты включения и выключения импульсов поля и эмиттера;  $t=t_3-t_2=t_5-t_4$  — время прохождения носителями участка эмиттер — коллектор;  $V_H$  — амплитуда сигнала неравновесных носителей



ся в нужном положении винтом. Эти контакты одновременно служат токоподводящими контактами для импульса поля. Эмиттер, представляющий собой вольфрамовую проволочку с диаметром острия в несколько микронов, может перемещаться в двух взаимно перпендикулярных направлениях с помощью микрометрических винтов. Коллектор (проволочка с таким же диаметром острия) может перемещаться в небольших пределах с помощью соответствующих винтов. Оба контакта могут также перемещаться в вертикальном направлении.

Расстояние между эмиттером и коллектором меняется обычно в пределах 3—10 мм. Располагаются они на линии, параллельной сторонам образца, возможно ближе к середине грани.

Генератор импульсов дает возможность получить одновременно импульсы эмиттера и поля прямоугольной формы, положительной и отрицательной полярности, регулируемой амплитуды. Длительность импульса эмиттера может меняться в пределах от 2 до 60 мкс, длительность импульса поля фиксирована и равна 200 мкс.

Импульс эмиттера подается с задержкой относительно импульса поля, равной 20 мкс; импульсом поля осуществляется и запуск горизонтальной развертки осциллографа.

Генератор смонтирован в металлическом блоке, на переднюю панель которого выведены необходимые клеммы и регулировочные элементы схемы. В этом же блоке смонтирована и схема смещения коллектора, соответствующие элементы которой также выведены на переднюю панель. Для того чтобы сопротивление делителя не меняло величину нагрузочного сопротивления в цепи коллектора, оно шунтируется по импульсному току емкостью  $C$  на землю (рис. 3). Включение цепи смещения происходит одновременно с включением сети. Напряжение смещения подбирается таким, чтобы постоянный ток коллектора был равен 0,8—1,0 мА.

Потенциал эмиттера относительно образца не превышает нескольких вольт, и ток эмиттера меняется в пределах нескольких десятых миллиампер. Для его стабилизации на выходе «импульс эмиттера» включено балластное сопротивление  $r_6 = 10$  кОм (сопротивление контакта эмиттера в проходном направлении равно примерно 1 кОм).

Импульс синхронизации подается с выходных клемм «+» или «—» на клемму «вход синхронизации» осциллографа.

Расположение эмиттера и коллектора. Так как на экране осциллографа видны одновременно импульсы поля и эмиттера, то желательно создать условия, когда амплитуда сигнала, обусловленного импульсом поля, минимальна. Тогда, регулируя усиление осциллографа, можно получить амплитуду дополнительного импульса в достаточно большом масштабе и, следовательно, точнее ее измерить. С этой целью коллектор обычно помещают ближе к «нулевому» концу образца, т. е. в той его части, где величина импульса поля минимальна. В течение каждого цикла изме-

рений коллектор остается на месте, так как даже небольшое изменение его обратной характеристики меняет концентрацию затягиваемых его полем носителей. Изменение времени движения носителей достигается перемещением эмиттера вдоль образца.

Благодаря стабилизации тока эмиттера можно считать, что концентрация вводимых в объем носителей не меняется с его перемещением. Для того чтобы максимальное число носителей попадало на коллектор, необходимо, чтобы эмиттер и коллектор располагались на линии, параллельной линиям поля. Это осуществляется с достаточной точностью, если линия, соединяющая точечные контакты, параллельна боковым граням образца. Кроме того, сама поверхность образца является нарушением идеальной кристаллической структуры, и на ней тоже происходит рекомбинация носителей. Поэтому желательно, чтобы эмиттер и коллектор располагались не близко к боковым граням образца.

Работа с осциллографом. Вход вертикального усилителя импульсного осциллографа соединяется с клеммой «к коллектору» на панели генератора. При этом на него подается напряжение с нагрузочного сопротивления, включенного последовательно с коллектором. Измерения проводятся на развертке, запускаемой импульсом поля генератора; при этом переключатель «развертка» должен стоять в положении «ждущая». Переключатель «диапазоны» ставится в положение «250 мкс» (с метками времени 10 мкс).

После включения осциллографа ручками «яркость», «фокус» и «усиление синхронизации» добиваются достаточно яркого и четкого изображения импульсов и меток времени. Общая величина изображения по вертикали регулируется ручками «регулировка входного сигнала» и подбирается удобной для измерений (30—40 мм). Сами измерения лучше вести на развертке 50 мкс с метками 2 мкс.

При больших временах перехода можно использовать ту же развертку с задержкой, поставив в соответствующее положение ручку «развертка». Это позволяет рассматривать только часть картины и тем самым работать на развертке в 50 мкс даже тогда, когда общая продолжительность импульсов превышает 50 мкс.

Обычно измерения времени перехода ведутся по заднему фронту импульса, так как носители, введенные в момент окончания импульса эмиттера, с самого начала движутся только в продольном поле. Интервал времени  $t = t_5 - t_4$  и есть время движения. Амплитуда точки  $t_5$  над импульсом поля есть амплитуда  $V_n$  импульса избыточных носителей и измеряется в мм или клетках сетки осциллографа.

## § 2. Упражнения

Исследуемый образец закрепляется между контактами микроманипулятора. Приступающему к работе необходимо:

1. Собрать измерительную схему, подобрав полярности эмиттера и поля, а также знак смещения на коллекторе соответствующими тому или иному типу проводимости исследуемого образца.

2. Включить генератор и осциллограф. Поставить шкалу «диапазоны» в положение «250 мкс».

3. Коснуться коллектором поверхности образца, установить необходимый ток в его цепи.

4. Коснуться образца эмиттером, расположив его на расстоянии 2—3 мм от коллектора. Если характерной картины (рис. 4, б) на экране осциллографа не наблюдается, то переменить полярности всех поданных на образец напряжений, а если есть, то, регулируя амплитуду импульсов поля и эмиттера, величину смещения на коллекторе, усиление осциллографа, добиться максимальной четкости сигнала неравновесных носителей с амплитудой 30—40 мм. Переключить шкалу «диапазоны» в положение «50 мкс». Отрегулировать длительность импульса эмиттера так, чтобы импульс неравновесных носителей был в пределах экрана.

**1. Измерение времени жизни.** Передвигая эмиттер вдоль образца (поднимая его, а не везя!), следить по осциллографу за изменением времени движения носителей и через каждые 2—4 мкс записывать время и соответствующую амплитуду сигнала. Если с перемещением эмиттера задний фронт сигнала неравновесных носителей уходит с экрана, переключить шкалу «развертка» в положение «ждущая с задержкой» и, отрегулировав синхронизацию и длительность импульса эмиттера, продолжать измерения.

Рекомендуется следующая форма записи:

$$t, \text{ мкс} \quad \left| \quad V_n, \text{ мм} \quad \right| \quad \ln V_n$$

По данным таблицы построить кривую зависимости  $\ln V_n$  от  $t$ , и по углу наклона определить  $\tau$  (16). Измерения необходимо провести три раза, при разных положениях коллектора. Из построенных трех кривых определить время жизни неравновесных носителей заряда в германии  $n$ - и  $p$ -типа.

**2. Измерение подвижности.** Биполярная подвижность  $\mu$  скопления неравновесных носителей, движущегося в электрическом поле напряженности  $E$ , выражается формулой:

$$\mu = v_{др}/E,$$

где  $v_{др}$  — скорость дрейфа. Если расстояние, проходимое скоплением, равно  $l$ , а время перехода  $t$ , то

$$v_{др} = \frac{l}{t} \quad \text{и} \quad \mu = \frac{l}{Et} = \frac{l^2}{Vt},$$

где  $V$  — разность потенциалов на участке  $l$ . В полупроводнике с отчетливо выраженным  $n$ - или  $p$ -типом проводимости биполярная

подвижность неравновесных электронов и дырок совпадает с подвижностью **неосновных** носителей.

Импульсный метод является удобным методом прямого измерения дрейфовой подвижности неосновных носителей. Эти измерения сводятся к точному определению времени движения носителей, расстояния  $l$  и разности потенциалов между эмиттером и коллектором.

Расстояние  $l$  измеряется с помощью бинокулярной лупы (цена деления ее равна 0,1 мм). Время движения носителей определяется таким же путем, как и в измерениях времени жизни. Однако каждый раз нужно убеждаться в том, что время движения не зависит от амплитуды сигнала эмиттера. Такая зависимость имеет место при больших токах эмиттера и связана с изменением сопротивления образца на участке эмиттер — коллектор за счет больших концентраций неравновесных носителей.

Сами измерения производятся в следующем порядке:

1. Установить с помощью лупы определенное расстояние между эмиттером и коллектором, измерить время, уменьшая до минимума ток эмиттера.

2. С помощью осциллографа измерить падение напряжения на участке образца между эмиттером и коллектором, создаваемое импульсом поля. Для этого, отключив провода эмиттера и коллектора от генератора и используя сами контакты в качестве зондов, последовательно подать с них напряжение на вертикальный вход осциллографа. В первом случае измеряется в мм амплитуда  $V_э$  в точке эмиттера, во втором — амплитуда  $V_к$  в точке коллектора относительно «земли». Разность этих величин  $\Delta V = V_э - V_к$  и есть разность потенциалов между эмиттером и коллектором.

Калибровка амплитуды импульсов производится следующим образом:

1. Зафиксировав величину импульса поля на экране и запомнив положение ручки «регулировка входного сигнала» (1 : 1, 1 : 10 или 1 : 100), поставить ее в положение «калибр».

2. Поставить тумблер «калибровка амплитуды» в положение «вкл.».

3. Пользуясь ручкой «напряжение», установить амплитуду калибрационного сигнала на экране, равную удвоенному изображению исследуемого сигнала. Произвести отсчет по шкале вольтметра, который даст величину искомого напряжения при исходном положении ручки 1 : 100; при положении 1 : 10 полученное значение надо разделить на 10, при 1 : 1 — на 100.

Измерения произвести для трех различных расстояний и при двух величинах поля.

Запись измерений рекомендуется производить по следующей форме:

$l$ , см	$t$ , мкс	$V_э$ , В	$V_к$ , В	$\Delta V$ , В	$E$ , В/см	$\mu$ , см <sup>2</sup> /В·с
----------	-----------	-----------	-----------	----------------	------------	------------------------------

Из полученных значений  $\mu$  вычислить среднее значение дрейфовых подвижностей электронов и дырок в германии.

## 5. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДРЕЙФА И РЕКОМБИНАЦИИ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА, ВОЗБУЖДЕННЫХ СВЕТОМ

### § 1. Экспериментальная установка и методики измерений

Для измерения биполярной подвижности носителей заряда в германии на поверхность образца проектируется узкая поперечная световая полоска (освещение постоянное). В ее окрестности устанавливается стационарное распределение неравновесных электронов и дырок, аналогичное изображенному на рис. 2. На некотором расстоянии от световой полоски к образцу прижимается коллекторный зонд, соединенный с входом вертикального отклонения осциллографа (рис. 5). На образец подается импульс тянущего

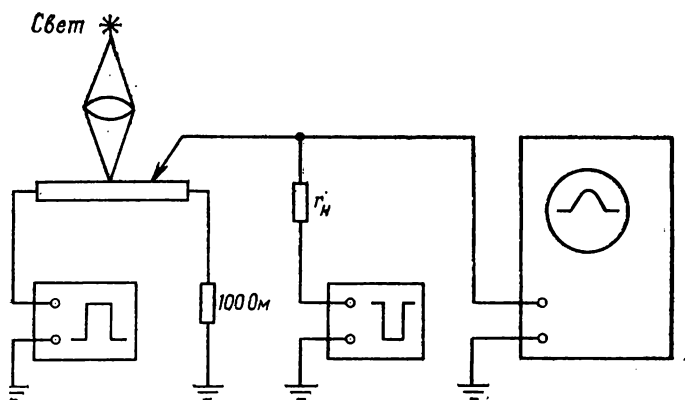


Рис. 5. Схема измерения биполярной подвижности (образец  $n$ -типа)

напряжения такой полярности, чтобы область избыточной концентрации совершала дрейфовое движение по направлению к коллектору. Одновременно на коллектор подается импульс запирающего напряжения, чтобы скомпенсировать падение напряжения на образце между коллектором и заземленным концом, обусловленное тянущим полем. Компенсация нарушается, когда в процессе дрейфа в окрестности коллекторного контакта появляются неравновесные носители заряда. Время дрейфа неравновесных носителей от освещаемой области до коллектора определяется по участку осциллограммы от начала тянущего импульса до вер-

шины всплеска напряжения, вызванного нарушением компенсации. Измерив времена дрейфа для двух расстояний между световой полоской и коллектором, легко определить дрейфовую скорость перемещения области скопления неравновесных пар:

$$v_{\text{др}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Отрезок  $x_2 - x_1$  измеряется при помощи индикатора перемещений, а промежуток времени  $t_2 - t_1$  — по меткам времени на экране осциллографа.

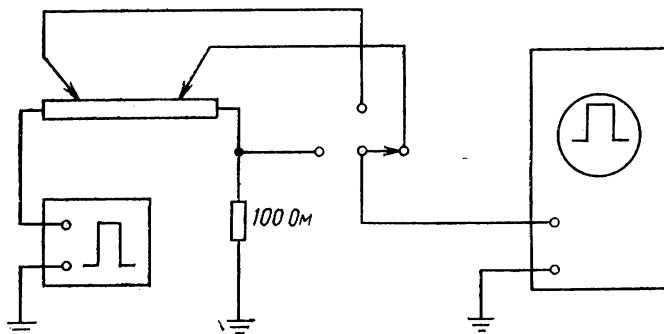


Рис. 6. Схема измерений поля и удельного сопротивления

Чтобы найти биполярную подвижность

$$\mu = \frac{v_{\text{др}}}{E}, \quad (17)$$

нужно помимо  $v_{\text{др}}$  измерить напряженность  $E$  тянущего поля. Для этого к образцу прижимают еще один точечный зонд и измеряют падение напряжения  $V_2 - V_1$  на участке образца между зондами. В этом случае внешнее напряжение на зонды не подается и они поочередно подключаются к входу вертикального отклонения осциллографа (рис. 5), предварительно откалиброванного по напряжению. Если  $l$  — расстояние между зондами, то напряженность поля

$$E = \frac{V_2 - V_1}{l}. \quad (18)$$

Таким же образом измеряют напряжение  $V$  на сопротивлении 100 Ом, соединенном последовательно с образцом. Отсюда узнают силу тока  $\mathcal{I} = V/100$ , текущего через образец, и его удельное сопротивление

$$\rho = \frac{V_2 - V_1}{\mathcal{I}} \cdot \frac{bd}{l}, \quad (19)$$

где  $b$  и  $d$  — заранее измеренные ширина и толщина образца.

Измерение  $l$  проводят следующим образом. Отключают генератор тянущего поля, а на один из зондов подают постоянное запирающее напряжение (рис. 7). Включают мотор прерывателя

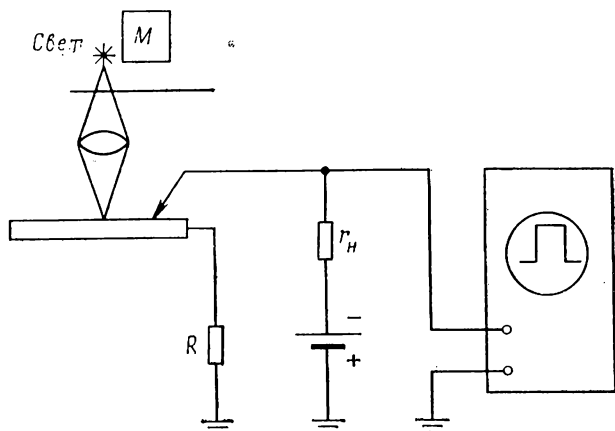


Рис. 7. Схема измерений диффузионной длины (образец  $n$ -типа)

светового пучка, так что генерация неравновесных пар производится теперь периодически (с периодом, много большим времени жизни). Положение коллекторного контакта на образце находят при помощи индикатора перемещений по максимуму переменного сигнала на экране осциллографа. Переключив напряжение смещения на другой коллектор, тем же способом определяют местоположение второго коллекторного контакта, после чего вычитанием находят  $l$ .

Та же самая схема измерений (рис. 7) служит для определения диффузионной длины  $\mathcal{L}$ . Для этого измеряют амплитуду  $V$  импульсов напряжения на коллекторе (пропорциональную концентрации неравновесных пар  $\delta p$ ) при различных положениях  $x$  световой полоски на образце и строят график зависимости  $\ln V$  от  $x$ . Как следует из (11), абсолютная величина углового коэффициента прямой, проведенной через экспериментальные точки,  $|\Delta x / \Delta \ln V| = \mathcal{L}$ .

Таким образом, непосредственно определяются биполярная подвижность  $\mu$ , диффузионная длина  $\mathcal{L}$  неравновесных носителей заряда и удельное сопротивление  $\rho$  образца. Если удельное сопротивление оказывается хотя бы в несколько раз меньше собственного (равного для Ge 50 Ом·см при комнатной температуре), то это значит, что образец обладает примесной проводимостью  $n$ - или  $p$ -типа.

В этом случае биполярная подвижность (7) практически совпадает по величине с подвижностью носителей заряда, являющих-

ся неосновными (т. е. дырок в электронном образце и электронов в дырочном). То же самое относится и к коэффициенту диффузии. Вычислив его по соотношению Эйнштейна (4), можно из (12) найти время жизни неравновесных пар (также совпадающее со временем жизни неосновных носителей заряда). Если  $\rho$  близко к 50 Ом·см, то подвижность не может быть измерена (импульс неравновесных носителей не движется в электрическом поле). В то же время диффузионная длина может быть измерена; при этом для амплитуды напряжений знак смещения на коллекторе безразличен.

Измерительная установка состоит из генератора прямоугольных импульсов напряжения, измерительного стенда и осциллографа.

Генератор прямоугольных импульсов имеет два выхода для импульсов противоположной полярности, вырабатываемых синхронно. Один импульс служит для создания электрического поля в полупроводниковом образце, а другой — для подачи запирающего напряжения на коллектор. Длительность импульсов может устанавливаться в пределах от 10 до 20 мкс, частота повторения — в пределах от 40 до 200 Гц. Амплитуды импульсов разных полярностей регулируются независимо и могут изменяться от 0 до 20 В. Импульсы напряжения, вырабатываемые генератором, передаются по коаксиальным кабелям на измерительный стенд.

Измерительный стенд включает в себя держатель образца, укрепленный на манипуляторе, индикатор перемещения образца, пульт переключения режима работы, оптическую систему с прерывателем светового пучка, трансформатор питания мотора прерывателя с укрепленными на нем выключателями.

Образец вытянутой прямоугольной формы укрепляется на держателе между контактами, к которым подводится напряжение для создания тянущего поля. К верхней поверхности образца прижимаются два металлических острия, служащих зондами при измерениях удельного сопротивления, длины диффузии и биполярной подвижности. Держатель вместе с образцом и зондами может перемещаться при помощи манипулятора. Величина сдвига в продольном направлении измеряется с точностью до 0,01 мм индикатором перемещений.

Манипулятор с держателем образца укреплен на пульте переключателей (схема его приведена на рис. 8). Левый переключатель «смещение на коллектор» устанавливается в одном из четырех положений: 1) «выключено»; 2) «импульсное смещение»; 3) «постоянное отрицательное смещение»; 4) «постоянное положительное смещение».

Правый переключатель имеет три положения и служит для подключения выходного гнезда к левому или правому зонду или к сопротивлению 100 Ом, включенному последовательно с образцом. Выходное гнездо соединяется коаксиальным кабелем с входом вертикального отклонения осциллографа. Коаксиальные гнез-



да входа и выхода находятся на задней стенке пульта. На передней панели пульта кроме переключателей имеется еще рукоятка переменного нагрузочного сопротивления коллектора.

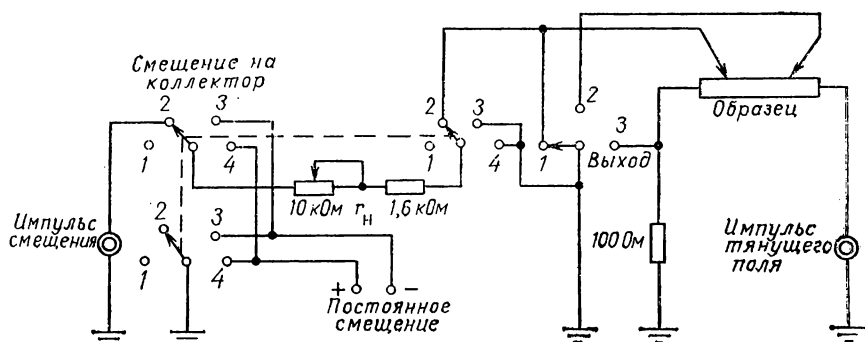


Рис. 8. Электрическая схема пульта переключателей

Оптическая система состоит из осветителя с конденсором, оптической щели шириной 0,2 мм, дискового прерывателя светового пучка, вращаемого асинхронным мотором, и объектива. Изображение освещаемой щели фокусируется объективом на поверхность образца. Лампа осветителя питается от постоянного напряжения 110 В.

Выключатели асинхронного мотора и лампы осветителя укреплены на корпусе трансформатора, питающего мотор прерывателя. Трансформатор понижает сетевое переменное напряжение (220 В) до 12 В.

Электронный осциллограф используется для наблюдения и измерения сигналов с зондов и включаемого последовательно с образцом сопротивления 100 Ом. Развертка осциллографа запускается импульсом синхронизации, поступающим по коаксиальному кабелю от генератора прямоугольных импульсов (при измерениях подвижности и удельного сопротивления), или измеряемым сигналом (при измерении диффузионной длины).

### Порядок измерений

Перед включением установки следует измерить поперечные размеры образца, укрепить его в держателе и установить зонды на расстоянии 7—8 мм друг от друга. Дальнейшие действия выполняются в следующем порядке:

1. Поставить переключатель «смещение на коллектор» на измерительном стенде в положение «имп.», а переключатель «выход» — в положение «лев.» (рис. 5 и 8).

2. Установить частоту повторения импульсов 100 Гц, длительность импульсов 20 мкс. Поставить переключатель рода работы

осциллографа в положение «ждущая развертка», переключатель «синхронизация» — в положение «внешняя», а переключатель «длительность развертки» — «20 мкс».

3. Включить генератор импульсов и осциллограф.

4. Поворотом ручек на панели генератора импульсов установить наибольшую амплитуду импульса тянущего поля и наименьшую — импульса смещения на коллекторе. Знаки этих импульсных напряжений должны быть противоположны.

5. Наблюдая на экране осциллографа за импульсом, снимаемым с левого коллектора, скомпенсировать его, повышая напряжения смещения.

6. Включить тумблер «лампа», повернуть диск прерывателя так, чтобы свет попадал на образец, сфокусировать изображение оптической щели на поверхности образца. При помощи манипулятора установить держатель с образцом в такое положение, чтобы световая полоска находилась между зондами на расстоянии 5—6 мм от левого зонда.

7. Установить усиление канала вертикального отклонения осциллографа так, чтобы отчетливо наблюдался сигнал (в виде горба или впадины), связанный с появлением неравновесных носителей в окрестности коллекторного контакта. При увеличении усиления улучшать по мере надобности компенсацию импульсов поля и смещения. Если сигнал неравновесных носителей не наблюдается, изменить полярность импульсов тянущего поля и смещения на коллекторе на противоположные и повторить действия, указанные в п. 4, 5 и 7.

По направлению тянущего поля и направлению дрейфа неравновесных носителей определить тип проводимости образца (электронный или дырочный).

## § 2. Упражнения

1. Измерение дрейфовой скорости и подвижности. Поставить ручку «калибровка длительности» на панели осциллографа в положение «1 мкс». Используя метки времени на экране осциллографа и показания индикатора перемещений, снять зависимость времени дрейфа носителей от положения освещенной области. Временной интервал между экспериментальными точками выбрать таким, чтобы можно было снять 10—12 точек. Построить соответствующий график и определить из него  $v_{др}$ .

Уменьшить усиление канала вертикального отклонения осциллографа, выключить метки времени, выключить смещение на коллекторе и освещение образца. Установка подготовлена для измерения напряжения ( $V_1$ ) на левом зонде, обусловленного импульсом тянущего поля (рис. 6).

Наблюдая импульсный сигнал на экране осциллографа, измерить потенциал  $V_1$ , снимаемый левым зондом. Калибровку напряжения провести по описанию осциллографа.

Переставляя переключатель выхода на панели измерительного стенда поочередно в положения «прав.» и «100 Ом», измерить потенциал  $V_2$ , снимаемый правым зондом, и падение напряжения на последовательно соединенном с образцом сопротивлении 100 Ом. Вычислить  $V_2 - V_1$  и ток  $\mathcal{I}$  через образец.

Уменьшив амплитуду импульса тянущего поля приблизительно вдвое, повторить полностью измерение.

Вычислить для обоих значений тянущего поля его величину  $E$  и биполярную подвижность  $\mu$  (17), (18).

**2. Измерение диффузионной длины и удельного сопротивления.** Выключить генератор импульсов, поставив переключатель «выход» на панели измерительного стенда в положение «лев.», а переключатель «смещение на коллектор» в положение «пост.+» или «пост.—» в зависимости от типа проводимости образца. Поставить переключатель синхронизации осциллографа в положение «внутренняя», а переключатель «длительность развертки» — в положение «3 тыс. мкс».

Включить осветитель и мотор прерывателя света. Схема подготовлена для измерения диффузионной длины  $\mathcal{L}$  (рис. 7).

Перемещая держатель с образцом так, чтобы освещаемая область приближалась к левому коллектору, наблюдать импульсы напряжения на коллекторе, обусловленные неравновесными носителями. Снять зависимость амплитуды  $V$  этого напряжения (в относительных единицах) от положения  $x$  образца относительно световой полосы, отсчитываемого по индикатору перемещений. По наибольшей амплитуде импульсов определить положение  $x_1$  левого зонда.

Поставив переключатель выхода на измерительном стенде в положение «прав.», определить тем же способом положение  $x_2$  правого зонда и найти расстояние между обоими зондами.

Построить график зависимости  $\ln V$  от  $x$  и определить диффузионную длину  $\mathcal{L}$ .

Определить удельное сопротивление  $\rho$  (19). По величине  $\rho$  сделать заключение о том, обладает ли образец явно выраженной примесной проводимостью или его проводимость близка к собственной. Если проводимость образца примесная, рассчитать по соотношению Эйнштейна (4) коэффициент диффузии  $\mathcal{D}_n$  или  $\mathcal{D}_p$  неосновных носителей заряда. Вычислить время жизни  $\tau$  носителей по формуле (12).

Все измерения выполняются на двух образцах германия  $n$ - и  $p$ -типа.

### Обработка измерений

1. Установить тип проводимости и определить удельное сопротивление образцов германия.

2. Построить графики зависимости времени дрейфа неравновесных носителей от расстояния при двух значениях тянущего по-

ля для каждого образца и определить по ним дрейфовые скорости и биполярные подвижности.

3. Построить в полулогарифмическом масштабе графики зависимости величины сигнала на коллекторе от расстояния для стационарного распределения неравновесных носителей и определить диффузионные длины в обоих образцах.

4. Вычислить времена жизни неравновесных носителей заряда.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников С. Г., Бонч-Бруевич В. Л. Физика полупроводников. М., «Высшая школа», 1976.

2. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. М., Физматгиз, 1963.

## ***p*—*n*-ПЕРЕХОДЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ И НЕКОТОРЫЕ ПРИБОРЫ НА ИХ ОСНОВЕ**

### Введение

Ряд физических процессов, определяющих электрические свойства полупроводников, связан со свойствами кристаллов, содержащих в своем объеме области разного типа проводимости. Если в одной части полупроводника имеется большое число доноров (например, атомов сурьмы или фосфора в германии или кремнии), а в другой — большое число акцепторов (например, атомов алюминия или индия), то в первой области проводимость имеет электронный (*n*), а во второй — дырочный (*p*) характер. Окрестность границы между *p*- и *n*-областями называется *p*—*n*-переходом.

Принципы действия большинства полупроводниковых приборов — диодов, транзисторов, фото- и термоэлементов, светодиодов, лазеров — основаны на использовании свойств *p*—*n*-переходов.

**Свойства *p*—*n*-перехода в условиях равновесия.** На границе областей с разными типами проводимости существует потенциальный барьер.

Рассмотрим, что происходит на такой границе в условиях равновесия. Для простоты предположим, что в прямоугольном образце полупроводника слева от некоторой плоскости  $x=0$  концентрация акцепторов постоянна и равна  $N_a$ , справа концентрация доноров постоянна и равна  $N_d$  (рис. 1). Такой переход называется плоским резким *p*—*n*-переходом.

Предположим, что доноры и акцепторы полностью ионизованы, т. е. каждый атом донора отдал один электрон в зону проводимости, а каждый акцептор создал одну дырку в валентной зоне. Если концентрации примесей достаточно велики ( $N_a, N_d \gg n_i$ ), то вдали от плоскости перехода слева (т. е. в *p*-области) концентрация дырок  $p_p = N_a$ , а концентрация электронов справа, вдали от плоскости  $x=0$  (т. е. в *n*-области),  $n_n = N_d$ .

Если невырожденный полупроводник находится в термодинамическом равновесии, то произведение концентраций дырок и электронов  $pn$  в любой точке не зависит от содержания примесей и равно

$$n_p p_p = n_n p_n = n_i^2. \quad (1)$$

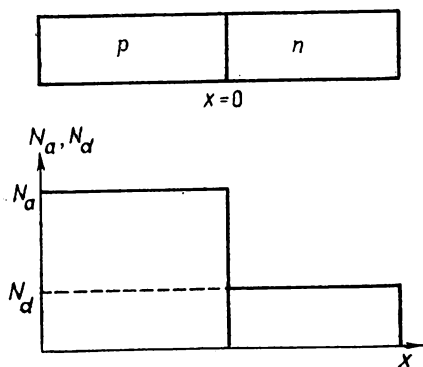


Рис. 1. Модель плоского резкого  $p$ — $n$ -перехода и соответствующего распределения концентраций примесей

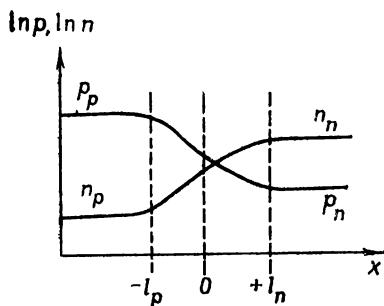


Рис. 2. Распределение концентраций основных и неосновных носителей заряда в области  $p$ — $n$ -перехода:

0 — геометрическая граница резкого перехода;  $-l_p$ ,  $+l_n$  — границы области пространственного заряда

Величина  $n_i$  определяется эффективными плотностями состояний в зоне проводимости  $N_c$  и в валентной зоне  $N_v$ , а также шириной запрещенной зоны полупроводника  $\mathcal{E}_g$ :

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_g}{kT}\right),$$

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_c kT}{h^2}\right)^{3/2}, \quad N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_v kT}{h^2}\right)^{3/2}. \quad (2)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $h$  — постоянная Планка, а  $m_c$  и  $m_v$  — эффективные массы носителей заряда в зонах. При значениях  $N_a$  и  $N_d$  много больших  $n_i$  концентрация дырок справа —  $p_n$  (где они являются неосновными носителями) — много меньше концентрации дырок слева —  $p_p$  (где они являются основными носителями), т. е.  $p_n \ll p_p$ . Аналогично для электронов  $n_p \ll n_n$ .

Таким образом, в области  $p$ — $n$ -перехода имеется сильный перепад концентраций электронов и дырок. Часть дырок вследствие

градиента концентрации будет диффундировать через  $p$ — $n$ -переход,  $n$ -область при этом будет заряжаться положительно относительно  $p$ -области. Таким же образом часть электронов будет диффундировать в  $p$ -область, и она будет заряжаться отрицательно относительно  $n$ -области. По обе стороны от геометрической границы раздела между  $p$ - и  $n$ -областями создаются области пространственного заряда. Внешние границы этих областей можно считать границами  $p$ — $n$ -перехода (рис. 2).

Образование таких заряженных областей (электрического двойного слоя) приводит к созданию электрического поля и разности потенциалов в  $p$ — $n$ -переходе. Направление поля будет таким, чтобы тормозить диффузионное движение дырок направо, а электронов — налево.

В условиях равновесия число носителей заряда (электронов и дырок), переходящих через  $p$ — $n$ -переход налево, равно числу переходящих направо. Электрический ток через переход в равновесии равен нулю.

Разность потенциалов между двумя различными по свойствам областями полупроводника, устанавливающаяся в результате обмена носителями заряда в условиях равновесия, называется контактной разностью потенциалов  $\Phi_k$ .

В соответствии с изменением потенциала в области  $p$ — $n$ -перехода искривляются энергетические зоны в полупроводнике (рис. 3).

Пространственный заряд слева от границы перехода образуются отрицательно заряженными акцепторами, так как компенсировавшие их заряд дырки ушли в  $n$ -область. Пространственный заряд справа соответственно образован положительными донорами, так как компенсировавшие их заряд электроны ушли в  $p$ -область. Чем меньше концентрация примесей, тем толще слой пространственного заряда. Толщина области  $p$ — $n$ -перехода может быть порядка  $10^{-6}$ — $10^{-4}$  см. Величина контактной разности потенциалов устанавливается таким образом, что концентрации электронов и дырок на границах слоя подчиняются соотношениям Больцмана:

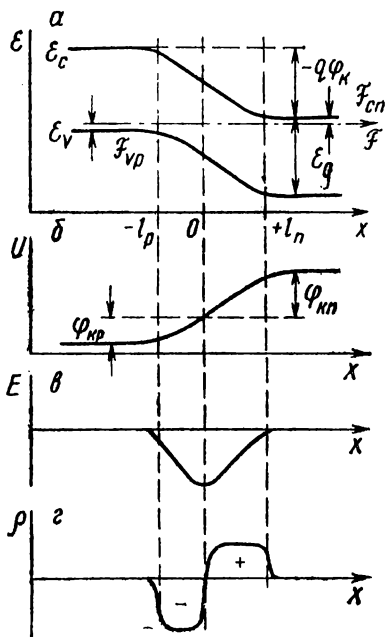


Рис. 3. Энергетическая диаграмма полупроводника с  $p$ — $n$ -переходом в равновесии (а):  $\epsilon_c$  — дно зоны проводимости,  $\epsilon_v$  — верх валентной зоны,  $F$  — уровень Ферми. Распределение потенциала, электрического поля и пространственного заряда в  $p$ — $n$ -переходе (б—г)

$$p_n = p_p \exp\left(\frac{-q\varphi_k}{kT}\right), \quad n_n = n_p \exp\left(\frac{+q\varphi_k}{kT}\right). \quad (3)$$

Из равенств и формулы (1) следует, что в невырожденном случае величина контактной разности потенциалов

$$\varphi_k = \frac{kT}{q} \ln \frac{n_n p_p}{n_i^2} \approx \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}. \quad (4)$$

**Пример.** Для германия при  $T=300$  К ( $\varepsilon_g=0,72$  эВ)  $n_i = 2,4 \cdot 10^{13}$  см $^{-3}$ ; если  $N_a=10^{18}$  см $^{-3}$ ,  $N_d=6 \cdot 10^{15}$  см $^{-3}$ , то  $\varphi_k=0,44$  В.

На рис. 3,а отмечено положение уровня Ферми  $\mathcal{F}$ , который в условиях равновесия един для всей системы. Концентрации носителей по обе стороны перехода в невырожденном полупроводнике определяются расстояниями уровня Ферми от краев зон в  $n$ - и  $p$ -областях  $\mathcal{F}_c = \mathcal{F} - \mathcal{E}_c$ ,  $\mathcal{F}_v = \mathcal{E}_v - \mathcal{F}$ :

$$\begin{aligned} n_n &= N_c \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{cn}}{kT}\right), & p_n &= N_v \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{vn}}{kT}\right), \\ p_p &= N_v \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{vp}}{kT}\right), & n_p &= N_c \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{cp}}{kT}\right). \end{aligned} \quad (5)$$

**$p$ — $n$ -переход при наличии внешнего напряжения.** Область  $p$ — $n$ -перехода является областью наибольшего сопротивления, поэтому приложенное к диоду внешнее напряжение падает на этой области, и именно ее свойства определяют условия протекания тока через кристалл.

Пусть знак внешнего напряжения такой, что потенциальный барьер для электронов и дырок понижается по сравнению с равновесным («+» на  $p$ -, «-» на  $n$ -области). Тогда число электронов, переходящих из  $n$ - в  $p$ -область, увеличится. Поток же электронов из  $p$ -области в  $n$ -область не изменится по сравнению с равновесным, так как для их движения потенциального барьера нет. Но сама величина потока электронов направо мала, так как слева они являются неосновными носителями. Справа же электроны — основные носители, и если внешнее напряжение превышает  $kT/q$ , то поток их налево дает основной вклад в полный ток.

Аналогично при указанной полярности напряжения сильно увеличивается поток дырок из  $p$ - в  $n$ -область и не изменяется поток в обратном направлении.

Явление перехода неравновесных дырок из  $p$ - в  $n$ -область и неравновесных электронов из  $n$ - в  $p$ -область называется инжекцией неосновных носителей. Соответствующий знак напряжения и направление тока через  $p$ — $n$ -переход называются прямыми.

Дырки, инжектированные через  $p$ — $n$ -переход, попадают в  $n$ -область. Но в  $n$ -области (справа от точки  $l_n$ ) уже не должно быть пространственного заряда в силу общего закона нейтральности

проводящего тела. Эту нейтральность обеспечивают основные носители — электроны, подходящие в  $n$ -область из контакта. Таким образом, справа от плоскости  $x=l_n$  при прямых токах возникает область с избыточной концентрацией носителей заряда. По мере продвижения в глубину  $n$ -области избыточные дырки рекомбинируют с электронами, и вдали от  $p$ — $n$ -перехода концентрация дырок становится равной малой равновесной концентрации  $p_n$ , а ток переносится практически только электронами. Прямой ток определяется тем, сколько дырок может пройти  $p$ — $n$ -переход при данном внешнем напряжении, и тем, как быстро избыточные дырки, попавшие в  $n$ -область, рекомбинируют с электронами.

На рис. 4, а схематически показаны дырки, переходящие потенциальный барьер, и электроны, приходящие справа для компенсации заряда дырок. Кроме того, показана область, в которой идет рекомбинация. Аналогичную картину можно представить для электронов, инжектируемых в  $p$ -область.

Пусть теперь знак внешнего напряжения такой, что потенциальный барьер для электронов и дырок повышается («—» на  $p$ -, «+» на  $n$ -области) (рис. 4, б). Тогда число электронов, которые могут перейти в  $p$ -область, и число дырок, переходящих в  $n$ -область, уменьшится; при достаточно больших напряжениях эти потоки могут быть сведены к нулю. Потоки же дырок из  $n$ -области налево и электронов из  $p$ -области направо остаются и в этом случае неизменными. Теперь именно они определяют ток, и потому при обратных напряжениях, больших  $kT/q$ , ток через  $p$ — $n$ -переход становится постоянным и не зависит от внешнего напряжения. Величина этого тока, называемого *током насыщения*, мала.

При нарушении равновесия уже нельзя вводить уровень Ферми, единый для всего кристалла. Времена установления равновесия в системе электронов и в системе дырок много меньше времени установления равновесия между электронами и дырками, т. е. времени жизни неосновных носителей. Поэтому можно ввести квазиуровни Ферми (рис. 4) отдельно для электронов  $\mathcal{F}_n$  и для дырок  $\mathcal{F}_p$ , которые зависят от координаты в соответствии с изменением концентрации электронов и дырок.

Если внешнее напряжение падает на области пространственного заряда и в этой области рекомбинация пренебрежимо мала, то

$$(\mathcal{F}_n - \mathcal{F}_p)_{x=-l_p} = (\mathcal{F}_n - \mathcal{F}_p)_{x=+l_n} = qU. \quad (6)$$

**Электрическое поле и потенциал в  $p$ — $n$ -переходе; размеры области пространственного заряда.** Концентрация носителей в области пространственного заряда много меньше концентрации основных носителей вдали от  $p$ — $n$ -перехода. Это позволяет упростить задачу о распределении поля и потенциала. Рассмотрим  $n$ -область перехода от точки  $x=0$  до точки  $x=+l_n$ . Выберем вторую точку так, чтобы потенциал  $\phi|_{x=l}$  отличался от равновесного потенциала в глубине полупроводника  $\phi|_{x=+\infty}$  не более, чем на величину  $kT/q$ ,



и с этой точностью примем его равным нулю (начало отсчета потенциала). Электрическое поле при  $x = +l_n$  также примем равным нулю. Если доноры полностью ионизованы, то в указанной области (называемой истощенным слоем) уравнение Пуассона относительно потенциала  $\varphi(x)$  принимает вид

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0} = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0}qN_d, \quad (7)$$

где  $\epsilon$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $\rho$  — плотность объемного заряда. Предположим здесь и далее одномерный случай и однородное распределение примесей. Тогда граничные условия для решения этого уравнения в условиях равновесия имеют вид

$$x = l_n, \quad \frac{d\varphi}{dx} = -E = 0; \quad x = 0, \quad \varphi = -\varphi_{kn}, \quad (8)$$

где  $\varphi_{kn}$  — доля контактной разности потенциалов, падающая на  $n$ -область.

Решение уравнения (7) с граничными условиями (8) дает следующую связь между  $l_n$  и  $\varphi_{kn}$ :

$$\varphi_{kn} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0}qN_d \frac{l_n^2}{2}. \quad (9)$$

Полный заряд доноров в области истощенного слоя равен

$$Q_n = qN_d l_n, \quad (10)$$

а максимальное электрическое поле

$$E_{\max} = -\frac{1}{\epsilon\epsilon_0}qN_d l_n = -2\frac{\varphi_{kn}}{l_n}. \quad (11)$$

Аналогично можно получить соотношения для той части области пространственного заряда, которая лежит слева от плоскости  $x=0$  и обусловлена зарядом акцепторов:

$$\varphi_{kp} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0}qN_a \frac{l_p^2}{2}, \quad (12)$$

$$Q_p = -qN_a l_p. \quad (13)$$

По условию нейтральности системы в целом полный заряд во всей области равен нулю, т. е. заряд доноров равен по абсолютной величине заряду акцепторов:

$$Q_n + Q_p = 0, \quad \frac{l_n}{l_p} = \frac{N_a}{N_d}. \quad (14)$$

Это соотношение говорит о том, что глубина проникновения области пространственного заряда по разные стороны  $p$ — $n$ -перехода

обратно пропорциональна концентрации примесей. Например, если концентрация доноров в  $n$ -области много меньше концентрации акцепторов в  $p$ -области ( $N_d \ll N_a$ ), большая часть пространственного заряда лежит в  $n$ -области:  $l_n \gg l_p$ ,  $\Phi_{kn} \gg \Phi_{kp}$ .

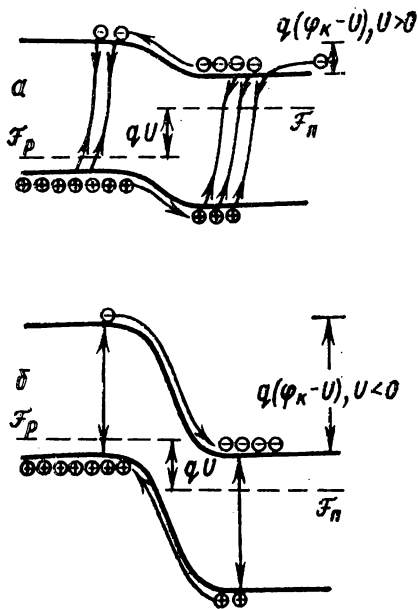


Рис. 4. Схема переходов электронов и дырок при прямом (а) и обратном (б) смещениях  $p$ - $n$ -перехода. Стрелками показаны основные потоки, области рекомбинации (а) и генерации (б)

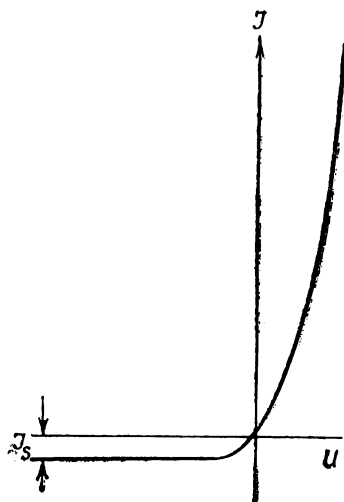


Рис. 5. Вольт-амперная характеристика  $p$ - $n$ -перехода, соответствующая уравнению (22)

Из равенств (9), (12) следует, что полная толщина истощенного слоя  $p$ - $n$ -перехода  $l = l_n + l_p$  связана с контактной разностью потенциалов  $\Phi_k = \Phi_{kn} + \Phi_{kp}$  уравнениями

$$\Phi_k = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} q \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \cdot \frac{l^2}{2} = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} q N^* \frac{l^2}{2}, \quad (15)$$

$$E_{\max} = 2 \frac{\Phi_k}{l}, \quad (15a)$$

где  $N^*$  — так называемая приведенная концентрация примесей в  $p$ - $n$ -переходе.

Уравнение (15) выведено в условиях равновесия. Если к переходу приложено внешнее напряжение  $U$ , то равновесие нарушается и концентрации электронов и дырок в области пространственного

заряда изменяются. Однако если ток через  $p$ — $n$ -переход очень мал (как это имеет место при обратных и малых прямых напряжениях), то и при нарушении равновесия имеется истощенный слой, в пределах которого верны все предположения, сделанные при выводе уравнений (9)—(14). Изменяются лишь полное падение потенциала на переходе, равное  $\varphi_k - U$ , и толщина слоя  $l$ .

Знак  $U$  соответствует уменьшению потенциального барьера в прямом направлении и увеличению в обратном. Таким образом, можно получить уравнение, аналогичное (15):

$$\varphi_k - U = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} q N^* \frac{l^2}{2}, \quad (16)$$

из которого видно, что толщина  $l$  области пространственного заряда увеличивается при обратном напряжении и уменьшается при прямом. При  $U \rightarrow \varphi_k$  величина  $l \rightarrow 0$ .

### Вольт-амперная характеристика $p$ — $n$ -перехода

Для количественного описания характеристики сделаем упрощающие предположения:

а) толщина  $p$ — $n$ -перехода мала по сравнению с толщиной области, где происходит рекомбинация электронов и дырок, т. е. при прямом токе, например, дырки, пересекающие плоскость  $-l_p$ , доходят до плоскости  $+l_n$  без рекомбинации;

б) сопротивление перехода велико по сравнению с сопротивлением остальных частей полупроводника, т. е. внешнее напряжение  $U$  падает только на  $p$ — $n$ -переходе;

в) концентрация избыточных дырок, попадающих в  $n$ -область, много меньше концентрации электронов в этой области. Аналогичное предположение сделаем о концентрации избыточных электронов, попадающих в  $p$ -область. Это условие называется условием малого уровня инжекции;

г) будем вычислять ток в стационарных условиях, когда процессы не зависят от времени;

д) полупроводник предполагается невырожденным.

Предположение б) означает, что за областью перехода электроны и дырки движутся только вследствие градиента концентрации, т. е. путем диффузии. Поэтому при указанных условиях ток  $\mathcal{J}$  через переход можно определить по обычным формулам для диффузионных потоков:

$$\mathcal{J}_n|_{x=-l_p} = qS\mathcal{D}_n \frac{dn}{dx} \Big|_{x=-l_p},$$

$$\mathcal{J}_p|_{x=l_n} = -qS\mathcal{D}_p \frac{dp}{dx} \Big|_{x=l_n},$$

где  $\mathcal{D}_p$ ,  $\mathcal{D}_n$  — коэффициенты диффузии дырок и электронов.

По условию а) в переходе рекомбинации не происходит, так что

$$\mathcal{J}_p|_{x=l_n} = \mathcal{J}_p|_{x=-l_p},$$

$$\mathcal{J}_n|_{x=-l_p} = \mathcal{J}_n|_{x=l_n}.$$

Следовательно, полный ток

$$\mathcal{J} = qS \left( \mathcal{D}_n \frac{dn}{dx} \Big|_{x=-l_p} - \mathcal{D}_p \frac{dp}{dx} \Big|_{x=l_n} \right). \quad (17)$$

Для нахождения тока нужно вычислить концентрацию дырок и электронов и их градиенты на границах перехода. При указанных условиях соотношения Больцмана для концентрации электронов и дырок по обе стороны  $p$ — $n$ -перехода сохраняются и при наложении внешнего напряжения:

$$p|_{x=l_n} = p|_{x=-l_p} \exp \left[ \frac{q(U - \Phi_k)}{kT} \right] = p_n \exp \left( \frac{qU}{kT} \right), \quad (18)$$

$$n|_{x=-l_p} = n|_{x=l_n} \exp \left[ \frac{q(U - \Phi_k)}{kT} \right] = n_p \exp \left( \frac{qU}{kT} \right).$$

Вправо от области перехода концентрация дырок убывает по мере рекомбинации и достаточно далеко от перехода равна равновесной

$$p|_{x \rightarrow \infty} = p_n. \quad (19a)$$

Аналогично для электронов слева от области перехода:

$$n|_{x \rightarrow -\infty} = n_p. \quad (19b)$$

Чтобы найти величину  $dp/dx|_{x=l_n}$ , можно решить уравнение непрерывности для дырок в правой области с учетом их рекомбинации

$$\frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{p - p_n}{L_p^2} = 0. \quad (20)$$

Здесь  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$  — диффузионная длина, а  $\tau_p$  — время жизни дырок в  $n$ -области.

Решение уравнения (20) с граничными условиями (18) и (19) позволяет найти нужную для вычисления тока производную

$$\frac{dp}{dx} \Big|_{l_n} = -\frac{p_n}{L_p} \left( \exp \frac{qU}{kT} - 1 \right). \quad (21a)$$

Аналогично

$$\frac{dn}{dx} \Big|_{-l_p} = \frac{n_p}{L_n} \left( \exp \frac{qU}{kT} - 1 \right). \quad (21b)$$

Из формул (17) и (21) следует основное выражение для зависимости тока через  $p$ — $n$ -переход от приложенного напряжения:

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_s (\exp \alpha U - 1), \quad (22)$$

где  $\mathcal{I}_s = \mathcal{I}_{sn} + \mathcal{I}_{sp} = qS \left( \frac{n_p \mathcal{I}_n}{L_n} + \frac{p_n \mathcal{I}_p}{L_p} \right)$  — ток насыщения, а  $\alpha = q/kT$ .

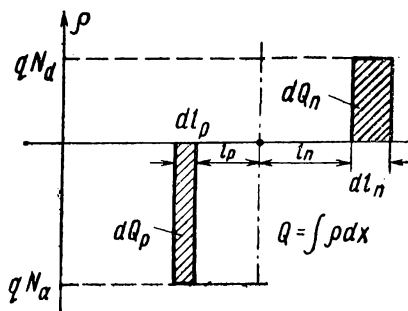


Рис. 6. Изменение ширины области пространственного заряда при изменении напряжения на  $p$ — $n$ -переходе

При больших значениях обратного напряжения ток постоянен и равен —  $\mathcal{I}_s$ , при прямых напряжениях  $U \gg \alpha^{-1}$  ток экспоненциально возрастает:  $\mathcal{I} = \mathcal{I}_s \exp \alpha U$  (рис. 6).

Дырочная и электронная компоненты тока насыщения с учетом выражений для  $L_p$ ,  $L_n$  и формулы (2) могут быть записаны также в виде

$$\mathcal{I}_{sp} = qS \frac{p_n L_p}{\tau_p} = qS \frac{n_i^2 L_p}{n_n \tau_p}, \quad (23)$$

$$\mathcal{I}_{sn} = qS \frac{n_p L_n}{\tau_n} = qS \frac{n_i^2 L_n}{p_p \tau_n},$$

где  $\tau_n$  и  $\tau_p$  — времена жизни неосновных носителей. Если концентрация дырок в  $p$ -области много больше концентрации электронов в  $n$ -области, то  $\mathcal{I}_{sp} \gg \mathcal{I}_{sn}$  и дырочный ток насыщения преобладает:  $\mathcal{I}_s \approx \mathcal{I}_{sp}$ . Аналогично для случая  $n_n \gg p_p$  имеем  $\mathcal{I}_s \approx \mathcal{I}_{sn}$ .

Из приведенных формул ясен физический смысл тока насыщения: он образуется дырками (или электронами), генерируемыми за 1 с в объеме полупроводника  $S(L_n + L_p)$  у  $p$ — $n$ -перехода.

Оценим значение тока насыщения для кремния при 300 К ( $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu_n = 1200 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ), взяв для примера  $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $L_n = 10^{-2} \text{ см}$ ,  $S = 10^{-2} \text{ см}^2$ . Пользуясь соотношением Эйнштейна, получим  $D_n = (kT/q)\mu_n = 31 \text{ см}^2/\text{с}$ . Тогда (23)  $\mathcal{I}_s = 5 \cdot 10^{-14} \text{ А}$ . Для германия при тех же условиях ( $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu_n = 3600 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ )  $\mathcal{I}_s \approx 10^{-6} \text{ А}$ .

При больших концентрациях примесей и при низких температурах могут быть не выполнены условия простой теории, предпо-

лагающие, что основная рекомбинация идет в однородных  $p$ - и  $n$ -областях. Если рекомбинация идет преимущественно в области пространственного заряда, то в формуле (22) для вольт-амперной характеристики

$$\alpha = \frac{q}{ckT}, \quad (24)$$

а

$$\mathcal{J}_s \sim \exp\left(-\frac{\phi_g}{ckT}\right). \quad (25)$$

В этих формулах значение коэффициента  $c$  изменяется в пределах от 1 до 2 в зависимости от свойств примесных состояний, на которых идет рекомбинация в области пространственного заряда. Для кремниевых диодов при малых токах и комнатной температуре в ряде практически важных случаев  $c=2$ , однако при увеличении тока и температуры можно перейти в область рассмотренных выше диффузионных токов, где  $c=1$ .

При высоких обратных напряжениях может наступить пробой  $p$ — $n$ -перехода. Тогда ток лавинообразно нарастает с напряжением вследствие либо ударной ионизации, либо туннельного эффекта и формулы (22)—(25) не могут быть применены.

## 6. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ $p$ — $n$ -ПЕРЕХОДОВ

Исследуются вольт-амперные характеристики, дифференциальное сопротивление, дифференциальная емкость  $p$ — $n$ -перехода и изменения их с температурой.

### § 1. Введение

**Дифференциальная емкость  $p$ — $n$ -перехода.** При изменении напряжения на  $p$ — $n$ -переходе изменяется его толщина  $l$  и соответственно полный заряд  $Q$  с каждой стороны  $p$ — $n$ -перехода (рис. 6). Изменение заряда при изменении напряжения можно описать дифференциальной емкостью, которая по определению равна

$$C = \frac{dQ}{dU} = \frac{dQ_n}{dU} \quad (26)$$

(для определения знака рассматривается положительный заряд со стороны  $n$ -области). Это зарядная емкость  $p$ — $n$ -перехода; при прямых токах может сказываться еще одна компонента емкости — так называемая диффузионная емкость, которую мы здесь не рассматриваем.

Исходя из формул (15), (16) можно получить уравнение для емкости истощенного слоя площади  $S$  с однородным распределением примесей и резкой границей между  $p$ - и  $n$ -областями:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l} = S \left[ \frac{\epsilon \epsilon_0 q N^*}{2(\varphi_k - U)} \right]^{1/2}, \quad (27)$$

где  $N^*$  — приведенная концентрация примесей в  $p$ - $n$ -переходе,  $\varphi_k$  — контактная разность потенциалов между областями  $n$ - и  $p$ -типа.

Формулу (27) удобно представить в виде

$$\left( \frac{S}{C} \right)^2 = \frac{2}{\epsilon \epsilon_0 q} \frac{1}{N^*} (\varphi_k - U), \quad (28)$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-14}$  Ф/см,  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

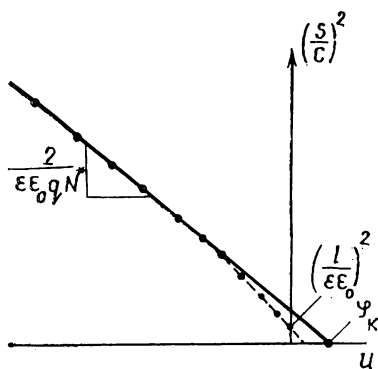


Рис. 7. Зависимость дифференциальной емкости  $p$ - $n$ -перехода от напряжения для модели истощенного слоя (резкий переход). Точки — характерные экспериментальные значения для кремниевго диода

Экспериментальное исследование зависимости емкости  $p$ - $n$ -перехода от напряжения дает возможность определить величину контактной разности потенциалов, толщину области пространственного заряда, максимальное электрическое поле, а также составить представление о характере распределения примесей в области  $p$ - $n$ -перехода.

Зависимость  $C(U)$  удобно представить графически, как показано на рис. 7, в виде функции  $(S/C)^2$  от  $U$ . Расчеты  $C(U)$  в более сложных случаях приведены в рекомендуемой литературе.

**Дифференциальное сопротивление и эквивалентная схема диода на переменном токе.** Рассмотрим вольт-амперную характеристику диода (см. формулу (22))

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_s [\exp(\alpha U) - 1]. \quad (29)$$

Производная тока по напряжению  $g = d\mathcal{I}/dU$  называется дифференциальной проводимостью и в случае характеристики (29) имеет вид

$$g = \alpha \mathcal{I}_s \exp(\alpha U) = \alpha (\mathcal{I} + \mathcal{I}_s). \quad (30)$$

При  $\mathcal{I} \gg \mathcal{I}_s$   $g = \alpha \mathcal{I}$ .

Размерность  $[g]$ , так же как обычной проводимости, равна  $\text{Ом}^{-1} = \text{Сим}$ . Величина, обратная дифференциальной проводимости, есть дифференциальное сопротивление диода:

$$r = \frac{1}{g} = \frac{dU}{d\mathcal{I}}.$$

Если  $\alpha$  в формуле (29) равно  $q/kT$ , то в соответствии с (30) зависимости проводимости от тока при различных температурах

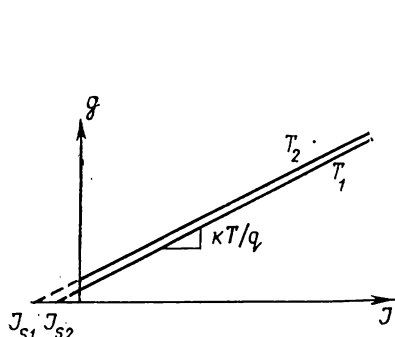


Рис. 8. Зависимость дифференциальной проводимости  $p$ — $n$ -перехода от тока при различных температурах

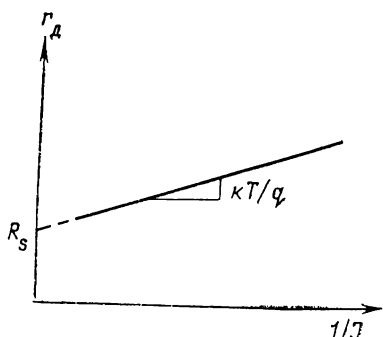


Рис. 9. Зависимость дифференциального сопротивления диода от обратного тока; определение последовательного сопротивления диода

имеют вид семейства прямых (рис. 8). Наклон прямых определяется величиной  $q/kT$ , а пересечение их с осью абсцисс — величиной  $\mathcal{I}_s$ .

В реальных диодах последовательно с  $p$ — $n$ -переходом оказывается включенным сопротивление толщи полупроводника и омических контактов  $R_s$ . Поскольку при увеличении тока дифференциальное сопротивление  $p$ — $n$ -перехода падает (30), то последовательное сопротивление может стать существенным в полном сопротивлении диода:

$$r_d = R_s + \frac{1}{\alpha \mathcal{I}}. \quad (31)$$

В соответствии с этой формулой величину  $R_s$  можно определить, проэкстраполировав значения полного дифференциального сопротивления диода в область больших токов (рис. 10). Заметим, что и вольт-амперная характеристика, а не только ее производная, при больших токах существенно зависит от  $R_s$ :

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_s [\exp(V - \mathcal{I} R_s) - 1], \quad (32)$$



где напряжение на диоде  $V = U + \mathcal{I}R_s$ . Если  $\mathcal{I}R_s \gg U \approx \varphi_k$ , то  $\mathcal{I} \approx V/R_s$ .

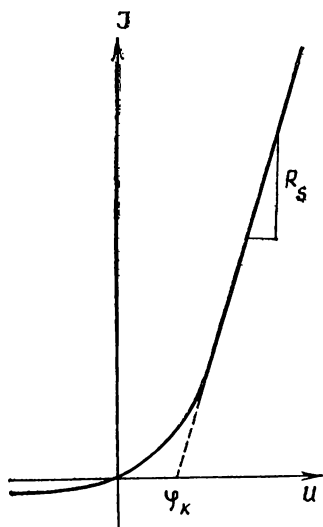


Рис. 10. Вольт-амперная характеристика диода, включающая большие токи (влияние последовательного сопротивления диода)

В соответствии с этой формулой (рис. 11) из вольт-амперной характеристики можно определить  $R_s$  и контактную разность потенциалов  $\varphi_k$  (рис. 10). Дифференциальная емкость диода в совокупности с дифференциальным сопротивлением обуславливают полное комплексное сопротивление (или полную комплексную проводимость) диода на переменном токе (рис. 11).

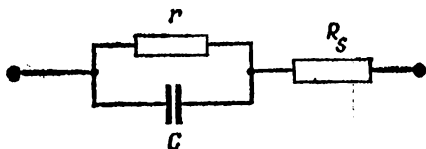


Рис. 11. Эквивалентная схема диода на переменном токе

При обратных напряжениях на диоде и большой частоте переменного тока основную роль в комплексном сопротивлении играет зарядная емкость диода, при положительных смещениях—сопротивления  $r$  и  $R_s$ , последнее из которых существенно при больших токах.

Понятия дифференциальной проводимости и дифференциальной емкости имеют смысл только при достаточно малых амплитудах переменного напряжения на диоде, когда приращения тока можно считать линейно связанными с изменениями напряжения. В формулах (16) и (22) напряжение можно представить как сумму постоянной  $U_0$  и переменной  $u_{\sim}$  составляющих:

$$U = U_0 + u_{\sim},$$

где  $u_{\sim}$  мало, так что в прямой ветви характеристики выполнено условие

$$|u_{\sim}| \ll \frac{kT}{q},$$

а в обратной

$$|u_{\sim}| \ll \varphi_k.$$

**Зависимость вольт-амперной характеристики от температуры.**  
Формулу (22) при достаточно больших прямых смещениях можно представить, пользуясь (2), (15), в виде

$$\mathcal{J} \approx \frac{A}{N^*} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_g - qU}{kT}\right), \quad (33)$$

где в случае  $N_a \gg N_d$

$$A \approx qSN_c N_v \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}}. \quad (34)$$

Поскольку коэффициент  $A$  слабо зависит от температуры по сравнению с экспонентной, можно считать, что температурная зависимость  $\mathcal{J}$  определяется лишь показателем этой экспоненты. Тогда в логарифмическом масштабе

$$\ln \mathcal{J} = \ln \frac{A}{N^*} - \frac{\mathcal{E}_g - qU}{kT}.$$

Отсюда следует, что семейство характеристик  $\ln \mathcal{J}(U)$  при различных температурах представляется прямыми, пересекающимися в точке с координатами  $(\mathcal{E}_g/q, \ln(A/N^*))$ . Пересечение прямых с осью ординат дает значение  $\ln \mathcal{J}_s(T)$ , а их наклон —  $q/kT$  (рис. 12).

## § 2. Экспериментальная установка и методика измерений

Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 13 и состоит из следующих частей: 1) кремниевый диод типа Д-811, находящегося в термостате; набора различных диодов для качественного знакомства с разными вольт-амперными характеристиками; 2) характериографа; 3) мостовой измерительной цепи; 4) схемы смещения, обеспечивающей изменение и измерение постоянного тока и напряжения на диоде.

Х а р а к т е р и о г р а ф представляет собой устройство для осциллографического наблюдения вольт-амперных характеристик диодов. Принципиальная схема характериографа показана на рис. 14. Сетевое напряжение, амплитуда которого регулируется автотрансформатором (ЛАТР) через разделительный трансформатор ( $Tr_1$ ), подается в цепь, где последовательно включены исследуемый диод  $D$ , эталонное сопротивление  $R_2$  ( $=100$  Ом) и защитное сопротивление  $R_1$  ( $=1,5$  кОм), ограничивающее ток в цепи диода. Разделительный трансформатор позволяет заземлить общую точку диода и эталонного сопротивления. Напряжение, падающее

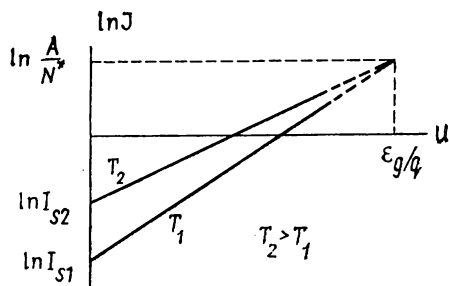


Рис. 12. Семейство вольт-амперных характеристик диода при различных температурах, представленное в полулогарифмическом масштабе

непосредственно на диоде, подается на вход горизонтального отклонения осциллографа ( $X$ ). Напряжение, падающее на эталонном сопротивлении, пропорциональное току через диод, подается на вход вертикального отклонения ( $Y$ ).

Мост переменного тока используется для измерения дифференциальных параметров диода. На рис. 15 показана принципиальная схема измерительного моста с компенсацией по току. Цепь содержит два трансформатора с калиброванными обмотками, эталонного  $Z_{эТ}$  и неизвестного  $Z_x$  комплексных сопротивлений. На вход моста подается переменное напряжение, а на выходе стоит микровольтметр переменного тока, служащий индикатором нуля. Из условия баланса моста следует  $Z_x = (n_1 n_3 / n_2 n_4) Z_{эТ}$ .

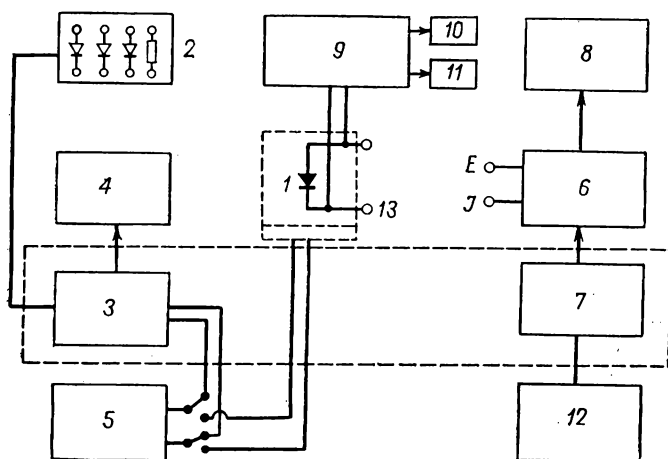


Рис. 13. Блок-схема экспериментальной установки:  
1 — диод в термостате; 2 — набор различных диодов; 3 — характернограф; 4 — осциллограф; 5 — автотрансформатор; 6 — мост ЕВ-2; 7 — генератор сигналов 4,5 кГц; 8 — нуль-индикатор (микровольтметр); 9 — блок переключателей и схема смещения; 10 — миллиамперметр; 11 — вольтметр; 12 — выпрямитель питания; 13 — нагреватель

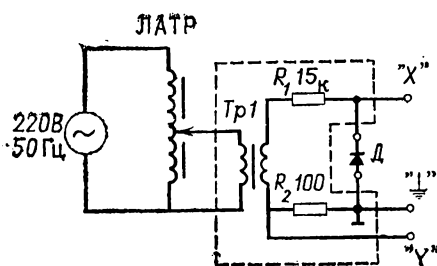


Рис. 14. Схема характернографа

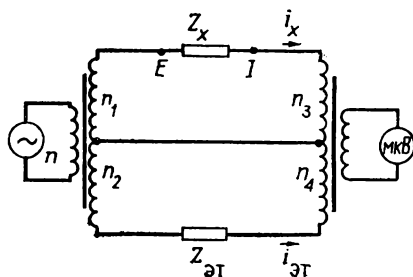


Рис. 15. Схема трансформаторного моста с компенсацией по току

Рабочая измерительная цепь построена на базе моста переменного типа Е8-2 (рис. 16).

При измерении дифференциальных сопротивлений полупроводниковых диодов необходимо обеспечить достаточную малость напряжения на входе моста, чтобы выполнить условия линейности для приращений тока и напряжения. Поэтому для питания моста используется внешний генератор с амплитудой 300 и 30 мВ и частотой 4,5 кГц.

В цепи моста имеются трехдекадные эталонные емкости и трехдекадные эталонные сопротивления. Возможность измерения сопротивлений в пределах нескольких порядков достигается переключением числа витков трансформаторов. Последнее сопро-

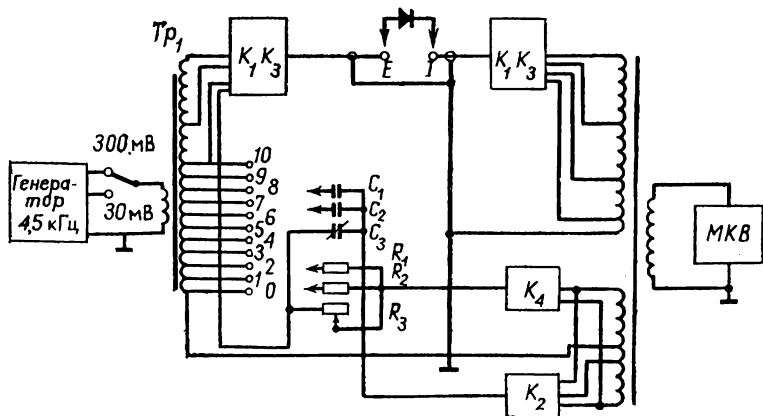


Рис. 16. Схема моста переменного тока на основе моста Е8-2. Конденсаторы  $C_1$ ,  $C_2$  и резисторы  $R_1$ ,  $R_2$  подключаются к 0÷10 виткам  $Tr_1$  (обмотка  $n_2$ ). Переключатели  $K_1$ ,  $K_3$  меняют произведение  $n_1 n_2$ ;  $K_4$  — полярность подключения резисторов;  $K_2$  меняет полярность и подключает конденсаторы к  $1/10$  части витков (обмотка  $n_4$ )

вождается изменением амплитуды сигнала на диоде, что компенсируется изменением амплитуды генератора, питающего мост. Снижение уровня сигнала в измерительной цепи привело к необходимости использовать достаточно чувствительный внешний нуль-индикатор — резонансный микровольтметр.

Схема смещения диода. Измерение дифференциальных параметров для различных точек характеристики диода связано с необходимостью изменения в широких пределах постоянных составляющих напряжения и тока. Поэтому измерительная цепь переменного тока должна электрически соединяться с цепью источника постоянного смещения. Такое включение не должно заметным образом шунтировать исследуемый диод и создавать дополнительные наводки в цепи нуль-индикатора. Поскольку точки диода «Е» и «I» в мостовой цепи не заземлены (рис. 16), цепь смещения также не может быть заземлена по постоянному току.

Принципиальная схема подачи смещения представлена на рис. 17. Напряжение от батарей через выключатель  $T_1$  подается на потенциометр  $R_3$ , ручка регулировки которого выведена на переднюю панель блока переключателей («грубо»). От потенциомет-

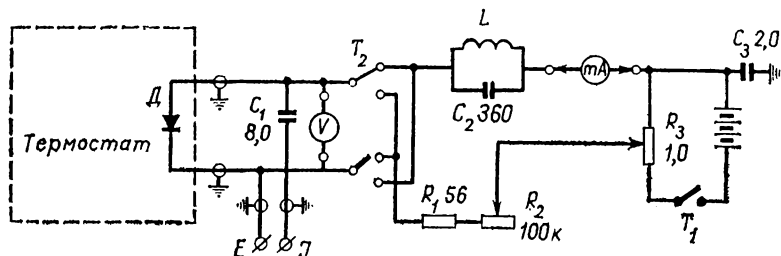


Рис. 17. Схема подачи постоянного смещения на диод при мостовых измерениях

ра к образцу последовательно с ним идут сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , ручка регулировки последнего также выведена на переднюю панель блока («точно»). Последовательно с диодом включен также резонансный контур  $LC_2$ , настроенный на частоту 4,5 кГц, который увеличивает сопротивление схемы смещения по переменному току на  $R_{\text{рез}} = 600$  кОм. Регулировкой  $R_2$  и  $R_3$  можно изменять постоянный ток через диод в пределах от 2 мкА до 5 мА; измеряется ток миллиамперметром М-254 с точностью 0,5%.

Переменное напряжение от моста на исследуемый диод подается через конденсатор  $C_1$ , который разделяет по постоянному току схему смещения и мост. Поскольку  $C_1$  включено последовательно с диодом, его комплексное сопротивление должно быть много меньше комплексного сопротивления диода. При точных измерениях следует учитывать ту ошибку, которую он вносит в измерения при больших токах:

$$g_d + i\omega C_d = \frac{g + i\omega C}{(1 - C/C_1) + i(g/\omega C_1)}. \quad (35)$$

Для того чтобы схема смещения не шунтировала исследуемый диод, один полюс батареи заземлен по переменной составляющей конденсатором  $C_3$ .

Для измерения постоянных напряжений на диоде служит катодный вольтметр ВКС7-9 (точность 2,5%), имеющий высокоомный вход. Он отключается от диода на время мостовых измерений, чтобы уменьшить наводки переменного тока сети 50 Гц на нуль-индикатор, ограничивающие точность измерений.

Тумблер  $T_2$  позволяет изменять полярность подключения диода, не изменяя полярности подключения миллиамперметра.

Для уменьшения наводок и фона переменного тока корпус переключателя и всех приборов должен быть заземлен. При изме-

рениях в обратной ветви характеристики, когда проводимость и емкость диода малы, наводки и фон на проводах миллиамперметра сказываются особенно сильно. В этом случае следует отключать миллиамперметр от схемы при компенсации моста и замыкать соответствующие клеммы накоротко.

### § 3. Упражнения \*

**1. Исследование вольт-амперных характеристик с помощью осциллографа.** Включить осциллограф. Подключить автотрансформатор к сети, предварительно выведя регулятор напряжения на нем до нуля. Подключить к характериографу один из диодов и, постепенно увеличивая напряжение на автотрансформаторе, наблюдать и зарисовывать полученную вольт-амперную характеристику. При этом канал горизонтального отклонения осциллографа работает в режиме усиления. Если у исследуемого диода наблюдается **пробой**, необходимо оценить величину этого напряжения, сравнивая его с калибровочным напряжением осциллографа. Затем перевести осциллограф в режим непрерывной развертки и наблюдать зависимость тока через диод от времени.

Проделать то же с другими диодами, а также с линейным сопротивлением 100 Ом. Наблюдать характеристику диода Д-811 при тех же усилениях в каналах осциллографа, что и для 100 Ом; оценить, в какой части характеристики наклоны много больше или много меньше, чем для 100 Ом; использовать это для выбора диапазонов измерения дифференциальной проводимости в следующем упражнении. После окончания выполнения упражнения вывести до нуля напряжение на автотрансформаторе, переключить его выход на термостат, выключить осциллограф.

#### Обработка результатов

1. Определить полярность включения диодов.  
2. Определить напряжение пробоя диода Д-811, чтобы при выполнении последующих упражнений ограничиться меньшими значениями обратных напряжений.

3. Пользуясь осциллограммой для линейного сопротивления, указать, где дифференциальное сопротивление больше и меньше 100 Ом.

**2. Исследование электрических характеристик диода при комнатной температуре.** Включить левую половину блока питания тумблером «сеть», тумблер «V-A» поставить в положение «V». Ручкой регулировки установить напряжение 10 В. Включить ламповый вольтметр ВКС7-9, дать ему прогреться и затем установить нуль (на шкале 0,3 В). Включить резонансный усилитель, служащий индикатором нуля. Проверить настройку индикатора нуля на резонансную частоту 4,5 кГц по максимуму отклонения стрелки

---

\* Простейший вариант ограничивается упражнениями 1, 2.

прибора при вращении ручки «частота». Поставить переключатель амплитуды генератора 4,5 кГц в положение «300 мВ».

Измерить под микроскопом площадь аналогичного образца диода с вскрытым корпусом.

Снять вольт-емкостную характеристику диода в обратной ветви. Для этого сначала установить нули  $g$  и  $C$  при отключенном диоде; затем измерить  $g$  и  $C$  для диода при нулевом смещении. После этого установить обратное напряжение на диоде  $4 \div 6$  В. Затем отключить тумблером провода вольтметра от блока и выбрать нужный диапазон измерения обеих компонент комплексного сопротивления исходя из предполагаемой емкости. Измерить затем и сами значения  $g$  и  $C$ , сбалансировать мост по минимуму отклонения стрелки индикатора нуля при максимальном его усилении. Измерения проводить в диапазоне напряжений от 8 В до нуля (около 20 точек). В каждой точке указывать значения обеих компонент комплексного сопротивления.

Снять зависимости  $g_d(\mathcal{U})$  и  $U(\mathcal{U})$  в прямой ветви. Для этого установить по миллиамперметру значение тока 1 мкА. Подключить вольтметр и измерить значение напряжения на диоде, после чего отключить провода вольтметра от блока переключателей. Как и в случае измерения емкости, сбалансировать мост. При работе моста на диапазонах измерения 2 и 3 переключатель амплитуды генератора необходимо поставить в положение «30 мВ», на следующих диапазонах — «300 мВ». Измерения  $g_d(\mathcal{U})$  провести в диапазоне токов от 1 мкА до 3 мА (около 20 точек),  $U(\mathcal{U})$  — до 20 мА (около 25 точек). При каждой точке необходимо записывать значения обеих компонент дифференциальной комплексной проводимости и напряжения на диоде. После окончания выполнения данного упражнения вывести ток диода и выключить батарею смещения.

Результаты для обеих ветвей представить в виде таблицы, состоящей из 4 столбцов:  $U$ ,  $\mathcal{U}$ ,  $g$ ,  $C$ .

## Обработка результатов

1. Построить на графике зависимость величины  $(S/C)^2$  от напряжения исходя из полученных результатов в интервале  $-8,0 \div +0,5$  В. Проведя через экспериментальные точки прямую, определить приведенную концентрацию  $N^*$ , предполагая, что  $N_d \ll N_a$  ( $\epsilon_{Si} = 12$ ).

2. Используя экспериментальные точки в области смещений  $-1,0 \leq U \leq +0,5$  В, определить величину  $\Phi_n$ . Сравнить ее с точкой пересечения экстраполированной прямой с осью абсцисс. Вычислить величины  $l$ ,  $\epsilon_{\max}$  при  $U=0$  по формулам (2), (15а).

3. Построить зависимость тока от напряжения в линейном масштабе. В области больших прямых токов указать линейную область, найти последовательное сопротивление диода  $R_s$ , экстра-

поляцией линейной зависимости найти величину  $\varphi_K(\mathcal{I})$ , сравнить с  $\varphi_K(C)$ .

4. Построить вольт-амперную характеристику в области прямых токов в полулогарифмическом масштабе. Указать области, соответствующие формулам (22) и (25). Оценить ток насыщения из экстраполяции прямой и пересечения ее с осью ординат. Определить значение коэффициента  $c$  в формуле (24).

5. Построить зависимость дифференциальной проводимости диода от тока. Определить из наклона прямой  $\alpha$ . Сравнить его с величиной  $q/kT$ .

6. Вычислить значение дифференциального сопротивления  $r_d$  и построить зависимость  $r_d(1/\mathcal{I})$ . При больших токах в измерениях появляется систематическая ошибка, обусловленная влиянием емкости  $C_1$  на рис. 17. Поэтому в вычислениях следует ввести поправку на влияние этой емкости в соответствии с формулой (35).

Определить из пересечения экстраполированной прямой зависимости  $r_d(1/\mathcal{I})$  с осью ординат значение последовательного сопротивления  $R_s$  в соответствии с формулой (31).

**3. Исследование температурной зависимости.** Подключить через автотрансформатор к сети печь термостата. Выставить напряжение на автотрансформаторе 140—160 В.

Измерить зависимость дифференциальной проводимости от температуры при строго фиксированном значении прямого тока через диод. Ток диода выбирается в пределах 1—2 мА. Измерения проводить в интервале от комнатной температуры до  $\approx 90^\circ\text{C}$  с шагом 3—5°.

## Обработка результатов

Построить зависимость отношения дифференциальной проводимости  $g$  к величине прямого тока  $\mathcal{I}$  от  $1/T$  (см. формулу (30)). Определить, с какой точностью наклон прямой соответствует  $q/k$ .

**4. Исследование электрических свойств  $p$ — $n$ -перехода при температуре около 370 К.** Измерения полностью повторяют проведенные в упр. 2. Прежде всего необходимо установить стационарную температуру в термостате, близкой к температуре кипения воды. Перед началом измерений следует отметить значение температуры и в дальнейшем поддерживать ее постоянной, фиксируя напряжение на автотрансформаторе.

## Обработка результатов

1. Прodelать пять пунктов анализа результатов, описанных в упр. 2.

2. Построить на одном графике зависимости  $\ln \mathcal{I}$  от  $U$  в прямой ветви при двух  $T$ . Определить из пересечения прямых  $\mathcal{E}_g$ .



## 7. $p$ - $n$ -ПЕРЕХОДЫ В ВЫРОЖДЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУННЕЛЬНЫХ ДИОДОВ

Исследуются вольт-амперные характеристики, зависимости дифференциального сопротивления и дифференциальной емкости вырожденного  $p$ - $n$ -перехода от тока в GaAs-туннельном диоде.

### § 1. Введение

Туннельный эффект — одно из важных физических явлений, которое можно объяснить, только зная волновые свойства элементарных частиц [5, 6].

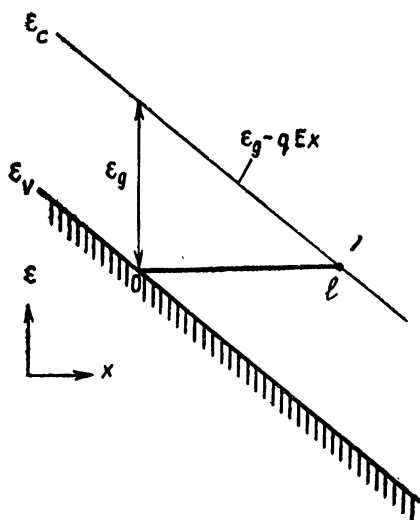


Рис. 18. Упрощенная энергетическая схема полупроводника, иллюстрирующая конфигурацию потенциального барьера при наличии электрического поля

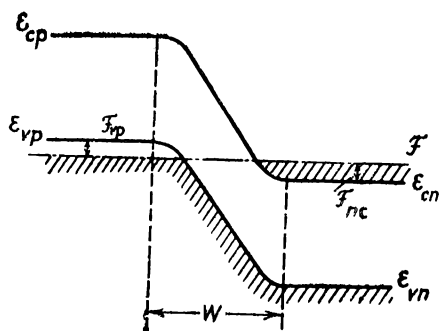


Рис. 19. Вырожденный  $p$ - $n$ -переход в равновесии. Заштрихованные области  $\epsilon < \mathcal{F}$  по определению заняты электронами. Область  $\epsilon_{vp} - \mathcal{F}_{vp}$  занята дырками

При движении электрона в твердом теле туннельный эффект проявляется в самых различных случаях. В частности, если в полупроводнике с шириной запрещенной зоны  $\epsilon_g$  создано однородное электрическое поле  $E$ , то возникает возможность перехода электрона из валентной зоны ( $v$ ) в зону ( $c$ ) проводимости за счет этого поля. На упрощенной энергетической диаграмме рис. 18 электрон для перехода из точки  $O$  (в  $c$ -зоне) в точку  $x$  (в  $v$ -зоне) должен преодолеть потенциальный барьер, энергия которого изменяется по закону  $\epsilon_g - qEx$ . По грубой аналогии с прохождением электрона через потенциальный барьер в вакууме вероятность перехода из зоны в зону будет равна

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \exp \left[ -\frac{2}{h} \int_0^l [2m(\mathcal{E}_g - qEx)]^{1/2} dx, \quad (36)$$

где  $m$  — величина размерности массы, представляющая собой комбинацию эффективных масс  $m_c$  и  $m_v$ .

Проведя интегрирование в показателе, с учетом (рис. 4), что  $qEl = \mathcal{E}_g$ , получим

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \exp \left( -\frac{4\sqrt{2}}{5} \frac{\sqrt{m}}{h} \frac{\mathcal{E}_g^{3/2}}{qE} \right).$$

Из этой формулы следует, что вероятность туннельного эффекта экспоненциально зависит от напряженности поля  $E$  (или соответственно от толщины барьера). При  $\mathcal{E}_g \simeq 1$  эВ и  $m = 0,1 m_0$  характерные поля, при которых величина  $\mathcal{L}$  резко изменяется от нуля до десятых долей единицы, порядка  $7 \cdot 10^5$  В/см. Толщина барьера  $l$  (соответствующая этим величинам  $\mathcal{E}_g$  и  $E$ ) порядка 100 Å. Эти характерные величины дают представление об условиях, при которых туннельный эффект в полупроводниках становится существенным.

**$p$ — $n$ -переход в вырожденном полупроводнике.** Сильное электрическое поле в области  $p$ — $n$ -перехода легко создать. Даже в отсутствие внешнего напряжения между  $p$ - и  $n$ -областями существует контактная разность потенциалов  $\phi_k$ , создающая в области  $p$ — $n$ -перехода пространственный заряд и электрическое поле. При однородном распределении примесей с концентрацией доноров  $N_d$  в  $n$ -области и акцепторов  $N_a$  в  $p$ -области ширина слоя пространственного заряда определяется формулами (11), (15). При  $l = 100$  Å,  $q\phi_k = \mathcal{E}_g \simeq 1$  эВ и  $\epsilon = 10$  концентрация примесей, при котором возможен заметный туннельный эффект в  $p$ — $n$ -переходе, оказывается порядка  $10^{19}$  см $^{-3}$ .

При таких больших концентрациях примесей полупроводник становится вырожденным (рис. 19), т. е. концентрации электронов и дырок в зонах подчиняются уже не статистике Больцмана, как это считалось для невырожденного  $p$ — $n$ -перехода, а статистике Ферми. Уровень Ферми  $\mathcal{F}$  в равновесии расположен выше дна зоны проводимости в  $n$ -области и ниже потолка валентной зоны в  $p$ -области.

Величины  $\mathcal{F}_{nc} = \mathcal{F} - \mathcal{E}_{cn}$  и  $\mathcal{F}_{vp} = \mathcal{E}_{vp} - \mathcal{F}$  определяют степень вырождения соответственно  $n$ - и  $p$ -областей полупроводника.

Согласно статистике Ферми в полупроводниках с простой параболической зависимостью энергии от квазимпульса, концентрации электронов и дырок при существенном вырождении ( $\mathcal{F}_{nc}, \mathcal{F}_{vp} > kT$ ) определяются формулами

$$n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_c \mathcal{F}_{1/2} \left( \frac{\mathcal{F}_{nc}}{kT} \right), \quad p = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_v \mathcal{F}_{1/2} \left( \frac{\mathcal{F}_{vp}}{kT} \right), \quad (37)$$

где  $N_c$  и  $N_v$  определяются формулой (2), а

$$\mathcal{F}_{1/2}(\xi) = \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2} dx}{\exp(x - \xi) + 1} \quad (38)$$

интеграл Ферми, протабулированный в зависимости от безразмерного аргумента  $\xi = \Delta\mathcal{F}/kT$  [7].

**Вольт-амперная характеристика туннельного диода.** Если  $p$ — $n$ -переход вырожден с обеих сторон, а толщина его настолько мала, что существенно туннельное просачивание электронов через потенциальный барьер, то вольт-амперная характеристика перехода приобретает качественно новые особенности по сравнению с рассмотренной выше.

Число туннельных переходов справа налево в интервале энергий от  $\mathcal{E}$  до  $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$  пропорционально числу занятых электронами состояний в  $c$ -зоне справа (рис. 19)

$$\mathcal{N}_c(\mathcal{E}) f_c(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$$

и числу свободных мест (дырок) в  $v$ -зоне слева

$$\mathcal{N}_v(\mathcal{E}) [1 - f_v(\mathcal{E})] d\mathcal{E}.$$

Здесь  $\mathcal{N}_c$ ,  $\mathcal{N}_v$ ,  $f_c$  и  $f_v$  есть соответственно плотности и функции заполнения электронных состояний с энергией  $\mathcal{E}$  в  $c$ - и  $v$ -зонах.

Полное число туннельных переходов справа налево равно

$$I_{cv} = A \int \mathcal{N}_c \mathcal{N}_v f_c (1 - f_v) \mathcal{Z}_{cv}(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$$

и соответственно слева направо

$$I_{vc} = A \int \mathcal{N}_v \mathcal{N}_c f_v (1 - f_c) \mathcal{Z}_{vc}(\mathcal{E}) d\mathcal{E}.$$

Здесь  $A$  — множитель, определяемый площадью перехода,  $\mathcal{Z}$  — вероятности туннельных переходов, а интегрирование ведется в области энергий, где подынтегральные выражения отличны от нуля. По условиям детального равновесия  $\mathcal{Z}_{cv} = \mathcal{Z}_{vc} = \mathcal{Z}$ . Отсюда непосредственно следует  $\mathcal{J}_{cv} = \mathcal{J}_{vc}$  и равенство нулю полного туннельного тока.

Если нарушить равновесие между зонами, приложив к  $p$ — $n$ -переходу напряжение, то функции  $f_c$  и  $f_v$  можно описать, как и в равновесии, функциями Ферми, считая, что в каждой зоне соответственно справа и слева имеется свой квазиуровень Ферми  $\mathcal{F}_n$  и  $\mathcal{F}_p$ :

$$f_c(\mathcal{E}) = \frac{1}{1 + \exp[(\mathcal{E} - \mathcal{F}_n)/kT]}, \quad f_v(\mathcal{E}) = \frac{1}{1 + \exp[(\mathcal{E} - \mathcal{F}_p)/kT]}.$$

В этом случае полный туннельный ток равен

$$\mathcal{J} = q(I_{cv} - I_{vc}) = qA \int \mathcal{N}_c \mathcal{N}_v (f_c - f_v) \mathcal{Z} d\mathcal{E}. \quad (39)$$

Что касается пределов интегрирования, то достаточно ограничиться областью энергий между краями зон  $\epsilon_{cn}$  и  $\epsilon_{vp}$  и соответствующими уровнями Ферми в зонах.

Рассмотрим качественно зависимость величины  $\mathcal{J}$  в (39) от приложенного к туннельному диоду внешнего напряжения  $U$ , которое определяет энергетическое расстояние между квазиуровнями Ферми по обе стороны перехода:  $qU = \mathcal{F}_n - \mathcal{F}_p$ .

Пусть к диоду приложено отрицательное напряжение (рис. 20, а). При энергиях, меньших  $\mathcal{F}_p$ , в валентной зоне слева велико

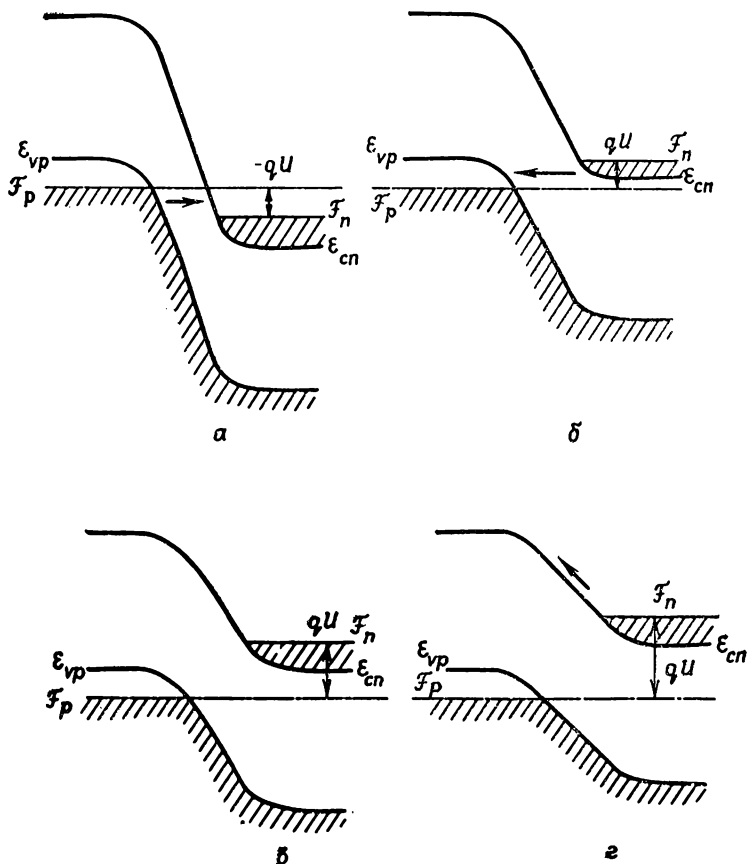


Рис. 20. Вырожденный  $p$ — $n$ -переход при различных внешних напряжениях:

а — обратное; б — малое прямое ( $qU < \Delta$ ); в —  $qU \sim \Delta$ ; г —  $qU > \Delta$  ( $\Delta = \mathcal{F}_{nc} + \mathcal{F}_{vp}$ )

число заполненных электронами состояний  $\mathcal{N}_{v|v}$ , напротив которых в  $n$ -области в зоне проводимости велико число пустых состояний

$\mathcal{N}_c(1-f_c)$  выше энергии  $\mathcal{F}_n$ . Туннельный ток электронов слева направо в этом случае будет велик, а обратный ток — мал.

Наибольший интерес в туннельном диоде представляет прямая часть вольт-амперной характеристики. На рис. 20, б показана энергетическая диаграмма в случае, когда к диоду приложено небольшое прямое смещение. Тогда туннельный ток определяется в основном электронами, переходящими с заполненных уровней  $c$ -зоны на пустые уровни в  $v$ -зоне. Этот ток (ветвь б на рис. 21) при равных напряжениях меньше тока (а) из-за меньших значений  $\mathcal{N}_c$  и  $\mathcal{N}_v$  и меньшей вероятности  $\mathcal{L}$  туннельного перехода.

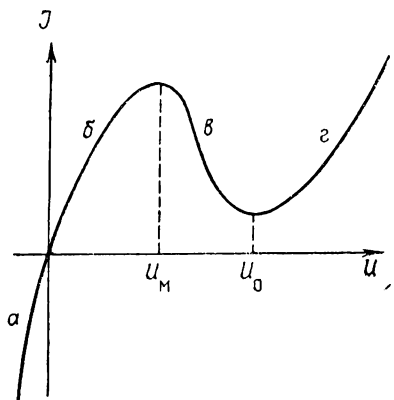


Рис. 21. Общий вид вольт-амперной характеристики туннельного диода

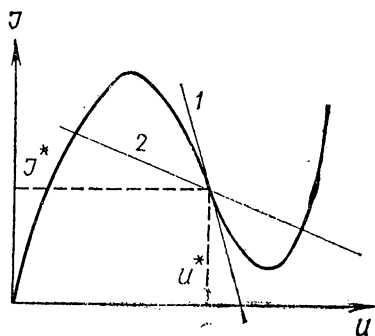


Рис. 22. К анализу параметров схемы включения туннельного диода. Вольт-амперная характеристика  $\mathcal{J} = f(U)$  с нагрузочными прямыми  $\mathcal{J} = (V - U)/R_n$ :  
1 — при  $R_n < r(U^*)$ ; 2 — при  $R_n > r(U^*)$

Рассмотрим рис. 20, в, характеризующий энергетическую диаграмму в случае  $U = U_0$ ,  $qU_0 = \mathcal{F}_{nc} + \mathcal{F}_{vp}$ . При этом нижний край  $v$ -зоны находится на уровне верхнего края  $c$ -зоны и для электронов с  $\mathcal{E} > \mathcal{E}_c$  нет соответствующих свободных состояний в  $v$ -зоне. Таким образом, при  $U \geq U_0$  туннельный ток должен быть равен нулю. На практике вблизи  $U = U_0$  ток не падает до нуля, а лишь становится малым. Причина этого заключается в большой концентрации примесных энергетических уровней в запрещенной зоне вырожденного полупроводника [1, 7].

В области прямых напряжений от нуля до  $U_0$  туннельный ток проходит через максимум, который должен быть при напряжении, несколько меньшем величины  $\mathcal{F}_{vp}$  (рис. 20, б). При сравнительно больших прямых смещениях  $U \geq U_0$  туннельные токи практически не идут. Однако возникает возможность обычного теплового перехода части электронов через потенциальный барьер и идет инжекция их в  $p$ -область. Аналогично идет инжекция дырок в  $n$ -область

(см. стрелки на рис. 20). Ток при таком механизме должен экспоненциально расти с напряжением. Этот участок на рис. 21 обозначен буквой «г».

При напряжении порядка  $U_0$  должен наблюдаться минимум тока в туннельном диоде. Это напряжение непосредственно связано со степенями вырождения:

$$qU_0 = \mathcal{F}_{nc} + \mathcal{F}_{vp}.$$

Важная особенность вольт-амперной характеристики туннельного диода (рис. 21) — отрицательный наклон на участке *в*.

**Особенности схем с отрицательным сопротивлением.** Если вольт-амперная характеристика какого-либо устройства имеет участок с отрицательным наклоном, то говорят, что на этом участке устройство имеет *отрицательное дифференциальное сопротивление*:

$$r_d = \frac{dU}{d\mathcal{I}} < 0.$$

Иногда удобнее пользоваться положительной величиной

$$\bar{r} = -r_d = -\frac{dU}{d\mathcal{I}}.$$

В случае вольт-амперной характеристики, такой, как у туннельного диода (ее называют «*N*-образной»), при данном значении тока могут быть три значения напряжения. Это определяет некоторые особенности поведения туннельного диода при включении его в электрическую цепь.

Рассмотрим случай, когда последовательно с диодом в цепи постоянного тока включено лишь активное сопротивление  $R_n$  (рис. 22).

Уравнения для этой цепи имеют вид

$$\mathcal{I} = f(U), \quad V = U + \mathcal{I}R_n. \quad (40)$$

Первое уравнение представляет вольт-амперную характеристику, а второе — прямую, определяемую нагрузкой ( $U$  — падение напряжения на диоде). Пересечение этих кривых на плоскости  $\mathcal{I}$ ,  $U$  представляет решение системы уравнений (40). Оно соответствует стабильным значениям тока и напряжения (рис. 22), если кривые пересекаются в одной точке (прямая 1). Если же они пересекаются в трех точках (прямая 2), то необходимо дополнительно исследовать вопрос о том, какое из трех решений отвечает стабильному (устойчивому относительно флуктуаций) току в цепи.

Для точки пересечения в отрицательной области  $\mathcal{I}^*$ ,  $U^*$ , продифференцировав уравнения (40), получим

$$\Delta V = \Delta U + \Delta \mathcal{I} R_n,$$

$$\Delta \mathcal{I} = \frac{df}{dU} \Delta U = -\frac{1}{\bar{r}} \Delta U.$$

Отсюда следует

$$\Delta U = \frac{1}{1 - R_n/\bar{r}} \Delta V.$$

Если в точке  $U^*$

$$R_n < \bar{r}, \quad (41)$$

то изменения  $\Delta U$  будут больше  $\Delta V$  по абсолютной величине и того же знака. Такое свойство туннельного диода дает возможность усиления электрических сигналов с коэффициентом усиления

$$M = \frac{1}{1 - R_n/\bar{r}}.$$

С ростом  $R_n$  и приближением его к  $\bar{r}$  величина  $M$  стремится к бесконечности. Тогда  $U^*$  будет нестабильной. При  $R_n > \bar{r}$  в системе либо будут возникать автоколебания (начнется генерация), либо система перейдет скачком в другое устойчивое состояние, соответствующее точке пересечения нагрузочной прямой с другими ветвями кривой  $\mathcal{J} = f(U)$ .

Таким образом, при включении туннельного диода в цепь для получения стабильного значения тока в области отрицательного сопротивления необходимо соблюдать условие (41).

**Эквивалентная схема туннельного диода; критическая частота.** Для описания поведения диода на переменном токе характеристики недостаточно. Прежде всего, последовательно с  $p$ — $n$ -переходом всегда включено омическое сопротивление толщи полупроводника и контактов, которые обозначим через  $R_s$ . Кроме этого диод имеет дифференциальную емкость  $C$ , которая определяется формулой (27).

Эквивалентную схему туннельного диода для малых переменных сигналов в области отрицательного наклона можно представить в виде, показанном на рис. 23, а.

Полное комплексное сопротивление этой цепи

$$Z = \frac{1}{-\bar{r} + i\omega C} + R_s.$$

Отсюда следует, что реальная часть полного комплексного сопротивления отрицательна лишь до частоты  $\omega_{кр}$  (определяемой равенством  $\text{Re } Z = 0$ ):

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{\bar{r}}{R_s} - 1} \cdot \frac{1}{\bar{r}C}. \quad (42)$$

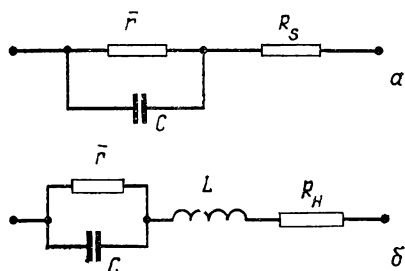
Поскольку в туннельных диодах, применяемых на практике,  $R_s \ll \bar{r}$ , критическую частоту можно выразить приближенно:

$$f_{кр} = \frac{\omega_{кр}}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{\bar{r}R_s}C}. \quad (43)$$

На частотах выше критической емкость  $C$  настолько сильно шунтирует отрицательное сопротивление, что падение напряжения на последовательном активном сопротивлении  $R_s$  становится больше падения напряжения на  $\bar{r}$ . Диод теряет возможность усиливать или генерировать электрические колебания.

Рассмотрим цепочку, состоящую из диода с элементами  $\bar{r}$  и  $C$ , последовательно соединенного с индуктивностью  $L$  и сопротивлением нагрузки  $R_H$  (рис. 23, б).

Рис. 23. а — Эквивалентная схема туннельного диода; б — цепочка  $\bar{r}$ ,  $C$ ,  $L$ ,  $R_H$  (к анализу параметров схемы, содержащей ТД)



Полное эквивалентное сопротивление такого контура

$$\begin{aligned} Z_k &= \frac{1}{-\frac{1}{\bar{r}} + i\omega C} + i\omega L + R_H = \\ &= -\frac{\bar{r}}{1 + \omega^2 \bar{r}^2 C^2} + R_H - i\omega \left( \frac{\bar{r}^2 C}{1 + \omega^2 \bar{r}^2 C^2} - L \right). \end{aligned} \quad (44)$$

Условие того, что этот контур будет в резонансе с частотой  $\omega_{\text{рез}}$ , есть  $\text{Im } Z_k = 0$ . Из уравнения (44) следует, что

$$\omega_{\text{рез}}^2 = \frac{1}{LC} - \frac{1}{\bar{r}^2 C^2}. \quad (45)$$

Условие того, что потери колебательной энергии, определяемые величиной  $R_H$ , на частоте  $\omega_{\text{кр}}$  равны прибыли колебательной энергии за счет отрицательного сопротивления  $-\bar{r}$ , есть  $\text{Re } Z_k = 0$ .

Аналогично (42) имеем

$$\omega_{\text{кр}}^2 = \frac{1}{\bar{r} R_H C^2} - \frac{1}{\bar{r}^2 C^2}. \quad (46)$$

Ясно, что если  $\omega_{\text{рез}} > \omega_{\text{кр}}$ , то в контуре не могут возбудиться автоколебания, так как на резонансной частоте случайные колебания не усиливаются. Если же  $\omega_{\text{рез}} < \omega_{\text{кр}}$ , то в контуре возбуждятся автоколебания. Следовательно, для того чтобы стабильно находиться в точке вольт-амперной характеристики с отрицательным сопротивлением  $\bar{r}$ , необходимо соблюдать условие  $\omega_{\text{рез}} > \omega_{\text{кр}}$ .



Из уравнений (45) и (46) получаем

$$R_n > \frac{L}{rC}. \quad (47)$$

Это ограничение должно быть выполнено совместно с условием стабильности по постоянному току (41). Поэтому в схемах исследования туннельных диодов для обеспечения стабильности требуются возможно меньшие паразитные индуктивности вводов  $L$ .

## § 2. Экспериментальная установка и методика измерений

**Исследование вольт-амперной характеристики.** Для исследования вольт-амперной характеристики необходимо стабилизировать напряжение на диоде, особенно на участке с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Одна из простых схем, позволяющих осуществить такую стабилизацию, представлена на рис. 24.

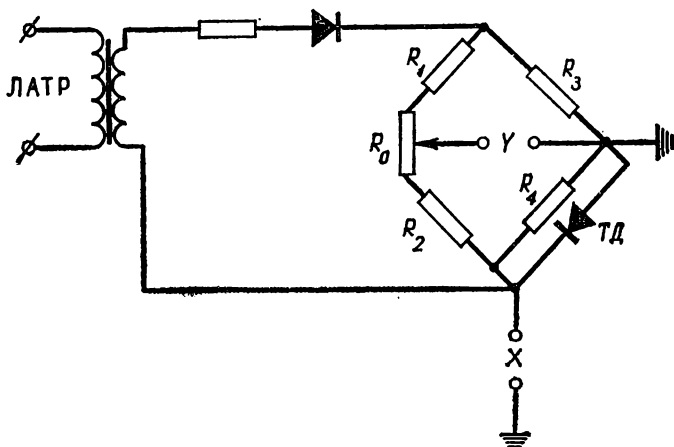


Рис. 24. Схема исследования вольт-амперных характеристик туннельного диода

Туннельный диод (ТД) включен параллельно низкоомному плечу моста  $R_4$ . Сопротивление  $R_0$ , малое по сравнению с  $R_1$  и  $R_2$ , служит для балансирования моста при отключенном диоде. На одну диагональ моста подается либо переменное напряжение от трансформатора (ЛАТР) при осциллографическом наблюдении вольт-амперной характеристики, либо напряжение от источника постоянного тока — при снятии характеристики по точкам. При условии  $R_1 = R_2$ ,  $R_3 = R_4$  (которое соблюдено в схеме), если мост сбалансирован без ТД, то при подключении его на диагонали моста появляется напряжение  $U_J$ , пропорциональное току  $J$  через диод:

$$U_J^* = \frac{R_4}{2} J.$$

Это позволяет получить вольт-амперную характеристику на экране осциллографа, подавая на его вход напряжения непосредственно с диода и с диагонали моста, или снять вольт-амперную характеристику по точкам, измеряя эти напряжения приборами.

Сопротивление в цепи питания служит для ограничения тока; диод в той же цепи отсекает один полупериод и тем самым исключает протекание больших токов через  $TД$  при отрицательном смещении.

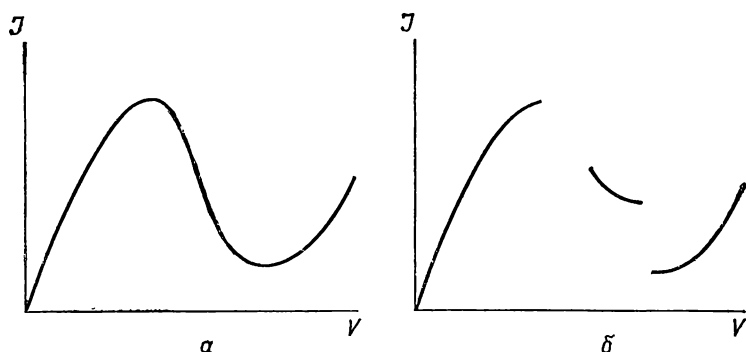


Рис. 25. Вид вольт-амперных характеристик  $TД$  на экране осциллографа:  
 $a$  — неискаженная;  $b$  — при индуктивности цепи  $L$  больше допускаемой (22)

Для получения неискаженной вольт-амперной характеристики (рис. 25) важно, чтобы выполнялись условия устойчивости не только по постоянному току (41), но и по переменному току (47). Для этого сопротивление  $R_4$  должно быть мало (в схеме  $R_4 = 7,5$  Ом). Для уменьшения индуктивности вводов диод подключается к мосту специальным массивным держателем, в который впаяно и сопротивление  $R_4$ . Если индуктивность оказывается больше допускаемой (47), то характеристика искажается за счет возникновения колебаний. Обычно частота этих колебаний бывает достаточно высока и на экране осциллографа (как и при снятии вольт-амперной характеристики на постоянном токе) видна лишь их огибающая (рис. 25).

**Измерение емкости  $p$ — $n$ -перехода.** Для измерения емкости туннельного диода используется резонансный метод по схеме замещения (рис. 26).

При отключенном диоде контур, состоящий из индуктивности и переменной емкости, настраивается в резонанс при некотором ее значении  $C_1$ .

Индикация резонанса производится по минимуму показаний катодного вольтметра, напряжение на который подается с сопротивления  $R$ , включенного последовательно с контуром.

При включении параллельно емкости  $TД$  контур настраивается на ту же резонансную частоту уменьшением переменной емкости. Искомая емкость диода будет равна разности этих двух показаний:

$$C = C_1 - C_2.$$

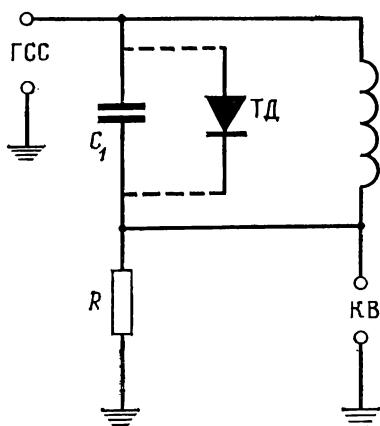


Рис. 26. Принципиальная схема измерения емкости туннельного диода

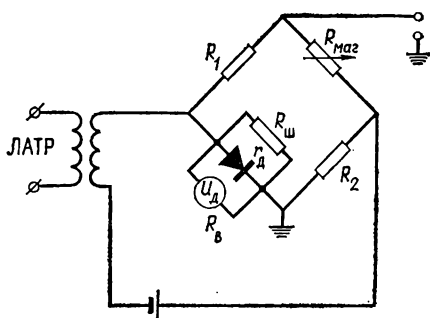


Рис. 27. Принципиальная схема измерения дифференциального сопротивления туннельного диода

Измерения емкости  $TД$  представляют трудности на участках вольт-амперной характеристики, где дифференциальное сопротивление мало и может шунтировать контур. Легче всего проводить измерения в ее минимуме, где дифференциальное сопротивление стремится к  $\infty$  и крутизна характеристики мала. Измерения в максимуме проводить труднее, ибо в этом случае (ввиду большой кривизны характеристики) нужно обеспечить не только малую амплитуду подаваемого сигнала (5—50 мкВ), но и очень высокую стабильность источника постоянного смещения.

Если при емкостных измерениях напряжение на диоде попадет в область неустойчивости, то в контуре возбудятся собственные колебания и измерения станут невозможными.

**Измерение дифференциального сопротивления.** Для измерения  $r_d$  диод включается в мост переменного тока (рис. 27). Плечи моста составляют известные сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , магазин сопротивления  $R_{\text{маг}}$  и  $TД$  с шунтом.

Чтобы паразитные индуктивности и емкость не могли повлиять на измерения, магазин сопротивления должен быть безреактивным.

На одну диагональ моста через трансформатор подается переменное напряжение и через вторичную обмотку трансформатора — постоянное смещение. Амплитуда переменного сигнала должна быть малой ( $\sim 100$  мкВ), что связано с очень большой кривизной вольт-амперной характеристики в области максимума тока. При измерении дифференциального сопротивления в области минимума тока амплитуда сигнала может быть на порядок больше ( $\sim 1$  мВ).

Трансформатор разделяет источники постоянного и переменного напряжений и позволяет заземлить нужную точку моста. Постоянное напряжение подается так, чтобы цепь смещения не влияла на измерения. Во вторую диагональ моста включен индикатор нуля (осциллограф). При балансе моста сопротивление параллельно соединенных диода и шунта равно  $R_x = R_1 R_2 / R_{\text{маг}}$ , а дифференциальное сопротивление диода

$$r_d = \frac{R_{\text{ш}} \cdot R_x}{R_{\text{ш}} - R_x}.$$

При измерении напряжения на диоде внутреннее сопротивление вольтметра  $R_v$  может быть сравнимо с сопротивлением шунта, и полное шунтирующее сопротивление, входящее в эту формулу,

включает и  $R_v$ :  $R_{\text{ш}}^* = \frac{R_v R_{\text{ш}}}{R_v + R_{\text{ш}}}$ . Если сначала мост сбалансировать

без диода, то  $R_{\text{маг}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_{\text{ш}}^*}$  и, таким образом,

$$r_d = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_{\text{маг}} - R_{\text{маг}}^0},$$

где  $R_{\text{маг}}$  — сопротивление магазина при балансе моста с подключенным ТД.

При разных пределах милливольтметра значение  $R_{\text{маг}}^0$  может меняться, что надо учитывать при измерениях. В данной схеме произведение  $R_1 \cdot R_2 = 700 \text{ Ом}^2$ .

Типичная зависимость  $r_d$  от смещения показана на рис. 28.

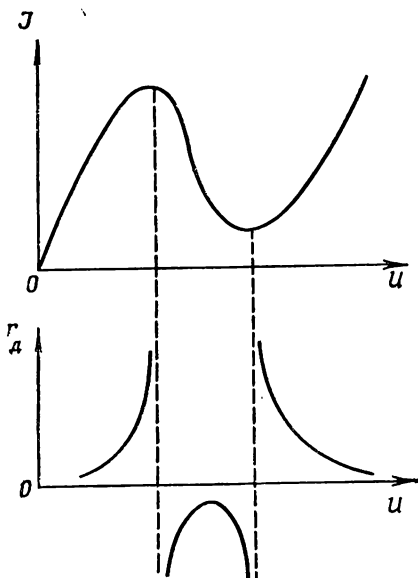


Рис. 28. Типичная зависимость дифференциального сопротивления  $r_d$  от напряжения, отнесенная к соответствующей вольт-амперной характеристике

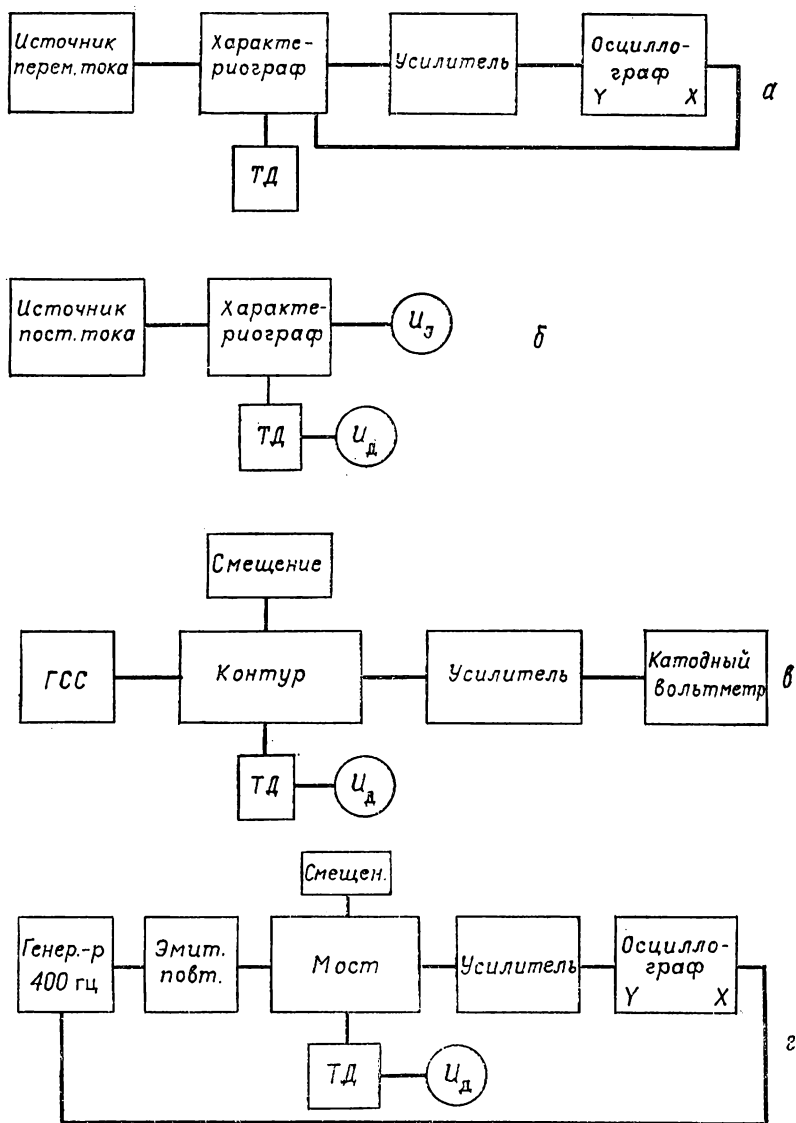


Рис. 29. Блок-схемы:  
 а — осциллографического наблюдения вольт-амперной характеристики;  
 б — снятия вольт-амперных характеристик по точкам; в — измерения емкости  $p-n$ -перехода; г — измерения дифференциального сопротивления  $TД$

**Экспериментальная установка.** На рис. 29 представлена блок-схема установки: а) осциллографического наблюдения характеристик; б) снятия вольт-амперной характеристики по точкам; в) измерения емкости перехода; г) измерения дифференциального сопротивления.

Схемы характериографа, измерений емкости и дифференциального сопротивления собраны в одном экранированном блоке (далее будем называть его «блоком»), передняя панель которого со-

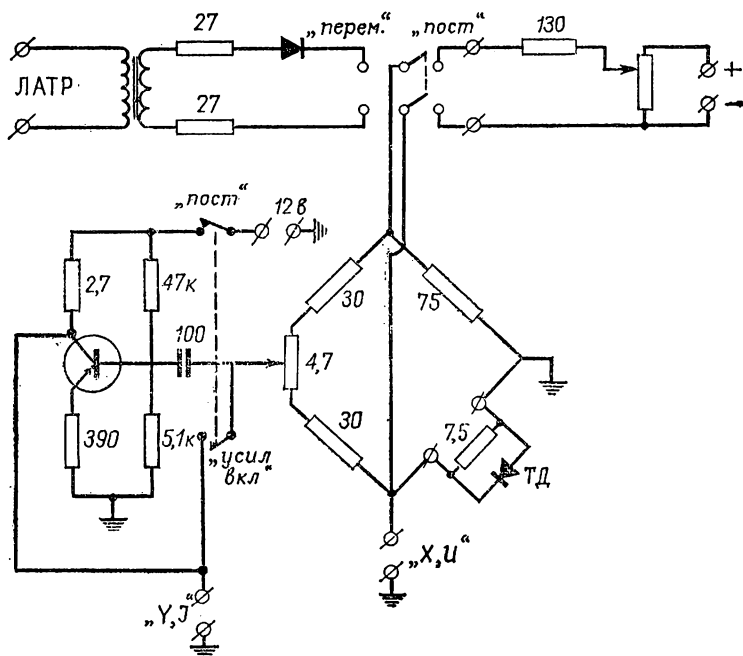


Рис. 30. Схема характериографа. Слова в кавычках — соответствующие надписи на передней панели блока

ответственно разделена на три части, так что выводы элементов различных схем четко разделены. Все эти схемы соединяются с блоком источника питания («блок ИП») и подключаемыми извне измерительными приборами с помощью соответствующих выводов и клемм на передней или задней панели блока.

Схема характериографа показана на рис. 30. Мост тумблером «перем, пост» подключается либо к входному трансформатору, либо к источнику постоянного напряжения.

При осциллографическом наблюдении вольт-амперной характеристики входной трансформатор питается от автотрансформатора. Напряжение на усилитель горизонтального отклонения осциллографа подается непосредственно с диода через фишку «X, V».

Напряжение на усилитель вертикального отклонения осциллографа подается через фишку «У,  $\mathcal{J}$ » либо непосредственно с диагонали моста (при этом тумблер «усил» стоит в положении «пост»), либо через предварительный усилитель, собранный на транзисторе П-14 (при этом включается тумблер «усил»).

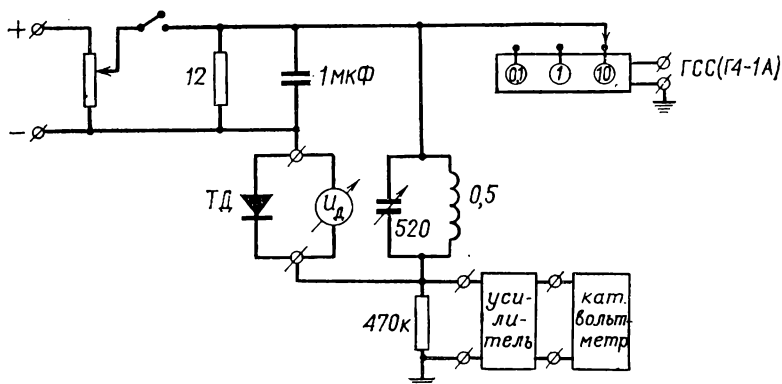


Рис. 31. Рабочая схема измерения емкости туннельного диода

При снятии характеристики по точкам источник напряжения подключается к клеммам «питание моста» (с соблюдением полярности). Тумблеры ставятся в положение «пост». В этом случае через фишку «У,  $\mathcal{J}$ » с диагонали моста и через фишку «Х, V» с диода напряжения подаются соответственно на милливольтметр  $U_A$  (со шкалой до 50 мВ) и на милливольтметр  $U_D$  (со шкалой до 1500 мВ). Ручка переменного сопротивления (4,7 Ом), используемого для балансировки моста, выведена на переднюю панель («баланс моста»).

Блок ИП усилителей и генератора подключается к клеммам «12 В».

Схема измерения емкости показана на рис. 31. Сигнал с частотой 10 МГц подается от генератора стандартных сигналов Г4-1А через переходную колодку (делитель 0,1; 1; 10) на последовательную цепь контура и сопротивления 470 кОм. Регулируемое постоянное смещение на диод подается с сопротивления 12 Ом, включенного параллельно диоду через индуктивность контура. Емкость 1 мкФ подключена для того, чтобы 12 Ом не вносили потерь в контур. Сигнал с сопротивления 470 кОм поступает на резонансный усилитель на 10 МГц. Индикатором служит катодный милливольтметр В-3, по минимуму амплитуды на котором наблюдается резонанс контура.

Для измерений емкости туннельный диод устанавливается в держателе, не имеющем шунтирующего сопротивления. Диод и прибор, контролирующий смещение на нем, подключаются к клеммам «ТД» в центре передней панели. Смещение устанавливается

источником постоянного тока, при этом переключатель на выходе источника стоит в положении «Упр. 3, 4». Питание к усилителю 10 МГц подключается на задней панели одновременно с питанием других схем. Схема включается тумблером в центре передней панели блока. Ручка регулировки переменной емкости также выведена на переднюю панель.

Схема измерения дифференциального сопротивления показана на рис. 32. Диод в держателе с шунтом

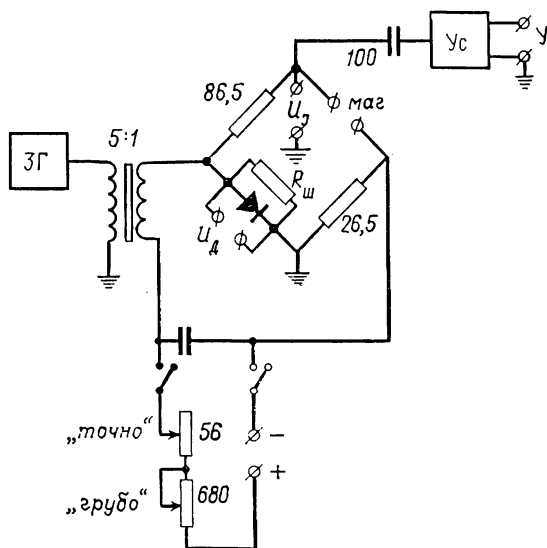


Рис. 32. Рабочая схема измерения дифференциального сопротивления туннельного диода. 3Г — генератор переменного тока, Ус — усилитель

включается в мост через клеммы «ТД» в правой нижней части передней панели блока. Клеммы 1—2 служат для подключения милливольтметра  $U_d$ , измеряющего смещение на диоде. К клеммам «МАГ» подключен безреактивный магазин сопротивлений МСРБ-48.

В генераторе переменного напряжения с частотой 400 Гц (3 Г) амплитуду сигнала на выходе можно плавно менять от 0 до 1 В. Сигнал с 3Г поступает на первичную обмотку трансформатора.

В качестве индикатора нуля используется тот же осциллограф, что и для наблюдения вольт-амперных характеристик. Напряжение развертки на ось X подается непосредственно с выхода генератора. Напряжение, снимаемое с измерительной диагонали моста, усиливается усилителем.

Сигнал на осциллограф снимается с коаксиальных фишек в правой части передней панели. Мост считается скомпенсирован-



ным, когда эллипс на экране вырождается в горизонтальную прямую. При больших сигналах этого не будет за счет нелинейных искажений.

При большом усилении по оси  $Y$  и малом сигнале на экране могут наблюдаться наводки 50 Гц. Для индикации нуля можно использовать и внутреннюю развертку осциллографа; тогда можно наблюдать, какая часть нескомпенсированного сигнала обусловлена наводками.

### § 3. Упражнения

#### 1. Осциллографическое наблюдение вольт-амперной характеристики.

1. Подать питание 12 В на усилитель. Подключить к сети ЛАТР (проверив, что ручка регулировки стоит на нуле). Подключить фишки « $X$ » и « $Y$ » к осциллографу. Включить осциллограф в режиме усиления по « $X$ » и « $Y$ ». Поставить тумблер «перем—пост» в положение «перем», тумблер «усил» — в положение «пост». Подключить к клеммам « $ТД$ » держатель с шунтирующим сопротивлением без диода.

2. Сбалансировать мост. Для этого ручкой ЛАТРа повышать переменное напряжение до появления на экране осциллографа прямой линии. Ручкой «баланс моста» привести прямую в горизонтальное положение. Включить тумблер «усил» и проделать то же самое (следует заметить, что неточность балансировки может приводить к искажению наблюдаемой характеристики  $ТД$ ). Выключить усилитель. Убрать переменное напряжение ручкой ЛАТРа.

3. Подключить к держателю туннельный диод, соблюдая полярность («+» на узкой части диода). Увеличивая напряжение ручкой ЛАТРа, наблюдать вольт-амперную характеристику  $ТД$  (проделывать это при выключенном и включенном усилителе).

4. Уменьшить напряжение так, чтобы на вольт-амперной характеристике не было восходящей ветви; перевернув держатель, поменять полярность диода; наблюдать и зарисовать обратную ветвь вольт-амперной характеристики. Желательно не изменять усиления по осям « $X$ » и « $Y$ », чтобы ветви разной полярности были видны в одном масштабе.

5. Убрать напряжение на ЛАТРе, тумблеры поставить в положение «пост», вынуть диод из держателя. Выключить осциллограф.

#### 2. Снятие вольт-амперной характеристики на постоянном токе.

1. Подключить фишки « $X$ » и « $Y$ » левой части блока к соответствующим милливольтметрам (рис. 30).

2. Подключить держатель с шунтирующим сопротивлением к клеммам « $ТД$ » без диода. Тумблеры стоят в положении «пост», переключатель справа от блока  $ИП$  — «Упр. 1, 2». Включить смещение диода, проверив, выведены ли ручки регулировки на минимум. Установить смещение по милливольтметру  $U_d$  около 100 мВ.

Ручкой «баланс моста» установить показание милливольтметра на 0.

3. Убрать смещение; переключить милливольтметр  $U_{\mathcal{Z}}$  на 20 или 50 мВ (в зависимости от исследуемого диода). Вставить диод в держатель. Увеличивая смещение, снять зависимости тока от напряжения через 10 мВ до максимума; затем через 20—50 мВ до значения тока в восходящей ветви («г» на рис. 21), примерно равного току в максимуме. При переключении шкалы ручкой «баланс моста» устанавливать ток  $TД$ , который был до переключения, или дополнительно балансировать мост при новом пределе шкалы. Отметить напряжение и токи максимума и минимума. Убрать смещение.

4. Вынуть диод из держателя. Поставить шкалу милливольтметра  $U_{\mathcal{D}}$  в положение 150 мВ и вновь сбалансировать мост без диода. Включить диод в обратной полярности и снять зависимость тока от напряжения в интервале токов от нуля до значений, примерно равных току в максимуме прямой ветви (ставить точки через  $\sim 5\text{мВ}$ ).

Результаты рекомендуется записать в виде таблицы

$U_{\mathcal{D}}$ , мВ	$U_{\mathcal{Z}}$ , мВ	$\mathcal{Z} = U_{\mathcal{Z}}/3,75$ , мА

### 3. Измерение емкости $p$ — $n$ -перехода.

1. Включитель генератор Г4-1А и катодный вольтметр ВЗ-3.

2. Подать питание на усилитель и смещение в средней части блока, включив тумблеры «емкость». Переключатель на блоке ИП поставить в положение «Упр. 3, 4». Тумблеры питания левой и правой частей блока должны быть выключены.

3. На вход усилителя 10 МГц (вход «УС») подать сигнал от Г4-1А; выход усилителя подключить в ВЗ-3 (шкала 30 мВ); найти резонансную частоту. Отключить генератор от усилителя.

4. С помощью перемычки соединить вход усилителя с коаксиальной фишкой «выход 1», а сигнал с Г4-1А ( $\sim 1$  мВ) подать на клеммы «ГСС» блока. Изменяя переменную емкость, настроить контур в резонанс (минимальное отклонение на ВЗ-3). Записать найденное значение емкости  $C_1$ .

5. Подключить диод в держателе без шунта и милливольтметр  $U_{\mathcal{D}}$ , измеряющий смещение. Ручками «раб. точка», сопротивлением

на выходе источника питания и ручкой его регулировки установить смещение, при котором наблюдается минимум тока. Заметить положение стрелки прибора источника питания. Отключить милливольтметр  $U_d$ , чтобы он не шунтировал контур. Если при этом возникнет генерация в схеме, увеличить смещение до исчезновения генерации, а затем вернуть в прежнее положение (контроль по правой шкале прибора источника питания). Снова настроить контур в резонанс и записать значение емкости  $C_2$ . Разность значений ( $C_1 - C_2$ ) равна емкости туннельного диода  $C_d$  в минимуме вольт-амперной характеристики. Величина  $C_d$  может быть мала, порядка нескольких пФ, и следует возможно точнее проверить отсчет  $C_1$  и  $C_2$ , повторяя его несколько раз. Тем же методом рекомендуется измерить емкость на отрицательном участке характеристики и в максимуме, если при этом не возникает неустойчивости напряжения на диоде.

6. Выключить генератор, смещение, усилитель, катодный вольтметр. Отсоединить диод.

7. Измерить площадь  $p$ - $n$ -перехода вскрытого туннельного диода аналогичной конструкции (под микроскопом). Обратить внимание на точность как непосредственных измерений линейных размеров, так и вычисленной площади.

#### 4. Измерение дифференциального сопротивления.

Включить тумблеры «мост» и «смещение» и тумблер 3, 4 на выходе блока ИП. Включить 12 В блока ИП. Подключить к схеме магазин МСРБ-48 и осциллограф-индикатор нуля. Присоединить к клеммам в правой части блока милливольтметр  $U_d$  для измерения смещения и держатель с шунтом без диода.

Сбалансировать мост при различных шкалах милливольтметра (150—1500 мВ) и записать значения  $R_{\text{маг}}^0$ .

Подключить диод. Ручки «грубо» и «плавно» на блоке и ручку потенциометра «мост—емкость» поставить в крайнее правое положение.

Измерить дифференциальное сопротивление диода в зависимости от смещения, регулируя его ручкой изменения напряжения на правой части блока питания.

В ходе измерений бывает удобным установить ожидаемое значение  $R_{\text{маг}}^0$  и изменять напряжение смещения так, чтобы свести к минимуму показания индикатора нуля.

Следить по экрану осциллографа за малостью амплитуды, чтобы в переменном сигнале составляющая второй гармоники была пренебрежимо мала; регулировать амплитуду ручкой « $V_{\text{ген}}$ » в правой части блока. Измерения проводить примерно для тех же значений  $U_d$ , что и в упр. 2.

Выключить генератор, усилитель, смещение тумблером на блоке. Вывести до нуля регулятор напряжения на блоке ИП и затем выключить его.

Результаты рекомендуется записать в виде таблицы

$U_d$ , мВ	$R_{\text{маг}}^0$ , Ом	$R_{\text{маг}}$ , Ом	$R_{\text{маг}} - R_{\text{маг}}^0$ , Ом	$r_d = \frac{700}{R_{\text{маг}} - R_{\text{маг}}^0}$ , Ом
------------	-------------------------	-----------------------	--	--

### Обработка результатов

1. Построить вольт-амперную характеристику, определить точки  $U_m$  и  $U_0$ .
2. Представить на графике зависимость  $r_d(U_d)$ , взяв масштаб по оси  $U$  такой же, как и для вольт-амперной характеристики, и поместив кривую под этой характеристикой.
3. Пользуясь обоими графиками, представить результаты измерений  $r_d$  в области восходящего участка ( $U > U_0$ ) в виде функций от  $1/\mathcal{J}$  и определить из экстраполяции к оси ординат величину  $R_s$ .
4. Вычислить  $\mathcal{F}_{nc}$  и  $\mathcal{F}_{vp}$ , предполагая, что  $qU_0 = \mathcal{F}_{nc} + \mathcal{F}_{vp}$  и что  $qU_m \approx \mathcal{F}_{nc}$  (последнее справедливо для диодов из GaAs, изготавливаемых вплавлением донорной примеси олова в  $p$ -базу).
5. Вычислить  $n_n$  и  $p_p$ , пользуясь формулами (37), таблицами значений интегралов Ферми [7] и взяв эффективные массы для GaAs равными  $m_c = 0,07 m_0$ ;  $m_v = 0,66 m_0$ . Предполагая  $n_n \cong N_d$ ,  $p_p \cong N_a$ , вычислить приведенную концентрацию  $N^*$  по формуле (15а).
6. Вычислить емкости диода в точке перегиба отрицательного участка и в нуле вольт-амперной характеристики, пользуясь измеренным значением  $C(U_0)$  и формулой (27), предполагая  $\varphi_k$  для GaAs при 300 К равным 1,4 В.
7. Вычислить ширину  $l$  области пространственного заряда при  $U=0$ , пользуясь значениями емкости  $C$  при  $U=U_0$  и площади  $S$ . Оценить электрическое поле и приведенную концентрацию  $N^*$  по формуле (28), предполагая  $\varphi_k = 1,4$  В.
8. Вычислить по формулам (42), (43) критическую частоту в точке перегиба вольт-амперной характеристики, пользуясь измеренным значением  $r_d$  в этой точке и вычисленными значениями  $R_s$  и  $C$ .

## 8. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНЗИСТОРОВ С $p$ — $n$ -ПЕРЕХОДАМИ

Исследуются вольт-амперные характеристики и дифференциальные параметры германиевых  $p$ — $n$ — $p$ -транзисторов.

### § 1. Введение

**Общая характеристика процессов.** Полупроводниковый триод—транзистор—это прибор с тремя контактами, позволяющий усиливать и нелинейно преобразовывать электрические сигналы

(рис. 33). Принципом одного из важнейших типов полупроводниковых триодов является взаимодействие токов двух близко расположенных  $p-n$ -переходов. Все они представляют собой полупроводниковые кристаллы, содержащие две области одного типа проводимости, разделенные областью другого типа проводимости, — структуры типа  $p-n-p$  или  $n-p-n$ . Каждая область снабжена омическим контактом, к которому подводится внешний провод.

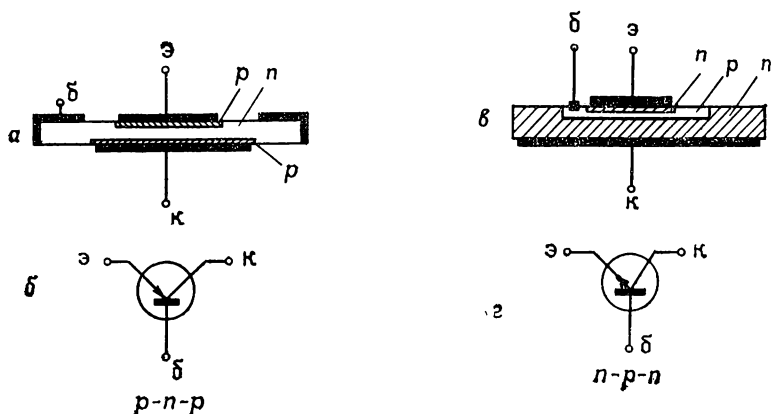


Рис. 33. Схематическое изображение конструкций транзисторов: а — сплавной, типа  $p-n-p$ ; б — диффузионный, типа  $n-p-n$ ; в и г — условные обозначения транзисторов в схемах

Рассмотрим структуру типа  $p-n-p$  (рис. 33). В  $p$ -областях проводимость осуществляется основными носителями (дырками) и неосновными носителями (электронами); в средней  $n$ -области — основными (электронами) и неосновными (дырками). Если толщина средней области — базы — мала по сравнению с диффузионной длиной дырок, то проникающие через один  $p-n$ -переход дырки могут, не успевая прорекомбинировать с электронами, приближаться к другому  $p-n$ -переходу и участвовать в токе через него. Взаимодействие токов двух переходов будет сильно зависеть от знака и величины приложенных к ним внешних напряжений.

Пусть к одному из  $p-n$ -переходов — эмиттеру — приложено внешнее напряжение  $U_э$  в прямом направлении, т. е. плюс — к эмиттерной  $p$ -области, минус — к  $n$ -базе (рис. 34). К другому переходу — коллектору — приложено напряжение  $U_к$  в обратном направлении, т. е. плюс — к  $n$ -базе, минус — к коллекторной  $p$ -области. При такой полярности напряжения потенциальный барьер в эмиттерном переходе понижен и дырки из эмиттера могут переходить в базу; сопротивление эмиттера  $r_э$  поэтому невелико. Дырки из коллекторной  $p$ -области не могут переходить в базу, так как

потенциальный барьер в коллекторном переходе велик; сопротивление этого перехода  $r_k$  много больше  $r_э$ .

Однако для перехода дырок из базы знак коллекторного потенциала соответствует прямому направлению. Поэтому дырки, инжектированные эмиттером в базу, затягиваются коллекторным полем и меняют ток в цепи коллектора. Если рекомбинация инжектированных дырок в  $n$ -области незначительна (это можно достигнуть, сделав базу достаточно тонкой), то изменение тока коллектора оказывается почти равным изменению тока эмиттера, т. е. «коэффициент усиления по току»  $\alpha \approx 1$ . Так как при этом  $r_k \gg r_э$ , то в транзисторе возможно усиление сигналов по напряжению (с коэффициентом  $K_u$ ):

$$K_u = \frac{\Delta U_k}{\Delta U_э} \approx \alpha \frac{r_k}{r_э} \cdot \frac{R_n}{r_k + R_n} = \alpha \frac{R_n}{r_э} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_n}{r_k}}$$

Здесь  $R_n$  — сопротивление нагрузки в цепи коллектора,  $\Delta U_k / \Delta U_э$  — отношение изменений соответствующих напряжений.

На рис. 34, б и 35 показано, как разделяются токи. Часть тока

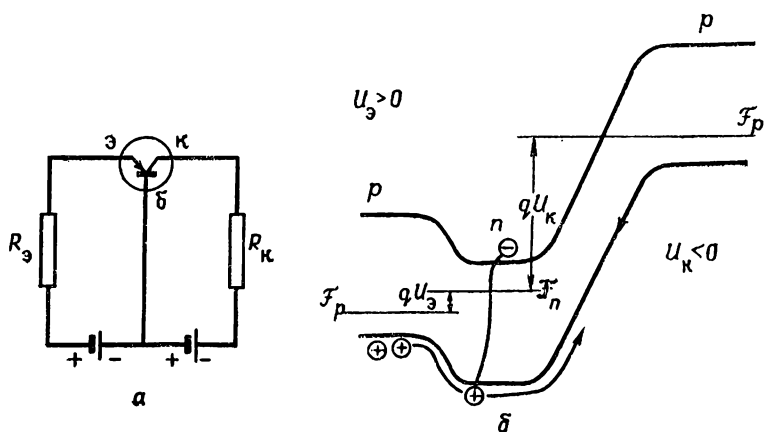


Рис. 34. Нормальная схема включения  $p$ — $n$ — $p$ -транзистора при общем для входной и выходной цепей электроде — базе (а). Энергетическая диаграмма  $p$ — $n$ -переходов и соответствующие инжекционные и рекомбинационные потоки носителей заряда (б)

эмиттера переносится дырками — это большая часть тока, определяющая усиление. Малая часть  $(1-\gamma)$  эмиттерного тока переносится электронами, инжектируемыми с базы. Большая часть дырок  $\alpha = \gamma\beta$  проходит к коллектору, меньшая часть  $\gamma(1-\beta)$  рекомбинирует в базе. Часть  $\alpha \mathcal{I}_э$  тока коллектора — большая — опре-

деляется дырками, пришедшими с эмиттера, меньшая часть  $\mathcal{I}_{\text{к0}}$  — равновесным током.

**Вольт-амперные характеристики транзистора.** Рассмотрим статические зависимости токов эмиттера и коллектора от напряжений на обоих  $p$ — $n$ -переходах.

Считаем, что все свойства полупроводника изменяются только в направлении, перпендикулярном параллельным плоскостям обоих  $p$ — $n$ -переходов.

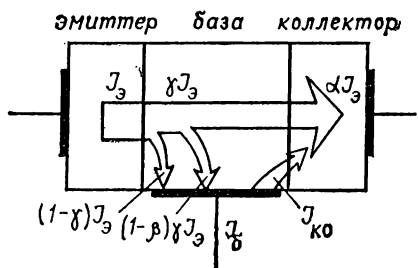


Рис. 35. Диаграмма, поясняющая распределение токов в транзисторе:  $\alpha = \beta\gamma$  — коэффициент усиления по  $\mathcal{I}$  току;  $\text{к0}$  — ток насыщения коллектора

Это справедливо, поскольку ширина базы и областей пространственного заряда много меньше продольных размеров прибора. Однако в транзисторе всегда создается омический контакт к базе, ток к которому должен идти вдоль плоскости  $p$ — $n$ -переходов, поэтому для некоторых свойств транзистора задача не может быть поставлена как одномерная.

Когда переходы удалены друг от друга, вольт-амперные характеристики  $p$ — $n$ -переходов (эмиттерного и коллекторного) имеют вид (22):

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{\text{э}} &= \mathcal{I}_{\text{э0}} \left[ \exp \left( \frac{qU_{\text{э}}}{kT} \right) - 1 \right], \\ \mathcal{I}_{\text{к}} &= \mathcal{I}_{\text{к0}} \left[ \exp \left( \frac{qU_{\text{к}}}{kT} \right) - 1 \right].\end{aligned}$$

Здесь  $\mathcal{I}_{\text{э}}$  и  $\mathcal{I}_{\text{к}}$  — токи через эмиттер и коллектор;  $\mathcal{I}_{\text{э0}}$  и  $\mathcal{I}_{\text{к0}}$  — токи насыщения.

Если величины напряжений  $U_{\text{э}}$  и  $U_{\text{к}}$  удовлетворяют условиям

$$U_{\text{э}} \gg \frac{kT}{q}, |U_{\text{к}}| \gg \frac{kT}{q}, U_{\text{к}} < 0, \quad (48)$$

то приближенные формулы для  $\mathcal{I}_{\text{э}}$  и  $\mathcal{I}_{\text{к}}$  таковы:

$$\mathcal{I}_{\text{э}} \approx \mathcal{I}_{\text{э0}} \exp \left( \frac{qU_{\text{э}}}{kT} \right), \quad \mathcal{I}_{\text{к}} \approx -\mathcal{I}_{\text{к0}}.$$

Ток насыщения  $p$ — $n$ -перехода, имеющего площадь  $S$ , равен

$$\mathcal{I}_{\text{к0}} = S_{\text{к}} \cdot q p_n \frac{L_p}{\tau_p}.$$

Здесь  $p_n$ ,  $\tau_p$  — концентрация и время жизни дырок, генерируемых теплом в  $n$ -слое, непосредственно примыкающем к переходу, толщиной, равной диффузионной длине дырок  $L_p$ . Электронная ком-

попента  $\mathcal{J}_s$  предполагается малой, поскольку дырочная область легирована сильнее, чем электронная и концентрация неосновных носителей — электронов — в  $p$ -области мала.

Вольт-амперная характеристика  $p$ — $n$ -переходов существенно изменяется, когда переходы расположены близко друг от друга. Если толщина области базы  $W$  мала по сравнению с диффузионной длиной  $L_p$ , то токи через переходы становятся взаимозависимыми, поскольку при этом неосновные носители могут переходить от одного потенциального барьера к другому, не успевая рекомбинировать.

Взаимодействие токов коллектора и эмиттера можно описать, введя коэффициенты усиления по току: «прямой»  $\alpha$ , характеризующий влияние тока эмиттера на ток коллектора, и «обратный»  $\alpha_I$ , характеризующий влияние тока коллектора на ток эмиттера. По определению величина  $\alpha$  характеризует долю тока эмиттера, достигающую коллектора и изменяющую ток через него:

$$\mathcal{J}_k = -\alpha \mathcal{J}_s + \mathcal{J}_{k0} \left[ \exp \left( \frac{qU_k}{kT} \right) - 1 \right]. \quad (49)$$

Аналогично величина  $\alpha_I$  определяет обратное влияние:

$$\mathcal{J}_s = \mathcal{J}_{s0} \left[ \exp \left( \frac{qU_s}{kT} \right) - 1 \right] - \alpha_I \mathcal{J}_k. \quad (50)$$

Знак «—» перед  $\alpha$  и  $\alpha_I$  выбран потому, что при включении одного из переходов в прямом, а другого — в обратном направлении токи имеют разные знаки.

Из определений (49) и (50) легко можно получить вольт-амперные характеристики транзистора в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_s &= \mathcal{J}_{11} \left[ \exp \left( \frac{qU_s}{kT} \right) - 1 \right] + \mathcal{J}_{12} \left[ \exp \left( \frac{qU_k}{kT} \right) - 1 \right], \\ \mathcal{J}_k &= \mathcal{J}_{21} \left[ \exp \left( \frac{qU_s}{kT} \right) - 1 \right] + \mathcal{J}_{22} \left[ \exp \left( \frac{qU_k}{kT} \right) - 1 \right], \end{aligned} \quad (51)$$

где коэффициенты  $\mathcal{J}_{ik}$  слабо зависят от  $U_s$  и  $U_k$  по сравнению с экспонентами в скобках и равны

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{11} &= \frac{\mathcal{J}_{s0}}{1 - \alpha \alpha_I}, \quad \mathcal{J}_{12} = -\frac{\alpha_I \mathcal{J}_{k0}}{1 - \alpha \alpha_I}, \\ \mathcal{J}_{21} &= -\frac{\alpha \mathcal{J}_{s0}}{1 - \alpha \alpha_I}, \quad \mathcal{J}_{22} = \frac{\mathcal{J}_{k0}}{1 - \alpha \alpha_I}. \end{aligned}$$

Эти уравнения в общей форме отражают взаимодействие токов двух  $p$ — $n$ -переходов. Наиболее важным является случай нормального включения транзистора, когда эмиттер включен в прямом направлении, а коллектор — в обратном. Тогда при выполнении



условий (48) коллекторная вольт-амперная характеристика может быть приближенно записана в виде

$$\mathcal{I}_K = -(\alpha \mathcal{I}_Э + \mathcal{I}_{K0}). \quad (52)$$

Это уравнение — основное, описывающее действие транзистора: параметры  $\alpha$  и  $\mathcal{I}_{K0}$  — наиболее важные для понимания и описания

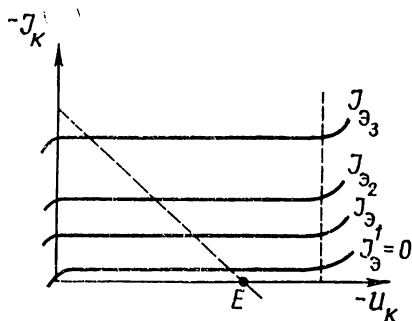


Рис. 36. Семейство коллекторных вольт-амперных характеристик при нескольких значениях тока эмиттера  $\mathcal{I}_{Э3} > \mathcal{I}_{Э2} > \mathcal{I}_{Э1}$ . Штриховые линии ограничивают область нормального включения

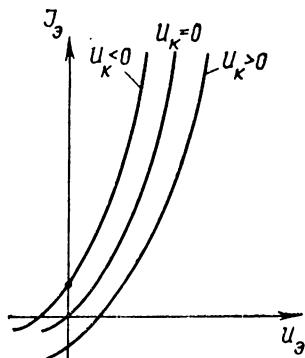


Рис. 37. Семейство эмиттерных вольт-амперных характеристик при нескольких значениях напряжения на коллекторе

процессов в транзисторе. Величина  $\alpha$  — коэффициент усиления транзистора по току при постоянном напряжении на коллекторе. Величина  $\mathcal{I}_{K0}$  — обратный ток коллектора при равном нулю токе эмиттера, т. е. при разомкнутом эмиттере. Знак минус в уравнении (52) означает, что ток коллектора обратный, направлен от  $n$ -базы к  $p$ -коллектору (напряжение к коллектору также приложено в обратном направлении).

На рис. 36 показано семейство коллекторных характеристик. Ток коллектора в основной части характеристики практически не зависит от напряжения на коллекторе —  $U_K$ . В соответствии с изменением тока эмиттера  $\mathcal{I}_Э$  характеристики  $\mathcal{I}_K(U_K)$  сдвигаются на величину  $\alpha \mathcal{I}_Э$ . Вблизи нуля и при положительных напряжениях  $U_K$  наблюдается начало экспоненциального роста тока.

Вообще говоря, величины  $\mathcal{I}_{K0}$  и  $\alpha$  могут зависеть от тока эмиттера и от напряжения на коллекторе. Это должно сказываться на некотором отклонении характеристик от горизонтальной прямой в основной области. Такое отличие в особенности заметно при больших обратных напряжениях, когда начинается ударная ионизация и происходит лавинное умножение тока на коллекторе.

При нормальном включении транзистора и  $U_Э, |U_K| > \frac{kT}{q}$

эмиттерная характеристика, как следует из (51), приблизительно может быть представлена в виде

$$\mathcal{J}_s = \mathcal{J}_{11} \exp \left( \frac{qU_s}{kT} \right) - (\mathcal{J}_{12} + \mathcal{J}_{11}),$$

где последний член мал и слабо зависит от напряжения на коллекторе. Семейство эмиттерных характеристик представлено на рис. 37. В основной части эта характеристика экспоненциальна, показатель экспоненты определяется величиной  $q/kT$ .

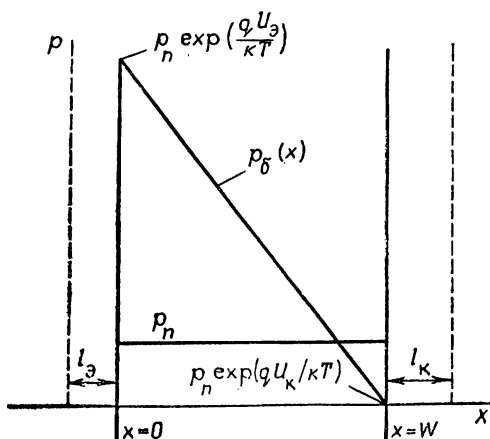


Рис. 38. Распределение концентраций неосновных носителей в области базы  $p$ — $n$ — $p$ -транзистора

**Зависимость тока насыщения и коэффициента усиления транзистора от его внутренних свойств (качественный анализ).** На рис. 38 схематически показано распределение концентраций неосновных носителей в транзисторе при прямом напряжении на эмиттере и обратном — на коллекторе. Примем  $U_s \gg kT/q$ , так что дырки инжектируются в область базы, их концентрация вблизи эмиттера велика и экспоненциально возрастает с напряжением:

$$p|_{x=0} = p_n \exp \left( \frac{qU_s}{kT} \right).$$

На коллекторе  $|U_k| \gg kT/q$ , и концентрация дырок вблизи коллектора приблизительно равна нулю:

$$p|_{x=W} = p_n \exp \left( \frac{qU_k}{kT} \right) \approx 0.$$

Если длина  $L_p$  велика по сравнению с толщиной базы,  $W \ll L_p$ ,

то в первом приближении градиент концентрации дырок в базе можно рассчитать, предполагая их распределение линейным:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{p_n}{W} \exp\left(\frac{qU_3}{kT}\right).$$

Воспользуемся формулой для плотности диффузионного тока

$$j_p = -q \mathcal{D}_p \frac{dp}{dx},$$

тогда дырочный ток эмиттера в первом приближении равен

$$\mathcal{J}_{p3} \approx S_3 \frac{q \mathcal{D}_p p_n}{W} \exp\left(\frac{qU_3}{kT}\right). \quad (53)$$

Электронная компонента тока эмиттера в этих условиях рассчитывается так же, как и в изолированном  $p$ — $n$ -переходе:

$$\mathcal{J}_{n3} \approx S_3 \frac{q \mathcal{D}_n n_p}{L_{n3}} \exp\left(\frac{qU_3}{kT}\right).$$

Отсюда можно получить коэффициент инжекции

$$\gamma = \frac{\mathcal{J}_{p3}}{\mathcal{J}_{p3} + \mathcal{J}_{n3}} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_n W}{\sigma_p L_{n3}}} \approx 1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_p} \frac{W}{L_{n3}},$$

где  $\sigma_p = q\mu_p p_p$  и  $\sigma_n = q\mu_n n_n$  — удельные проводимости области эмиттера и области базы.

Коэффициент передачи  $\beta$  можно рассчитать, поскольку разность дырочных токов эмиттера и коллектора равна (с множителем  $q$ ) полному потоку рекомбинации в базе

$$\mathcal{J}_{p3} - \mathcal{J}_{pk} = qI_6.$$

Эта рекомбинация может идти как в объеме, так и на поверхности базы. Темп рекомбинации в объеме можно рассчитать в первом приближении, зная среднюю концентрацию дырок, время жизни  $\tau_p$  и величину объема, в котором идет рекомбинация:

$$I_6 = \frac{p_n \exp\left(\frac{qU_3}{kT}\right)}{2} \cdot \frac{S_3 \cdot W}{\tau_p}.$$

Используя равенство  $L_p^2 = \mathcal{D}_p \tau_p$  и формулы (53) для тока эмиттера, получим

$$\mathcal{J}_{p3} - \mathcal{J}_{pk} = \mathcal{J}_{p3} \cdot \frac{1}{2} \frac{W^2}{L_p^2}.$$

Отсюда коэффициент передачи

$$\beta = \frac{\mathcal{I}_{pk}}{\mathcal{I}_{p3}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{W^2}{L_p^2}. \quad (54)$$

Это — верхняя оценка  $\beta$ , не учитывающая поверхностной рекомбинации. Для уменьшения ее роли диаметр коллектора делается обычно в 1,5—2 раза больше диаметра эмиттера, чтобы дырки не попадали на поверхность кристалла, а собирались коллектором.

Таким образом, значение коэффициента усиления по току в первом приближении можно вычислить по формуле

$$\alpha = \beta\gamma \approx \left(1 - \frac{W^2}{2L_p^2}\right) \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_p} \cdot \frac{W}{L_n}\right). \quad (54a)$$

Если взять характерные значения для германиевых сплавных транзисторов

$$W = 4 \cdot 10^{-3} \text{ см}; L_p = 3 \cdot 10^{-2} \text{ см}; L_n = 10^{-2} \text{ см};$$

$$\sigma_n = 1 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}; \sigma_p = 3 \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1},$$

то оценка дает

$$\alpha = \beta\gamma \approx 0,992 \cdot 0,999 \approx 0,991; 1 - \alpha \approx 0,9 \cdot 10^{-2}.$$

Из этих оценок видно, насколько важно делать малыми толщину базы и ее отношение к диффузионной длине дырок, а также делать эмиттер более сильно легированным, чем базу.

Первое приближение для тока насыщения коллектора дает величину

$$\mathcal{I}_{k0} = \mathcal{I}_{k0p} + \mathcal{I}_{k0n} \approx qS_k \left( \frac{p_n \mathcal{D}_p}{W} + \frac{n_p \mathcal{D}_n}{L_n} \right).$$

Принимая для оценки  $S_k = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ , а также использованные выше значения  $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$ ,  $W$ ,  $L_n$ , получим, что  $\mathcal{I}_{k0} \approx 5 \text{ мкА}$ .

Эти расчеты не учитывают изменения  $\alpha$  и  $\mathcal{I}_{k0}$  при достаточно высоких напряжениях на коллекторе, когда начинается ударная ионизация и лавинное умножение тока в сильном электрическом поле перехода. Эти факторы увеличивают  $\alpha$  и  $\mathcal{I}_{k0}$  в  $M$  раз:

$$\alpha = \gamma \cdot \beta \cdot M; \quad \mathcal{I}_{k0}(U_k) = \mathcal{I}_{k0} \cdot M, \quad (55)$$

где  $M$  — коэффициент умножения коллектора\*.

**Дифференциальное сопротивление эмиттера, сопротивление базы и проводимость коллектора.** Для изучения свойств транзистора как усилителя сигналов необходимо знать взаимосвязь малых изменений токов и напряжений, которые определяются производными от вольт-амперных характеристик.

---

\* Явление лавинного умножения используется в ряде полупроводниковых приборов; в настоящей работе оно не рассматривается.

Изменения напряжения на  $p$ — $n$ -переходе эмиттера в зависимости от тока  $\mathcal{I}$  определяются дифференциальным сопротивлением эмиттера  $r_3$ :

$$r_3 = \left. \frac{\partial U_3}{\partial \mathcal{I}_3} \right|_{U_K = \text{const}}.$$

Согласно формулам (49), (50) при выполнении условий (48) имеем

$$r_3 = \frac{kT}{q \mathcal{I}_3}. \quad (56)$$

Оценки при температуре 300 К ( $kT/q=0,026$  В) и токе  $\mathcal{I}_3=1$  мА дают значение  $r_3=26$  Ом — это сравнительно малая величина.

Падение внешнего напряжения  $V_3$ , приложенного между эмиттером и базой, происходит не только на эмиттерном переходе, но и на некотором омическом сопротивлении базы  $r_6$ , так что

$$V_3 = U_3 + \mathcal{I}_6 \cdot r_6. \quad (57)$$

Поскольку базовый ток  $\mathcal{I}_6$  идет поперечно направлению тока эмиттера, то величина  $r_6$  обратно пропорциональна толщине базы  $W$ :

$$r_6 = K \frac{\rho_6}{W}, \quad (58)$$

где  $\rho_6=1/\sigma_n$  — удельное сопротивление, а  $K \approx 10^{-1}$  — коэффициент, зависящий от геометрии транзистора.

Оценки при  $\rho_6=1$  Ом·см,  $W=4 \cdot 10^{-3}$  см,  $K=0,3$  дают значение  $r_6=75$  Ом.

Хотя  $r_6 > r_3$ , падение напряжения на сопротивлении базы может быть относительно невелико, поскольку  $\mathcal{I}_6 = (1-\alpha) \mathcal{I}_3 \ll \mathcal{I}_3$ . Из формулы (58) следует, что уменьшение толщины базы, необходимое для приближения параметра  $\alpha$  к единице, отрицательно сказывается на  $r_6$ , которое создает дополнительное пассивное падение напряжения и ухудшает усилительные свойства транзистора.

Важным фактором, определяющим многие свойства транзистора, является зависимость толщины базы  $W$  от напряжения на коллекторе  $U_K$ . Величина  $W$ , как следует из рис. 34 и 38, равна

$$W = W_0 - l_K(U_K), \quad (59)$$

где  $W_0$  — некоторая начальная толщина, а  $l_K$  — толщина слоя пространственного заряда коллектора. Это необходимо принимать во внимание, так как  $W_0$  мала, а  $l_K$  увеличивается с ростом обратного напряжения на коллекторе в соответствии с теорией  $p$ — $n$ -перехода:

$$l_K = l_{K0} \sqrt{\frac{\Phi_K - U_K}{\Phi_K}}, \quad (60)$$

где  $l_{k0}$  — толщина в отсутствие внешнего напряжения,  $\varphi_k$  — контактная разность потенциалов. Поскольку при нормальном включении  $|U_k| \gg \varphi_k$ , то

$$l_k \approx \frac{l_{k0}}{\sqrt{\varphi_k}} \sqrt{|U_k|}.$$

Зависимость  $W(U_k)$  определяет прежде всего дифференциальную проводимость коллектора  $g_k$ :

$$g_k = \left( \frac{\partial \mathcal{J}_k}{\partial U_k} \right)_{\mathcal{J}_k = \text{const}}.$$

Из уравнения (52) следует, что

$$g_k = - \left( \mathcal{J}_s \frac{\partial \alpha}{\partial U_k} + \frac{\partial \mathcal{J}_{k0}}{\partial U_k} \right), \quad (61)$$

где при нормальном включении транзистора второй член справа мал, если не существенно умножение при высоких  $U_k$ . Производные в (61) не равны нулю, поскольку  $\alpha$  и  $\mathcal{J}_{k0}$  зависят от  $W$ .

Если  $\alpha \approx \beta$ , то из формул (54), (59) и (60) следует, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial U_k} &= \frac{\partial \alpha}{\partial W} \cdot \frac{dW}{dU_k} = \left( -\frac{W}{L_p^2} \right) \left( -\frac{dl_k}{dU_k} \right) \approx \\ &\approx -(1-\alpha) \frac{l_{k0}}{W \sqrt{\varphi_k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{|U_k|}}. \end{aligned}$$

Отсюда первый член в формуле для коллекторной проводимости

$$g_k \approx (1-\alpha) \frac{l_{k0}}{W \sqrt{\varphi_k}} \cdot \frac{\mathcal{J}_s}{\sqrt{|U_k|}}. \quad (62)$$

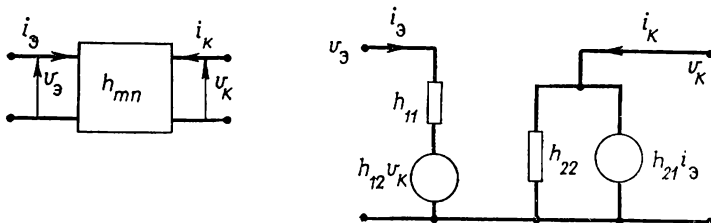


Рис. 39. Схема линейного активного четырехполюсника, описывающего свойства транзистора (к введению  $h$ -параметров)

Принимая для оценки  $\mathcal{J}_s \approx 1$  мА,  $1-\alpha \approx 10^{-2}$ ,  $U_k = 4$  В,  $\varphi_k = 0,5$  В,  $l_{k0} = 2 \cdot 10^{-4}$  см, получим значение  $g_k \approx 0,35 \cdot 10^{-6}$  Ом $^{-1}$ , а дифференциальное сопротивление  $r_k = \frac{1}{g_k} \approx 2,8 \cdot 10^6$  Ом.

Неравенства  $r_k \gg r_6$ ;  $r_k \gg r_3$  выполняются с большим запасом. При  $\alpha$ , близком к единице, это означает, что малым изменениям напряжения в цепи эмиттера соответствуют большие изменения напряжения в цепи коллектора. Это и определяет усиление сигналов в транзисторе.

**Дифференциальные  $h$ -параметры транзистора и свойства его как активного четырехполюсника в схеме с общей базой.** Рассмотрим преобразование малых переменных сигналов в транзисторе с помощью теории линейных четырехполюсников. На рис. 39 показана схема такого четырехполюсника. Так как сопротивление эмиттера невелико, то легко обеспечить такие условия, чтобы сопротивление внешнего источника переменных сигналов было много больше  $r_3$ . В таком случае независимым параметром в эмиттерной цепи, задаваемым извне, будет ток.

В коллекторной цепи, наоборот, легко можно обеспечить условия, при которых сопротивление внешней цепи много меньше сопротивления коллектора; здесь задаваемым параметром удобнее принять напряжение. Вольт-амперные характеристики транзистора можно написать в следующем общем виде:

$$V_3 = V_3(\mathcal{I}_3, V_k), \quad (63)$$

$$\mathcal{I}_k = \mathcal{I}_k(\mathcal{I}_3, V_k).$$

Обозначив малые приращения токов и напряжений

$$\Delta V_3 \equiv v_3, \quad \Delta \mathcal{I}_3 \equiv i_3,$$

$$\Delta V_k \equiv v_k, \quad \Delta \mathcal{I}_k \equiv i_k,$$

и продифференцировав формулы (63), получим

$$v_3 = h_{11} i_3 + h_{12} v_k, \quad (64)$$

$$i_k = h_{21} i_3 + h_{22} v_k,$$

где через  $h_{ij}$  обозначены

$$h_{11} = \left( \frac{\partial V_3}{\partial \mathcal{I}_3} \right)_{V_k = \text{const}}, \quad h_{12} = \left( \frac{\partial V_3}{\partial V_k} \right)_{\mathcal{I}_3 = \text{const}}, \quad (65)$$

$$h_{21} = \left( \frac{\partial \mathcal{I}_k}{\partial \mathcal{I}_3} \right)_{V_k = \text{const}}, \quad h_{22} = \left( \frac{\partial \mathcal{I}_k}{\partial V_k} \right)_{\mathcal{I}_3 = \text{const}}. \quad (66)$$

Параметр  $h_{11}$  размерности Ом имеет смысл дифференциального сопротивления эмиттерного входа при условии  $v_k = 0$ , т. е. при коротком замыкании выхода по переменной составляющей.

Параметр  $h_{12}$  (безразмерный) имеет смысл коэффициента обратной связи по напряжению при  $i_3 = 0$ , т. е. при размыкании (холостом ходе) входа по переменной составляющей.

Параметр  $h_{21}$  (безразмерный) имеет смысл коэффициента усиления по току при  $v_k=0$ , т. е. при коротком замыкании выхода по переменной составляющей.

Параметр  $h_{22}$  размерности  $\text{Ом}^{-1}$  имеет смысл дифференциальной проводимости коллекторного выхода при  $v_k=0$ , т. е. при размыкании (холостом ходе) входа по переменной составляющей.

Величины  $h_{ij}$  связаны с введенными ранее параметрами  $\alpha$ ,  $\mathcal{J}_{k0}$ ,  $r_b$ ,  $r_k$  и  $g_k$ .

Из формул (56) и (57), а также равенства

$$\mathcal{J}_\delta = \mathcal{J}_s - \mathcal{J}_k, \quad (67)$$

следует, что

$$h_{11} = r_s + r_\delta (1 - \alpha).$$

Из уравнения (52)

$$h_{21} = -\alpha.$$

Так как сопротивлением  $r_b$  можно пренебречь по сравнению с  $r_k$ , то

$$h_{22} = g_k.$$

Из уравнений (22) и (32) следует, что

$$h_{12} = \frac{\partial U_s}{\partial V_k} + g_k r_\delta, \quad (68a)$$

$$r_\delta = \left( \frac{\Delta h_{12} / \Delta \mathcal{J}_s}{\Delta h_{22} / \Delta \mathcal{J}_s} \right) \Big|_{V_k = \text{const}}, \quad (68b)$$

где первый член (68a) практически не зависит от тока эмиттера.

## § 2. Экспериментальная установка и методика измерений

**Исследование вольт-амперной характеристики.** Падение напряжения на эмиттере  $V_s$  невелико, порядка нескольких десятых вольта, поэтому для измерения  $V_s$  нужен достаточно чувствительный вольтметр. Его внутреннее сопротивление должно быть велико по сравнению с эффективным сопротивлением эмиттерной цепи по постоянному току.

Токи  $\mathcal{J}_k$ , протекающие через коллектор, малы, в особенности в режиме разомкнутого эмиттера. Поэтому для из измерений нужны достаточно чувствительные микроамперметры. Внутреннее сопротивление приборов, измеряющих при этом напряжение на коллекторе, должно быть достаточно велико, чтобы ток, проходящий через вольтметр, был много меньше коллекторного тока. Для точных измерений характеристик можно пользоваться потенциометрическими схемами.

В этой работе используется универсальный измеритель параметров транзисторов Л-2-2. Принципиальная схема установки пред-



ставлена на рис. 40. В приборе Л-2-2 встроены миллиамперметр для измерения токов эмиттера и коллектора  $\mathcal{I}_э$ ,  $\mathcal{I}_к$ ; вольтметр для измерения обратного напряжения на коллекторе  $V_к$ . Напряжение на эмиттере  $V_э$  измеряется с помощью дополнительного милливольтметра марки М-82 или М-254, который подключается параллельно контактам эмиттер-база исследуемого транзистора.

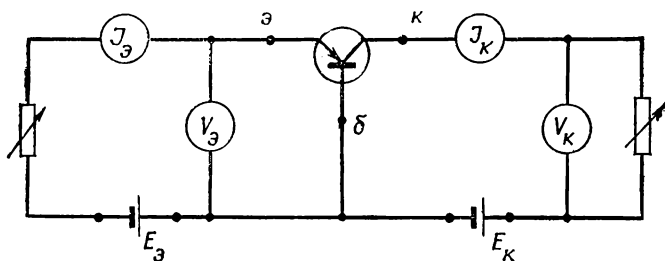


Рис. 40. Принципиальная схема исследования вольт-амперных характеристик транзистора

**Исследование  $h$ -параметров (в схеме с общей базой).** Измерение  $h$ -параметров производится следующим образом. Должны быть установлены определенные значения постоянных тока  $\mathcal{I}_э$  эмиттера и напряжения  $V_к$  на коллекторе — рабочие точки в эмиттерной и коллекторной цепи. Затем к эмиттеру от генератора переменных сигналов  $U_r$  должен быть подан малый сигнал переменного тока  $i_э$  (рис. 41). Кроме того, из определений (64) — (66) следует, что необходимо обеспечить по переменному току либо режим короткого замыкания в коллекторной (выходной) цепи, либо режим холостого хода в эмиттерной (входной) цепи.

Экспериментально режим КЗ можно осуществить (не влияя на рабочую точку по постоянному току), включив в цепь коллектора шунтирующую емкость  $C$ , сопротивление которой на частоте измерений должно быть меньше сопротивления коллектора:

$$\frac{1}{\omega C} \ll r_к.$$

При достаточно сильном неравенстве можно считать, что  $v_к=0$ .

Режим размыкания в цепи эмиттера можно осуществить, подавая как постоянное напряжение смещения, так и переменный сигнал через сопротивления  $r_э$  и  $\tilde{R}_э$ , много большие входного сопротивления эмиттера  $h_{11}$ . Схема измерения  $h_{11}$  показана на рис. 41. Поскольку величина последовательного сопротивления  $\tilde{R}_э$  много больше  $h_{11}$ , амплитуда переменного тока  $i_э$  пропорциональна задаваемой величине  $U_r$ :

$$i_э = \frac{U_r}{\tilde{R}_э}.$$

При заданном  $i_э$  измерение  $v_э$  дает  $h_{11}=v_э/i_э$ .

На рис. 42 показана схема измерения  $h_{12}$  при холостом ходе эмиттера. При заданном  $v_k$  величина  $v_э$  пропорциональна  $h_{12}$ ;  $h_{12} = v_э / v_k$ .

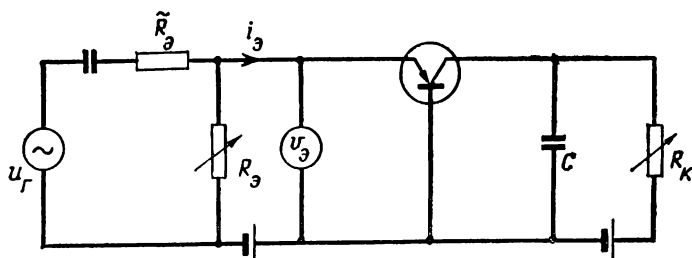


Рис. 41. Принципиальная схема измерения величины  $h_{11}$ . Емкость  $C$  обеспечивает короткое замыкание коллекторной цепи по переменному току

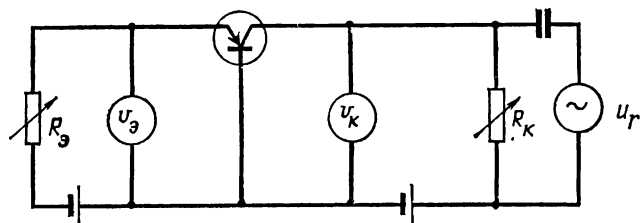


Рис. 42. Принципиальная схема измерения величины  $h_{12}$ . Сопротивление  $R_э$  обеспечивает режим холостого хода в цепи эмиттера по переменному току

Поскольку коэффициент усиления по току  $\alpha$  очень близок к единице, то необходимые для его определения непосредственные измерения амплитуды тока  $i_k$  в зависимости от  $i_э$  должны были бы

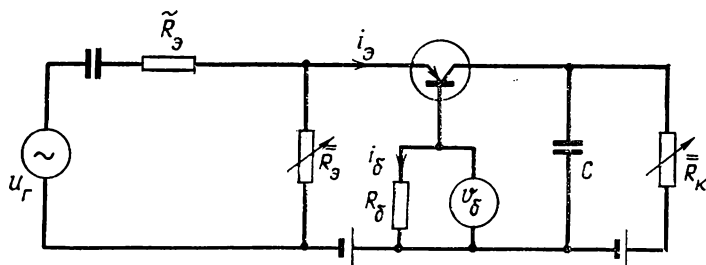


Рис. 43. Схема измерения  $\alpha$ . Напряжение на измерительном сопротивлении  $R_э$  пропорционально  $(1-\alpha)$

производиться с очень высокой точностью. Поэтому экспериментально удобно измерять величину  $(1-\alpha)$ , отградуировав измерительный прибор в значениях  $\alpha$ . На рис. 43 показана схема изме-

рения величины  $h_{21} = -\alpha$ . Коллектор замкнут по переменной составляющей емкостью  $C$ . Последовательно с базой включено измерительное сопротивление  $R_6$ , амплитуда напряжения на котором пропорциональна  $i_6$ , т. е. при заданном токе эмиттера  $i_3$ , величине  $(1-\alpha)$ ;  $(1-\alpha) = i_6/i_3$ .

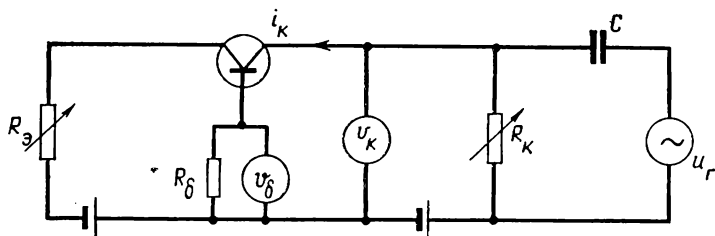


Рис. 44. Схема измерения проводимости коллектора  $h_{22}$ . Напряжение на измерительном сопротивлении  $R_6$  пропорционально току коллектора  $i_k$

Такое же сопротивление в цепи базы можно использовать для измерения величины  $h_{22}$  (рис. 44). При разомкнутом по переменной составляющей эмиттере весь ток коллектора течет через базовый электрод, и переменный ток в цепи коллектора  $i_k$  пропорционален падению напряжения на измерительном сопротивлении:  $U_{R_6} = i_k R_6$ . При заданном напряжении на коллекторе  $v_k$  величина  $i_k$  дает  $h_{22} = i_k/v_k$ .

Описанные принципиальные схемы используются в измерителе параметров транзисторов Л-2-2.

В опыте должны соблюдаться условия, при которых отношения соответствующих амплитуд равны с достаточной точностью производным  $h_{ij}$ . Поскольку ток эмиттера  $\mathcal{I}_3 \sim \exp(qU_3/kT)$ , разложение экспоненты в ряд имеет смысл лишь при условии малого изменения показателя, т. е.

$$\frac{qv_3}{kT} \ll 1. \quad (69)$$

При комнатной температуре амплитуда напряжений  $v_3$  ( $v_3 > u_3$ ) при измерениях дифференциальных параметров должна быть порядка 5—10 мВ, не более.

Токи коллектора и эмиттера зависят от напряжения коллектора, поэтому условия малости для величины  $v_k$  значительно менее жесткие. Она должна быть мала по сравнению с  $|V_k|$ , а также с падением напряжения на сопротивлении, включенном последовательно с коллектором в цепи питания по постоянному току:

$$v_k \ll |V_k|; \quad v_k \ll |\mathcal{I}_k R_k|. \quad (70)$$

В приборе Л-2-2 условия (69), (70) выполняются.

### § 3. Упражнения

**1. Исследование вольт-амперных характеристик на постоянном токе.** Рассмотреть под микроскопом устройство низкочастотного сплавного германиевого транзистора  $p-n-p$  (типа МП-39 или аналогичного); ознакомиться с цоколевкой транзистора; оценить геометрические размеры коллектора и эмиттера; ознакомиться с описанием измерителя параметров транзисторов Л-2-2, включить его в сеть.

Подключить транзистор в цепь измерения параметров по схеме с общей базой. Исследовать зависимость тока  $\mathcal{I}_{k0}$  от напряжения  $V_k$  при отключенном (по схеме Л-2-2) эмиттере. Исследовать зависимость  $\mathcal{I}_k$  от  $V_k$  при трех значениях тока  $\mathcal{I}_э$ . Исследовать зависимость  $\mathcal{I}_k$  от  $\mathcal{I}_э$  при двух значениях напряжения  $V_k$ .

Подключить параллельно входу эмиттер — база транзистора милливольтметр М-82 или М-254, заметить, влияет ли на величину  $\mathcal{I}_э$  подключение вольтметра.

Исследовать зависимость  $\mathcal{I}_э$  от  $V_э$  при трех значениях напряжения на коллекторе.

Отключить вольтметр от входа транзистора.

#### Обработка результатов

1. Из экспериментальных данных по зависимости  $\mathcal{I}_{k0}(V_k)$  определить область напряжений, при которых  $\mathcal{I}_{k0} = \text{const}$ .

2. Построить семейство коллекторных характеристик  $\mathcal{I}_k(V_k)$ .

3. Построить зависимости  $\mathcal{I}_э(\mathcal{I}_k)$ .

4. Построить зависимость  $\ln \mathcal{I}_э$  от  $V_э$  при разных  $V_k$ ; из ее наклона определить величину показателя экспоненты. Сравнить результаты с формулой (50).

5. Исходя из анализа результатов выбрать постоянные напряжения и токи, при которых следует определять  $h$ -параметры в следующем упражнении, чтобы можно было анализировать результаты без учета умножения на коллекторе.

**2. Исследование  $h$ -параметров в схеме с общей базой.** Исследовать зависимость сопротивления  $h_{11}$  от тока  $\mathcal{I}_э$ , задавая постоянным напряжением  $V_k$ . При измерениях проследить за тем, чтобы при больших значениях  $\mathcal{I}_э$  ( $> 2$  мА) было достаточно точек для построения результатов измерений в масштабе  $1/\mathcal{I}_э$ . Исследовать зависимость  $h_{11}$  от напряжения  $V_k$  при заданном токе  $\mathcal{I}_э$ .

Аналогично измерениям  $h_{11}$  исследовать зависимость коэффициента обратной связи  $h_{12}$  от тока  $\mathcal{I}_э$  при заданном  $V_k$  и от  $V_k$  при заданном  $\mathcal{I}_э$ .

Исследовать зависимость  $h_{22}$  от  $\mathcal{I}_э$  при заданном  $V_k$  и от  $V_k$  при заданном  $\mathcal{I}_э$ .

Исследовать зависимость  $h_{12} = -\alpha$  от  $\mathcal{I}_э$  при  $V_k = \text{const}$  и от  $V_k$  при  $\mathcal{I}_э = \text{const}$ .

При измерении в области малых  $V_K$ , от 0,5 до 5,0 В, точки ставить через 0,5 В, далее — через 2 — 3 В.

При выполнении этих измерений следует задавать одинаковые  $\mathcal{J}_a$  или  $V_K$  для исследования разных  $h$ -параметров.

### Обработка результатов

1. Построить зависимость  $h_{11}$  от  $1/\mathcal{J}_a$  при разных  $V_K$ .

Сравнить измеренный коэффициент с величиной  $kT/q$ . Определить из экстраполяции зависимости к оси ординат величину  $r_b(1-\alpha)$ . Вычислить сопротивление базы  $r_b$ . Сравнить эту величину с теоретическими оценками (58).

2. Построить зависимость  $h_{22}$  от  $\mathcal{J}_a$  при разных  $V_K$ . В той области, где  $h_{22}$  падает с увеличением  $V_K$ , построить зависимость  $[(1-\alpha)/h_{22}]^2$  от  $V_K$ , взяв  $(1-\alpha)$  из опыта при данном  $\mathcal{J}_a$ . Оценить отношение  $I_{K0}/W$ , приняв  $\varphi_K \approx 0,5$  В. Сравнить результаты с формулами (61, 62).

3. Построить зависимости  $\alpha(\mathcal{J}_a)$  и  $\alpha(V_K)$ , взяв достаточно растянутый масштаб по оси ординат. Разобраться, какие факторы в формуле (55) являются определяющими в разных областях характеристик и насколько оправданы оценки (54а).

4. Построить зависимость  $h_{12}$  от  $\mathcal{J}_a$  при таком значении  $V_K$ , которое соответствует выполнимости формулы (27). Из наклонов зависимостей  $h_{12}(\mathcal{J}_a)$  и  $h_{22}(\mathcal{J}_a)$  вычислить сопротивление базы  $r_b$  по формуле (68б). Сравнить между собой результаты определения  $r_b$  разными способами.

## 9. ИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ В $p$ — $n$ -ПЕРЕХОДАХ И ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕТОДИОДОВ

Исследуются спектры излучения светодиодов из арсенида галлия (GaAs) и фосфида галлия (GaP) — полупроводниковых соединений из группы  $A^{III}B^V$ .

### § 1. Введение

Если в полупроводнике возбуждаются неравновесные электронно-дырочные пары, то часть энергии при рекомбинации может излучаться в виде квантов света. Такой процесс называется излучательной рекомбинацией — люминесценцией.

Один из наиболее удобных способов возбуждения полупроводника — пропускание прямого тока через  $p$ — $n$ -переход, т. е. инжекция неосновных носителей.

Излучательная рекомбинация, возбуждаемая прямым током через  $p$ — $n$ -переход, называется инжекционной электролюминесценцией. При этом в полупроводниковых диодах происходит прямое преобразование энергии электрического тока в энергию света (рис. 45).

Люминесцентные диоды — светодиоды — имеют важные практические применения, так как коэффициент преобразования электрической энергии в световую в них велик.

Цель работы состоит в экспериментальном исследовании спектров излучения, зависимости интенсивности излучения от тока через диод, мощности и квантового выхода излучения для светодиодов из арсенида галлия (GaAs) и фосфида галлия (GaP).

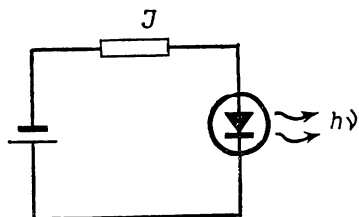


Рис. 45. Схема преобразования энергии электрического тока в энергию излучения в люминесцентном диоде

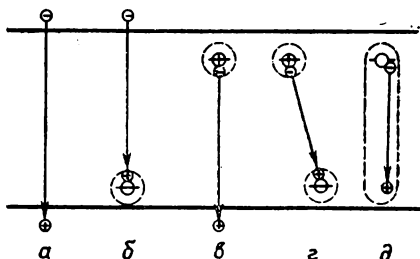


Рис. 46. Различные механизмы излучательной рекомбинации в полупроводнике:

а — межзонная рекомбинация электрон — дырка; б, в — рекомбинация  $c$ -зона — акцептор и донор —  $v$ -зона; г — межпримесная рекомбинация донор — акцептор; д — рекомбинация связанного экситона

**Механизмы излучательной рекомбинации.** Процесс рекомбинации электронов и дырок может сопровождаться излучением квантов света  $h\nu$  в том случае, если выделяемая при захвате носителей энергия значительно превышает ту, которую может поглотить решетка. Так, при непосредственной межзонной рекомбинации электронов и дырок выделяемая энергия равна или несколько превышает ширину запрещенной зоны полупроводника: в GaAs это  $\approx 1,4$  эВ, в GaP  $\approx 2,2$  эВ. Энергия же теплового движения атомов при комнатной температуре составляет всего 0,026 эВ, а энергия квантов колебаний решетки — фононов — порядка 0,03—0,05 эВ. Следовательно,  $h\nu_{изл} \approx \mathcal{E}_g$ . В процессе рекомбинации через мелкие примесные центры энергии, выделяемые при захвате электрона на акцепторный уровень и дырки на донорный, также близки к  $\mathcal{E}_g$  (рис. 46, а, б).

Если в полупроводнике кроме «мелких» есть глубокие примесные центры, рекомбинация на которых идет безызлучательным путем, то доля излучательной рекомбинации понижается и может быть даже сведена на нет. Таким образом, повышение интенсивности излучения светодиода требует определенного примесного состава полупроводника.

Вероятность межзонной излучательной рекомбинации существенно зависит от энергетического спектра полупроводника. Если

абсолютный минимум  $c$ -зоны и абсолютный максимум  $v$ -зоны полупроводника расположены в одной точке зоны Бриллюэна, то излучательные переходы могут происходить без изменения квазиимпульса — это *прямые* переходы (рис. 47, *а*). Если положения абсолютных экстремумов  $c$ - и  $v$ -зон в зоне Бриллюэна не совпадают (рис. 47, *б*), то при излучательном переходе должно проис-

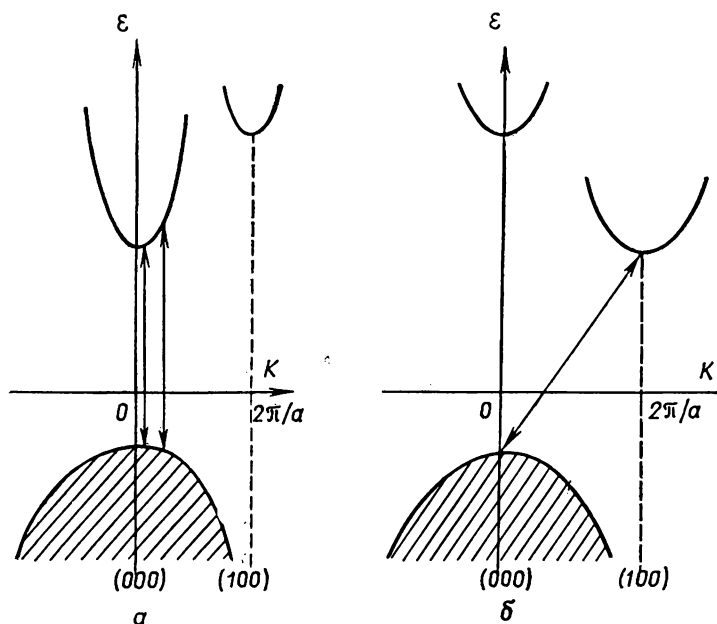


Рис. 47. Прямые (*а*) и не прямые (*б*) межзонные переходы

ходить изменение квазиимпульса электрона. Для соблюдения законов сохранения часть энергии и избыточный квазиимпульс должны передаваться третьему «телу» — примесному атому или кванту колебаний решетки — фонону. Такие переходы называются *непрямыми*. Поскольку для непрямого перехода необходимо взаимодействие трех «частиц», то его вероятность много меньше вероятности прямого перехода.

Число межзонных излучательных переходов в единицу времени в единице объема пропорционально произведению  $np$  концентраций рекомбинирующих электронов и дырок:

$$\mathcal{R} = \mathcal{B} n \cdot p.$$

Постоянные  $\mathcal{B}$  для полупроводников с прямыми и непрямыми переходами существенно различны и равны по порядку величины соответственно  $10^{-10}$  и  $10^{-14}$   $\text{см}^3\text{с}^{-1}$ .

Если излучательная рекомбинация дырок (в полупроводнике  $n$ -типа) идет на донорные уровни или рекомбинация электронов

(в полупроводнике  $p$ -типа) — на акцепторные уровни, то число излучательных переходов пропорционально концентрациям соответствующих уровней (центров):

$$\mathcal{R}_d = \mathcal{B}_d \cdot N_d \cdot p, \quad \mathcal{R}_a = \mathcal{B}_a \cdot N_a \cdot n.$$

Постоянные  $\mathcal{B}_d$  и  $\mathcal{B}_a$  — того же порядка, что и постоянные для межзонных переходов; для непрямых переходов они много меньше, чем для прямых.

В светодиодах излучательная рекомбинация в большинстве случаев идет с участием примесей.

В полупроводниках с непрямыми переходами излучательный механизм может давать существенный вклад в полную рекомбинацию, если и электрон и дырка последовательно захватываются на примесный центр, а затем возбуждение, локализованное вблизи центра, передается квантам света. Возбужденный комплекс, состоящий из электронно-дырочной пары и примесного центра, называется связанным экситоном (рис. 46,  $\delta$ ). В светодиодах GaP, исследуемых в настоящей работе, при комнатной температуре наиболее интенсивно излучение экситонов, связанных на примеси азота N (зеленая полоса с максимумом вблизи 2,2 эВ) или на паре примесных атомов цинк — кислород Zn—O (красная полоса с максимумом вблизи 1,77 эВ). При более низких температурах оказывается преобладающей излучательная рекомбинация на парах примесных атомов донор — акцептор, расположенных в решетке на некотором расстоянии друг от друга. В этом случае рекомбинируют электрон, предварительно захваченный донором, и дырка, предварительно захваченная акцептором (рис. 46,  $z$ ).

**Спектры излучения.** Положение максимума спектральной полосы излучения зависит прежде всего от ширины запрещенной зоны полупроводника и от энергии ионизации примесей, участвующих в рекомбинации. Если  $\mathcal{E}_g < 1,6$  эВ, а энергии  $\mathcal{E}_{dc}, \mathcal{E}_{av} \ll \mathcal{E}_g$ , то излучение лежит в инфракрасной области спектра ( $\lambda > 0,8$  мкм). Если  $1,6$  эВ  $< \mathcal{E}_g < 3,1$  эВ, то межзонное и близкое к нему «примесное» излучение лежит в видимой части спектра ( $0,4$  мкм  $< \lambda < 0,8$  мкм). Выбирая полупроводник и регулируя его примесный состав, можно получить излучение в широком диапазоне длин волн.

Поскольку излучение диодов люминесцентное, а не тепловое, его спектральное распределение намного уже спектрального распределения излучения черного тела, к которому близок спектр ламп накаливания.

Задача о теоретическом анализе формы спектра излучения полупроводника очень сложна, если необходимо учитывать особенности взаимодействия электронов с примесями и фононами. Мы рассмотрим следующий простой случай. Пусть рекомбинация идет в полупроводнике  $p$ -типа и обусловлена излучательными переходами (электронов)  $c$ -зона — акцепторная примесь, дискретный уровень которой стоит от нижнего края зоны  $\mathcal{E}_c$  на расстоянии



$\mathcal{E}_{ac}$ . Пусть рассматриваемая зона простая, параболическая, с зависимостью плотности состояний от энергии в виде

$$\mathcal{N}_c(\mathcal{E}) = \text{const} (\mathcal{E} - \mathcal{E}_c)^{1/2}. \quad (71)$$

Будем считать, что при нарушении равновесия функция распределения электронов в  $c$ -зоне бoльцмановская, определяемая положением квазиуровня Ферми:  $\mathcal{F}_{cn} = -(\mathcal{E}_c - \mathcal{F}_n) < 0$ :

$$f_c(\mathcal{E}) = \frac{1}{1 + \exp[(\mathcal{E} - \mathcal{F}_n)/kT]} \approx \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{cn}}{kT}\right) \exp\left(-\frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_c}{kT}\right). \quad (72)$$

а дырки полностью заполняют акцепторный уровень, т. е. его функция заполнения  $f_a = 1$ .

Исходя из закона сохранения, энергия излучаемого кванта равна

$$h\nu = (\mathcal{E} - \mathcal{E}_c) + \mathcal{E}_{ac}, \quad (73)$$

где  $\mathcal{E} - \mathcal{E}_c$  — энергия рекомбинирующих электронов относительно нижнего края  $c$ -зоны. Если вероятность перехода не зависит от  $\mathcal{E}$ , то связь между интенсивностью излучения и величиной  $h\nu$  может быть выражена как

$$I(h\nu) d(h\nu) = \text{const} \cdot \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{cn}}{kT}\right) x^{1/2} \exp(-x) dx, \quad (74)$$

где

$$x = \frac{h\nu - \mathcal{E}_{ac}}{kT}.$$

Характерным для такого простого спектра является положение максимума в точке

$$h\nu_m \approx \mathcal{E}_{ac} + \frac{1}{2} kT, \quad (75)$$

ширина спектральной полосы на половине интенсивности

$$\Delta(h\nu)_{1/2} \approx 1,8 kT \quad (76)$$

и сравнительно резкий обрыв спектра со стороны малых энергий.

Все взаимодействия электронов и дырок между собой, с примесями и фононами должны приводить к уширению спектра, в особенности в его длинноволновой части.

В настоящей работе экспериментальные данные для GaAs сравниваются с формулами (74) — (76).

Заметим, что концентрация электронов в зоне проводимости определяется интегралом

$$n = \int \mathcal{N}_c(\mathcal{E}) \cdot f_c(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \sim \exp\left(\frac{\mathcal{F}_{cn}}{kT}\right). \quad (77)$$

Используя сделанные предположения и формулы (71) — (74), можно показать, что из них следует зависимость интегральной интенсивности излучения от концентрации электронов  $n$  в виде

$$\mathcal{R} = \int I(h\nu) d(h\nu) = \frac{n}{\tau_{\text{изл}}}, \quad (78)$$

где излучательное время жизни

$$\tau_{\text{изл}} = (\mathcal{B}_a \cdot N_a)^{-1}. \quad (79)$$

**Особенности излучательной рекомбинации в  $p$ — $n$ -переходе.** Рассмотрим простой случай рекомбинации в диоде, когда основная часть тока при прямых напряжениях определяется инжекцией электронов в  $p$ -область, причем основная компонента тока — диффузионная. Пусть в этой же области идет излучательная рекомбинация по рассмотренному выше механизму. Тогда при прямых напряжениях  $U \gg kT/q$  (22), (23)

$$\mathcal{J} \approx \mathcal{J}_n \approx \mathcal{J}_{sn} \exp(qU/kT), \quad (80)$$

где

$$\mathcal{J}_{sn} = S \cdot q \frac{n_p}{\tau_n} \cdot L_n,$$

$S$  — площадь,  $L_n$  — диффузионная длина,  $\tau_n$  — время жизни электронов.

Если уровень инжекции небольшой, то на границе  $p$ -области и области пространственного заряда положение квазиуровня Ферми для электронов определяется приложенным напряжением:

$$qU = \mathcal{F}_n - \mathcal{F}_p, \quad \mathcal{F}_p = \text{const}. \quad (81)$$

Сравнивая формулы (74), (80) и (81), мы видим, что поскольку и полный ток, и интегральный поток рекомбинации  $\mathcal{R}$  пропорциональны концентрации инжектированных электронов  $n = n_p \exp(qU/kT)$ , то  $\mathcal{R}$  пропорционально  $\mathcal{J}$ .

Пусть  $\Phi_i$  есть полное число излучаемых квантов, т. е. интеграл от  $\mathcal{R}$  по всему объему  $v$ , где идет рекомбинация. В однородном случае

$$\Phi_i = \int \mathcal{R} dv = \mathcal{R} \cdot S \cdot L_n. \quad (82)$$

Тогда отношение полного числа излучаемых квантов к числу электронов, пересекающих  $p$ — $n$ -переход (в единицу времени), равно

$$\eta_i = \frac{\Phi_i}{\frac{1}{q} \mathcal{J}}, \quad (83)$$

где  $\eta_i$  называется внутренним квантовым выходом излучения диода  $n$ , как следует из формул (77) — (82), для нашего простого случая

$$\eta_i = \frac{\tau_n}{\tau_{изл}}. \quad (84)$$

Физический смысл внутреннего квантового выхода понятен: он характеризует отношение вероятности излучательной рекомбинации ( $1/\tau_{изл}$ ) к полной вероятности рекомбинации ( $1/\tau_n$ ).

Во многих случаях рассмотренная нами простая картина не описывает реальные условия. В частности, при рекомбинации в области пространственного заряда (24), (25) зависимость тока от напряжения имеет показатель в экспоненциальной зависимости, отличающийся от  $q/kT$ :

$$\mathcal{I} \approx \mathcal{I}_s \exp \left( \frac{qU}{ckT} \right),$$

где постоянная величина  $c$  может меняться в пределах от 1 до 2. Если при этом излучательная рекомбинация определяется диффузионным током, т. е.

$$\Phi_i \sim \exp \left( \frac{qU}{kT} \right), \quad (85)$$

то зависимость интенсивности излучения от тока имеет степенной вид

$$\Phi_i \sim \mathcal{I}^c \quad (86)$$

с показателем степени в пределах от 1 до 2.

В диодах часто наблюдается переход от квадратичной зависимости ( $c=2$ ) к линейной. В этом случае понятие внутреннего квантового выхода не имеет простого смысла, выражаемого формулой (84), так как времена жизни могут характеризовать рекомбинацию в разных точках образца и быть функциями концентраций носителей. Зависимости (85), (86) исследуются экспериментально в настоящей работе.

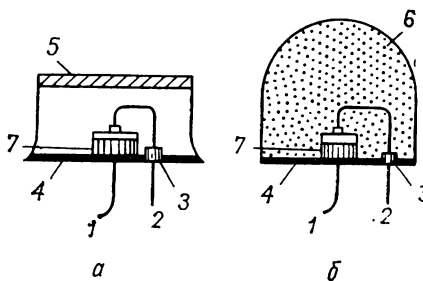


Рис. 48. Устройство люминесцентных диодов (а — GaP, б — GaAs), исследуемых в данной работе:

1 — контакт к корпусу и  $n$ -области; 2 — контакт к  $p$ -области; 3 — проходной изолятор; 4 — корпус; 5 — стеклянное окно; 6 — прозрачная смола; 7 — диод

**Устройство диодов, внешний квантовый выход излучения и коэффициент полезного действия.**

По самому принципу действия светодиоды должны быть сделаны так, чтобы обеспечить не только большой внутренний квантовый выход излучения, но и вывод излучения во внешнюю среду. На рис. 48, 49 показано устройство люминесцентных диодов, исследуемых в настоящей работе.

Свет может выводиться через поверхность, расположенную сверху от  $p$ — $n$ -перехода. Бывают конструкции, когда свет выводится через боковую плоскость.

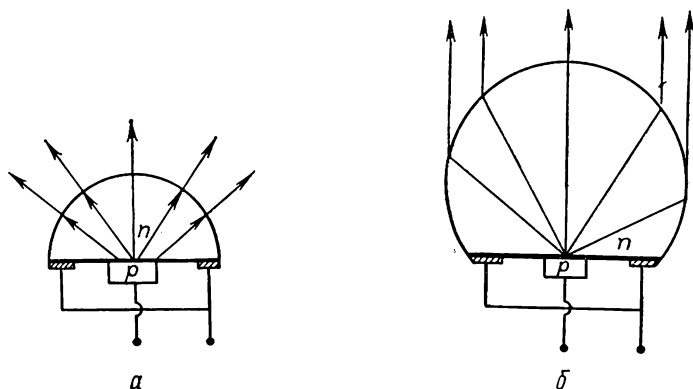


Рис. 49. Устройство люминесцентных диодов с кристаллом  
в виде:  
 $a$  — полусферы;  $b$  — сферы Вейерштрасса

Поскольку излучение, возникающее вблизи  $p$ — $n$ -перехода, должно пройти через объем полупроводника, то часть его при этом поглощается и превращается в тепло. Свет, достигающий поверхности, частично отражается обратно в полупроводник. Так как показатель преломления  $n$  большинства полупроводников велик, при больших углах падения происходит полное внутреннее отражение. Для фосфида галлия и арсенида галлия углы полного внутреннего отражения  $\varphi = \arcsin (1/n)$  равны соответственно 17,2 и 16,2°.

Для того чтобы уменьшить полное внутреннее отражение, в люминесцентных диодах прибегают к просветляющим покрытиям поверхности прозрачной смолой с показателем преломления, приблизительно равным  $\sqrt{n}$ . Кроме того, оказывается выгодным делать диоды с внешней поверхностью в виде полусферы или срезанной сферы (сферы Вейерштрасса) (рис. 49). В таких конструкциях резко уменьшаются потери на внутреннее отражение, а сфера Вейерштрасса дает дополнительную фокусировку излучения.

Поглощение части излучения перед выходом во внешнюю среду ведет к искажению формы спектра излучения и уменьшению квантового выхода. Наиболее сильно искажается высокоэнергичная часть спектра, расположенная в области собственного поглощения полупроводника. Поэтому со стороны высоких энергий наблюдаемый спектр может обрываться более круто, чем излучаемый в объеме полупроводника.

Внешний квантовый выход  $\eta$  определяется как отношение интегрального по спектру числа излученных квантов, выходящих во

внешнюю среду по всем углам  $\Phi$ , к числу электронов, пересекающих  $p$ — $n$ -переход в единицу времени:

$$\eta = \frac{\Phi}{\frac{1}{q} \mathcal{I}} = \frac{\eta_{\text{опт}} \Phi_i}{\frac{1}{q} \mathcal{I}} = \eta_i \eta_{\text{опт}}, \quad (87)$$

где  $\eta_{\text{опт}}$  — коэффициент вывода света или оптическая эффективность, определяющая уменьшение излучения вследствие поглощения и отражения. Приближенно можно считать, что  $\Phi \approx \Phi(h\nu_m) \times \Delta(h\nu)_{1/2}$ .

Внешний квантовый выход представляет важнейшую характеристику люминесцентного диода, определяющую долю преобразования энергии возбужденных электронно-дырочных пар в энергию световых квантов, выходящих из диода.

Однако этот параметр не полностью характеризует преобразование энергии излучения в светодиоде. Энергия квантов  $h\nu$  при примесной рекомбинации меньше ширины запрещенной зоны, поэтому полная энергия излучения даже при единичном квантовом выходе может быть меньше энергии возбуждения. Кроме того, часть электрической энергии расходуется на джоулево тепло на сопротивлениях контактов и толщи образца  $R_s$ . Поэтому другим важным параметром диода является коэффициент полезного действия  $\eta_p$ , характеризующий отношение полной выходящей мощности излучения к затраченной электрической мощности  $\mathcal{I}V = \mathcal{I}(R_s + U)$ :

$$\eta_p = \frac{P_{\text{изл}}}{P_{\text{эл}}} = \frac{\int \Phi(h\nu) \cdot h\nu d(h\nu)}{\mathcal{I}^2 R_s + \mathcal{I}U}.$$

Учитывая, что значение  $h\nu = h\nu_m$  в точке максимума спектральной интенсивности  $\Phi(h\nu)$  можно вынести за знак интеграла, и используя (78), (82), (83) и (87), получим

$$\eta_p = \eta \frac{h\nu_m}{qV}. \quad (88)$$

Таким образом, для наилучшего преобразования энергии тока в энергию света следует по возможности уменьшать  $R_s$ . В диодах из арсенида галлия величина  $R_s$  обычно порядка 1 Ом, в диодах из фосфида галлия, полупроводника более высокоомного, — порядка 10 Ом.

Для определения  $\eta$ ,  $\eta_p$  необходимо измерять абсолютную мощность излучения, проинтегрированную по всем направлениям. Поскольку диод всегда должен иметь подложку и подводящие контакты, часть излучения неизбежно теряется вследствие поглощения на контактах. Телесный угол, с которого обычно удается собрать излучение при показанной на рис. 48 конструкции, порядка 1 стер.

Кроме энергетических характеристик для светодиодов важно положение полос их излучения относительно спектральной чувстви-



Источник питания, измерение тока и напряжения на диоде. Полупроводниковый люминесцентный диод дает весьма широкие возможности модуляции потока света путем модуляции пропускаемого через него тока. Благодаря малым временам релаксации (порядка  $10^{-8} \div 10^{-7}$  с) возможно практически безынерционно управлять потоком света от диода. В настоящей работе применено питание диода прямоугольными импульсами тока частотой 800 Гц.

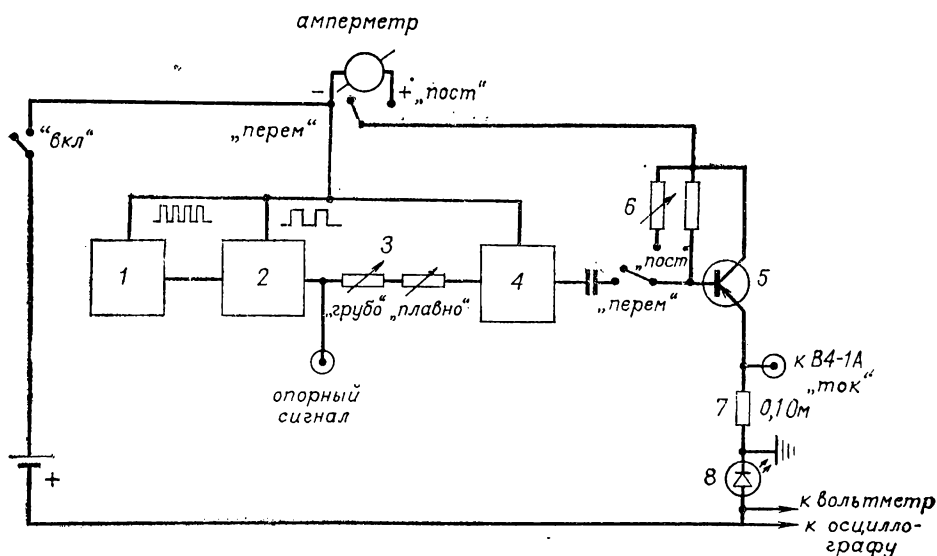


Рис. 51. Блок-схема генератора импульсов тока:

1 — задающий мультивибратор; 2 — формирующий каскад (триггер) — делитель частоты; 3 — делитель напряжения «грубо» и «плавно»; 4 — предварительный усилитель мощности; 5 — каскад выходных транзисторов; 6 — регулировка постоянного тока; 7 — калибровочное сопротивление 0,1 Ом; 8 — диод; 9 — фишка для выхода измерения тока к В-4-1А; 10 — фишка для выхода опорного сигнала; 11 — переключатель «импульсный — постоянный ток»

Поскольку сопротивление диода в прямом направлении мало, наиболее удобно использовать импульсные генераторы, собранные на полупроводниковых триодах-транзисторах. Транзисторы могут иметь малое выходное сопротивление и давать импульсы большого тока при напряжениях порядка вольта. В условиях настоящей работы минимальные токи, при которых легко регистрировать излучение диодов, порядка 1 мА для арсенида галлия и 5 мА для фосфида галлия. Максимальные токи, при которых начинает сказываться разогрев диодов и возможен их выход из строя, зависят от конструкции теплоотвода и на постоянном токе порядка 100 мА для арсенида галлия и 50 мА для фосфида галлия. При импульсных напряжениях предельные токи соответственно больше.

Блок-схема генератора импульсов тока необходимой частоты и амплитуды представлена на рис. 51. Генератор состоит из задающего мультивибратора, формирующего каскада — делителя частоты вдвое, усилителя мощности, состоящего из нескольких каскадов.

Задающий симметричный мультивибратор дает импульсы напряжения с частотой 1600 Гц. Эти импульсы дифференцируются и запускают триггер — делитель частоты вдвое, который дает прямоугольные симметричные импульсы с частотой 800 Гц. Выход этих импульсов поступает кроме последующих каскадов усиления на синхронный детектор — как опорный сигнал. Амплитуда импульсов далее регулируется сопротивлением, выведенным на переднюю панель прибора (две ручки: «грубо» и «точно»), после чего импульсы поступают на усилитель мощности.

Усилитель мощности состоит из каскада усиления по напряжению, предварительного каскада усиления по току и конечного каскада усиления по току, который собран на мощных импульсных транзисторах.

С выхода конечного каскада импульс тока поступает на последовательно включенные калиброванное сопротивление 0,1 Ом и исследуемый диод. Заземлена средняя точка между ними.

Напряжение на калиброванном сопротивлении пропорционально току через диод. Оно измеряется импульсным милливольтметром (типа В4-1А). Импульсы напряжения на диоде подаются одновременно на осциллограф (типа С-1-13), на экране которого можно наблюдать их форму и измерять амплитуду.

Источник питания генератор — 12 в — не заземлен.

**Держатель образца.** Исследуемый диод запаян в держателе с фиксированной полярностью. Держатель вставляется в оправу и закрепляется винтом. Оправа вместе с фокусирующим устройством располагается на рейтере оптической скамьи монохроматора и юстируется относительно оптической оси системы специальным юстировочным винтом. Точность фокусировки изображения диода на входную щель монохроматора регулируется вращением фокусирующей линзы и смещением рейтера.

**Монохроматор ЗМР-3.** Величина входной щели зеркального призмного монохроматора ЗМР-3 может регулироваться от 4 мм и меньше, с точностью 10 мкм (цена деления микрометрического винта).

Свет от щели (рис. 52) поступает на сферическое зеркало, которое направляет пучок на призму. После призмы пучок падает на плоское зеркало, которое может вращаться с помощью рычага и барабана длин волн. Далее, отражаясь от зеркала, свет снова через призму попадает на сферическое зеркало и, отражаясь от выходного зеркала, фокусируется на выходную щель.

На барабане длин волн имеется шкала, на которой указаны длины волн в нанометрах, соответствующие попаданию изображения входной щели на выходную для света с данной длиной волны.



Вращая барабан и изменяя положение зеркала, мы проходим по интересующей нас части спектра.

Обратная линейная дисперсия монохроматора со стеклянной призмой в настоящем приборе составляет приблизительно 44 Å/мм и слабо изменяется с длиной волны.

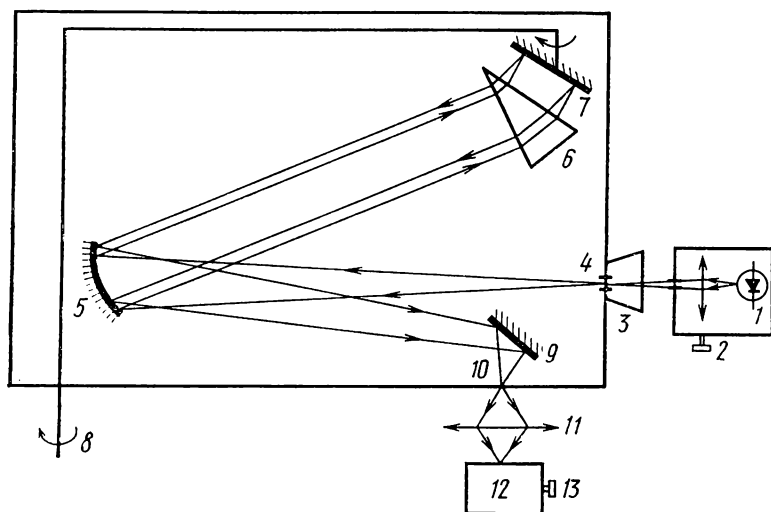


Рис. 52. Схема монохроматора ЗМР-3:

1 — камера со светодиодом и линзой; 2 — юстировочный винт; 3 — входная блenda; 4 — входная щель; 5 — сферическое зеркало; 6 — призма; 7 — плоское зеркало; 8 — барабан вращения зеркала; 9 — выходное зеркало; 10 — выходная щель; 11 — фокусирующая линза; 12 — фотоумножитель; 13 — ручка крепления и юстировка ФЭУ

**Фотоумножитель.** Свет от выходной щели фокусируется линзой на чувствительный фотокатод фотоэлектронного умножителя ФЭУ-22. Для предотвращения влияния рассеянного света выходное отверстие монохроматора и фокусирующая линза закрыты блендой.

ФЭУ закреплен на оптической скамье и отъюстирован так, чтобы изображение выходной щели было сфокусировано на наиболее чувствительную точку его катода. Фокусировку ФЭУ не сдвигать. На катод ФЭУ и через сопротивления на его диноды подается высокое напряжение ( $\approx -1$  кВ), от высоковольтного выпрямителя (ВС-23). Тонкой регулировкой напряжения в пределах  $\pm 100$  В можно добиться оптимального отношения полезного усиленного сигнала к шуму. На выходе ФЭУ, в анодной цепи, стоит нагрузочное сопротивление 1 МОм, сигнал с которого подается на предварительный усилитель. Заземлен «плюс» источника питания ФЭУ.

Предварительный и резонансный усилители с синхронным детектором (рис. 53). Предварительный маломощный усилитель с высокоомным входом допускает плавную регулировку коэффициента усиления. Ручка выведена на переднюю панель блока.

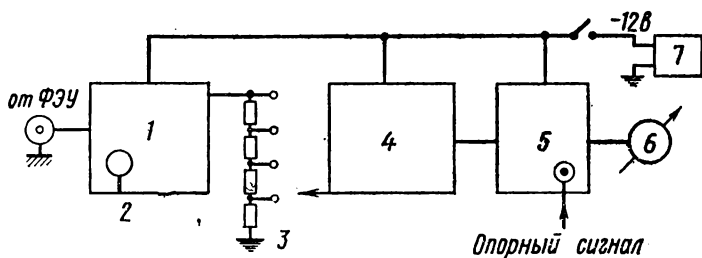


Рис. 53. Блок-схема предварительного и резонансного усилителей:

1 — предварительный усилитель; 2 — регулировка входного сопротивления и коэффициента усиления «плавно»; 3 — переключатель делителя напряжения на четыре положения; 4 — резонансный усилитель; 5 — синхронный детектор и усилитель постоянного тока; 6 — выходной прибор; 7 — источник питания (правая половина блока источника питания)

В выходном каскаде усилителя имеется ступенчатый делитель напряжения, позволяющий изменять коэффициент усиления в отношении 100:30:10:3:1. Ручка переключения делителя выведена на переднюю панель усилителя.

После делителя сигнал поступает на резонансный усилитель, настроенный на частоту 800 Гц с полосой пропускания 3—5%. Предварительный и резонансный усилители питаются напряжением — 12 В от стабилизированного источника. Заземлен «плюс» источника питания.

С выхода резонансного усилителя сигнал поступает на синхронный детектор, на который также подается опорный сигнал с генератора 800 Гц. После усилителя постоянного тока сигнал поступает на выходной прибор.

Сигнал фотоумножителя при малых потоках света точно пропорционален интенсивности излучения. Предварительный и резонансный усилители линейны вплоть до предела шкалы выходного прибора (~45 дел.). Поэтому отсчет на приборе пропорционален интенсивности светового сигнала, прошедшего через монохроматор от люминесцентного диода.

Чувствительность фотоумножителя, вообще говоря, зависит от длины волны излучения. Поэтому при обработке наблюдаемых спектров следует вводить поправки на спектральную чувствительность ФЭУ (рис. 54).

**Измерение мощности, внешнего квантового выхода и КПД излучения.** Для измерения абсолютной мощности излучения люминесцентных диодов используются градуированные кремниевые фотоэлементы, так называемые солнечные батареи.

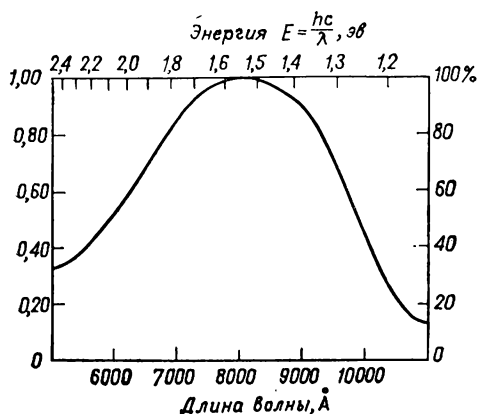


Рис. 54. Спектральная чувствительность ФЭУ-22 (типа S-1)

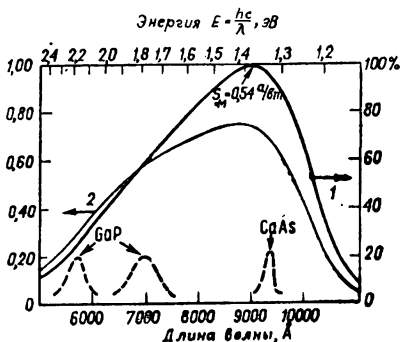


Рис. 55. Спектральная чувствительность кремниевых фотоэлементов. Сплошная кривая — электронов/фотон (левая шкала) и ампер/ватт (правая шкала). Пунктиром показаны приблизительные положения полос спектрального излучения люминесцентных диодов

Полупроводниковый фотоэлемент (ФЭ) по своему принципиальному устройству не отличается от диода. Если на поверхность ФЭ, содержащую  $p$ — $n$ -переход, падают кванты света с энергией  $h\nu \geq E_g$ , то возникающие электроннодырочные пары разделяются электрическим полем  $p$ — $n$ -перехода. Появляется фото-ЭДС.

Если ФЭ, имеющий дифференциальное сопротивление  $r_{\phi}$ , замкнуть на внешнее сопротивление  $R \ll r_{\phi}$ , то ток короткого замыкания  $\mathcal{I}_{кз}$  в цепи определяется только внутренними свойствами элемента. Отношение числа электронов  $\mathcal{I}_{кз}/q$ , проходящих в единицу времени в короткозамкнутой цепи, к числу падающих на элемент фотонов называется квантовым выходом ФЭ,  $F(h\nu)$ .

Чувствительность ФЭ можно также характеризовать отношением  $\mathcal{I}_{кз}$  к мощности падающего излучения (размерность [А/Вт] или, чаще, [мкА/мкВт]).

Спектральная зависимость чувствительности и квантового выхода кремниевых фотоэлементов, применяемых в данной работе, показана на рис. 55.

Для собирания излучения от светодиода фотоэлементы подключены параллельно и собраны в коробочку, в центр которой вставляется люминесцентный диод. При такой геометрии большая

часть излучения, выходящего из диода, попадает на фотоэлементы и преобразуется в фототок. «Коэффициент собирания» излучения в конструкции, примененной в настоящей работе,  $K \approx 0,5$ .

Для измерения абсолютной мощности и внешнего квантового выхода излучения люминесцентных диодов необходимо знать и спектральную чувствительность  $\Phi\mathcal{E}$ , и спектр излучения диода.

Если  $\Phi(h\nu)d(h\nu)$  — спектральная интенсивность излучения диода (фотонов/сек), а  $F(h\nu)$  — спектральная зависимость квантового выхода  $\Phi\mathcal{E}$  (электронов/фотон), то ток короткого замыкания элемента равен

$$\mathcal{I}_{кз} = Kq \int \Phi(h\nu) F(h\nu) d(h\nu). \quad (89)$$

Так как необходимо учитывать коэффициент собирания конкретного устройства  $K$  и спектральные характеристики, то расчетные формулы для определения внешнего квантового выхода диода  $\eta$  имеют вид

$$\eta = \frac{1}{K} C_{\eta} \cdot \frac{\mathcal{I}_{кз}}{\mathcal{I}}, \quad (90)$$

где

$$C_{\eta} = \frac{\int \Phi(h\nu) d(h\nu)}{\int \Phi(h\nu) F(h\nu) d(h\nu)} \quad (91)$$

коэффициент, зависящий от спектров излучения диода и фотоэлемента. Если полоса спектра излучения диода узка по сравнению с полосой спектральной чувствительности  $\Phi\mathcal{E}$  (как это имеет место для светодиодов из арсенида галлия и фотоэлементов из кремния), то вместо интегрирования в формуле (91) можно приближенно написать

$$C_{\eta} = 1/F(h\nu_M). \quad (92)$$

У диодов из фосфида галлия спектр довольно широк и может состоять из зеленой и красной полос, вклад которых в излучение сильно зависит от легирования диода. При этом  $C_{\eta}$  может существенно изменяться от образца к образцу, так как в зеленой области спектральная чувствительность кремниевых фотоэлементов сильно падает. Величину  $C_{\eta}$  в таком случае надо определять для данного спектра диода (рис. 55).

Для измерения тока короткого замыкания фотоэлементов в настоящей работе используется микроамперметр М-95, внутреннее сопротивление его на шкале 100 мкА равно 80 Ом.

Точность определения  $\eta$ ,  $P_{изл}$  и  $\eta_P$  (как следует из приведенных выше формул) лимитируется главным образом точностью определения коэффициентов  $K$ ,  $C_{\eta}$ . В условиях настоящей работы погрешность составляет  $\sim 10\%$  для светодиодов из арсенида галлия и  $20\%$  для фосфида галлия.

### § 3. Упражнения

**1. Исследование спектральных характеристик светодиодов.** Следует строго соблюдать правила техники безопасности при работе с высоким напряжением в данной установке. Ознакомиться с описаниями приборов и их расположением в установке. Проверить заземление всех приборов. Ознакомиться с конструкцией люминесцентных диодов, отметить полярность их включения, вставить диод из GaP в камеру перед входной щелью. Убедиться в правильности начального положения элементов контроля и управления приборами.

**Генератор импульсов:** тумблер питания должен быть в положении «выключено», тумблер переключения постоянного и импульсного сигналов — в положении «импульсный», ручки регулировки постоянного и импульсного тока «грубо» и «плавно» выведены до отказа против часовой стрелки.

**Катодный вольтметр В-4-1А:** переключатель полярности импульсов — в положении « $\_|\_$ », переключатель чувствительности шкал — в положении наибольшей чувствительности (10 мВ), ручка «установка нуля» — в среднем положении, тумблер включения сети — в положении «выключено».

**Осциллограф С-1-13:** ручки яркости, фокуса, смещения по осям  $X$  и  $Y$ , частоты, синхронизации, усиления плавно — в среднем положении; переключатель рода работ — в положении непрерывной развертки; переключатель рода синхронизации — в положении внутренней синхронизации; переключатель усиления — в положении 1 : 10; метки времени — на 100 мкс; диапазон длительностей — на 1,5—0,3 мс.

**Держатель и камера с диодом:** оптическая ось камеры должна быть направлена на центр входной щели монохроматора, приблизительно перпендикулярно ее плоскости.

**Монохроматор ЗМР-3:** входная щель закрыта блендой; микрометры ширины щелей установлены в среднем положении, около 2 мм; выходная щель закрыта блендой, соединяющей выходное отверстие с фокусирующей линзой ФЭУ; фотоумножитель в камере укреплен напротив выходной щели.

**Высоковольтный выпрямитель ВС-23:** ключ сетевого питания и тумблер высокого напряжения — в положении «выключено»; переключатель диапазонов напряжения левого канала (ФЭУ) — во втором слева положении; ручка плавной регулировки выведена против часовой стрелки до отказа; переключатель высокого напряжения правого канала и ручка плавной регулировки выведены против часовой стрелки до отказа; крышка, закрывающая выводы высокого напряжения, плотно зашелкнута.

**Источник стабилизированного питания:** тумблер сети — в положении «выключено», тумблеры питания выключены, регуляторы напряжения — в крайнем левом положении, тумблеры приборов — в положении « $V$ ».

Предварительный и резонансный усилители: тумблер включения — в нижнем положении, ручка плавной регулировки усиления — в среднем положении. Остальные органы управления этим блоком относятся к системе синхронного детектирования: тумблер полярности — в положении «+», интегратор — в положении 2, регулировка нуля — в среднем положении.

**а) Исследование спектра излучения люминесцентного диода из фосфида галлия.** Подключить подводку от генератора импульсов к держателю образца. Включить катодный вольтметр В-4-1А и осциллограф С-1-13 в сеть. Установить нуль вольтметра; установить луч на экране осциллографа. Включить источник питания, установить 12 В, включить питание на блоке генератора. Следить за положением стрелки катодного вольтметра, за сигналами на экране осциллографа. Импульсный вольтметр В-4-1А имеет постоянную времени детектирующей цепи порядка секунды и регистрирует отбросом даже единичные импульсы. Поэтому для ускорения измерений следует пользоваться кнопкой разряда конденсатора детектирующей системы вольтметра, чтобы убедиться в случайности отброса стрелки вольтметра.

**Медленно (!)** вращать ручку регулировки импульсов тока через диод до тех пор, пока импульсное напряжение на вольтметре не будет около 3—5 мВ (что соответствует амплитуде импульсов 30—50 мА, поскольку напряжение снимается с калибровочного сопротивления 0,1 Ом). После этого ручкой плавной регулировки установить амплитуду тока через диод около 20—40 мА (2—4 мВ на В-4-1А).

Убедиться визуально, что диод светится, обратить внимание на цвет свечения: зеленый он или красный.

Настроить осциллограф так, чтобы можно было наблюдать форму импульсов напряжения на образце. (Воспользоваться импульсной разверткой, отрегулировать плавно усиление и амплитуду синхронизации.)

Юстировочным винтом камеры сфокусировать световое пятно от диода в центр входной щели монохроматора.

Включить сетевое напряжение выпрямителя ВС-23 и блока питания усилителей. Установить напряжение на блоке  $V=12$  В по шкале вольтметра, включить тумблер выхода напряжения на блоке.

Включить питание блока предварительного и резонансного усилителей. Установить нуль стрелочного прибора.

Включить высокое напряжение на ВС-23. Отрегулировать ручкой плавного изменения напряжения левого канала напряжение на ФЭУ-22 около 1 кВ. Наблюдая за уровнем шумов на выходном вольтметре, медленно увеличивать напряжение в пределах 1100—1200 В, заметить рост уровня шумов вследствие появления шумов ФЭУ.

Установить барабан монохроматора ЗМР-3 в положение, соответствующее предполагаемому максимуму спектра излучения диода.

да: — около 700 нм для красных и около 560 нм для зеленых диодов.

Убедиться, что изображение диода сфокусировано на щели. Заметить появление сигнала излучения образца на выходном вольтметре. Еще раз проверить амплитуду тока диода и форму импульсов напряжения по В-4-1А и осциллографу. Если сигнал излучения не наблюдается, вращать ручку барабана монохроматора в обе стороны от предполагаемого максимума, пока сигнал не обнаружится. Если сигнал мал, раскрыть до 4 мм щель на выходе и на входе так, чтобы сигнал существенно превышал уровень шумов.

Далее, медленно вращая ручку юстировки камеры образца, вывести сигнал на максимум. Если сигнал слишком велик, уменьшать ширину обеих щелей так, чтобы стрелка выходного вольтметра находилась в пределах шкалы (около 30 делений). Снова проверить соответствие положения барабана монохроматора максимуму в спектре излучения и вновь, уже при более узкой щели, юстировать на максимум выходного сигнала положение камеры образца. Отъюстировать на максимум выходного сигнала фокусировку изображения образца на щель линзой камеры или положением рейтера.

Повторять операции юстировки на максимум по спектру и по положению камеры образца, последовательно уменьшая щели до 0,15—0,30 мм (150—300 мкм). Отношение полезного сигнала к шуму при этом должно быть около  $5 \div 10$ . Вновь при оптимальных условиях проверить регулировку высокого напряжения на ФЭУ так, чтобы было максимальным отношение полезного сигнала к шуму. Полезный сигнал при этом можно исключить, отводя барабан монохроматора в положения, далекие от полосы спектра излучения диода. Изменение напряжения на ФЭУ позволяет плавно менять амплитуду сигнала.

Когда установлены оптимальные условия, вновь вернуться к положению ручек регулировки усиления блока предварительного и резонансного усилителей, изменяя переключателем коэффициент его усиления.

Отрегулировать вновь амплитуду тока через образец, установив ее на определенное значение в пределах 20—40 ма. Воспользовавшись градуировкой осциллографа, определить при этом амплитуду импульсов напряжения на диоде; заметить по вольтметру постоянного тока постоянную составляющую напряжения на диоде.

Вновь вернуться к регулировке ширины щели на входе и выходе монохроматора, установив их одинаковыми. Если интенсивность излучения диода велика, то можно уменьшить щели до 100 мкм.

При известных и записанных значениях амплитуды импульсов тока и напряжения и постоянной составляющей напряжения на образце исследовать зависимость интенсивности излучения диода от длины волны. Для этого отвести барабан в положение, соответ-

ствующее коротким длинам волн (около 500 нм) и медленно вращать его до тех пор, пока на фоне шумов не станет заметен малый сигнал излучения. Для того чтобы на измерения не влияли люфты, необходимо при измерениях вращать барабан строго в одну сторону. При отсчете показаний  $I^*(\lambda)$  выходного прибора вычитать показания, соответствующие уровню шумов  $I_0^*$ .

При медленном изменении сигнала с изменением длины волны точки следует ставить приблизительно через 10 нм или реже, при быстром — через одно или половину деления барабана. Всего на спектральной полосе должно быть 20—30 точек. Особенно важно точно определить положение максимума и точки с обеих сторон от него, соответствующие половине максимальной интенсивности. Обратить внимание на возможность проявления структуры вблизи максимума зеленой полосы. Составить таблицу результатов измерений.

$\lambda$ , нм	$I^*(\lambda)$	$I^*(\lambda) - I_0^*$	$h\nu$ , эВ	$\frac{I^*(\lambda) - I_0^*}{S(\lambda)}$	$\frac{\Phi(h\nu)}{\Phi(h\nu_M)}$
----------------	----------------	------------------------	-------------	---	-----------------------------------

Увеличить амплитуду тока через диод в 1,5—2 раза, изменив в соответствии с величиной сигнала в максимуме спектра положение переключателя усилителей или уменьшив щели. Определить и записать амплитуду напряжения по осциллографу и постоянную составляющую напряжения. Повторить исследование спектра излучения при новом значении тока и напряжения.

Если в спектре диода имеется и красная, и зеленая полоса излучения, необходимо провести измерения в оптимальных условиях для каждой полосы. Для этого барабан монохроматора выставляется на максимум менее интенсивной полосы при узкой щели. Затем щель расширяется так, чтобы сигнал вырос до максимума отклонения выходного прибора, и измерения проводятся так же, как и для более интенсивной полосы.

После выполнения упражнения вывести до минимума ручки грубой и плавной регулировки амплитуды тока через диод, выключить тумблер питания генератора.

**б) Исследование спектра излучения люминесцентного диода из арсенида галлия.** Подготовка установки к работе и осмотр приборов точно такие, как и для упр. а. Если упр. б выполняется непосредственно за первым, то при смене образцов из других приборов достаточно выключить только тумблер высокого напряжения ВС-23. Вынуть из камеры держатель образца с диодом из фосфида галлия и заменить его держателем с диодом из арсенида галлия; обратить внимание на положение диода относительно центра держателя. Если это упражнение выполняется независимо, осмотр и настройку установки проводить так же, как и для упр. а, кроме



пункта, касающегося фокусировки светового пятна от диода в центр перекрестия входной щели монохроматора. Поскольку излучение арсенида галлия лежит в инфракрасной области спектра, эту фокусировку следует проводить только по показаниям выходного прибора. Барабан монохроматора следует установить в положение, соответствующее предполагаемому максимуму спектра излучения диода около 930 нм.

Операции юстировки образца в камере, подстройки барабана на максимум спектра и уменьшения щели монохроматора проводить, как в упр. а. Следует обратить внимание на фокусировку изображения образца на щель; поскольку линза камеры держателя может иметь для ИК-излучения другое фокусное расстояние, нужно найти оптимальное положение рейтера относительно щели.

Арсенид галлия — полупроводник с прямыми межзонными переходами, квантовый выход излучения в нем при комнатной температуре, как правило, на один-два порядка выше, чем в фосфиде галлия. Поэтому спектр излучения диодов из арсенида галлия оказывается возможным исследовать со значительно большим разрешением. В настоящей работе можно уменьшить щель монохроматора до 50 мкм.

**в) Наблюдение формы сигналов импульсов излучения на осциллографе.** Это упражнение можно выполнять либо после а, либо после б, не выключая установки, соответственно для диодов из фосфида или арсенида галлия. Здесь сравниваются формы импульсов тока через диод и импульсов напряжения на ФЭУ. Сигнал от ФЭУ подается на осциллограф непосредственно, минуя блок предварительного и резонансного усилителей. Для этого при включенных приборах следует настроить положение барабана монохроматора на максимум в спектре излучения, затем подключить кабель от выходной фишки ФЭУ к входу осциллографа. Расширить щели монохроматора до 4 мм, увеличить усиление осциллографа и высокое напряжение питания ФЭУ так, чтобы на экране осциллографа можно было наблюдать импульсы сигналов излучения.

Убедиться в том, что форма импульсов тока и излучения совпадают. Небольшие искажения могут быть связаны с зарядом паразитных емкостей выходной цепи ФЭУ.

После проведения измерений вывести до минимума ручки грубой и плавной регулировки тока через диод. Выключить тумблер питания генератора тока, высокое напряжение и переключатель сети на ВС-23, блок усилителей, тумблеры правой и левой частей и тумблер сети блока питания, осциллографа.

**2. Исследование внешнего квантового выхода излучения  $\eta$ .** Выполняется на светодиодах, спектры излучения которых известны из упр. а и б. Перед началом работы проверить подключение амперметра и вольтметра постоянного тока, подключение микроамперметра для измерения тока короткого замыкания коробочки из фотоэлементов. В начале все приборы должны быть выключены в соответствии с указаниями в конце упр. в.

Исследуемый светодиод должен быть вставлен в камеру с корбочкой из фотоэлементов так, чтобы он находился приблизительно в ее центре; кабель от блока генератора и переключателей подключить к светодиоду; тумблер рода работы на этом блоке перевести в положение «постоянный». Ознакомиться с описанием микроамперметра М-95. Включить в сеть освещение его шкалы.

Проверить, что ручка регулировки напряжения источника питания и ручка регулировки постоянного тока на блоке генератора выведены влево до отказа. Включить сетевое питание источника, проверить по вольтметру блока, что исходное напряжение равно нулю. Установить переключатели шкал амперметра в положение, соответствующее 10 мА, и вольтметра в положение, соответствующее 1,5 В для GaAs или 3 В для GaP. Включить тумблеры «вкл» блока питания, генератора и переключателей.

Медленно, следя за показаниями вольтметра источника питания и амперметра постоянного тока через диод, установить постоянное напряжение блока питания до  $\sim 2$  В так, чтобы ток через диод достиг значения около 1 мА для светодиода из GaAs и 3—5 мА для светодиода из GaP; значения напряжений на светодиоде при этих условиях должны быть около 0,9 В для GaAs и 1,8 В для GaP.

Установить переключатель шкалы М-95 в положение «наружный шунт» и переключатель шкалы наружного шунта — в положение 100 мкА для GaAs и 0,1 мкА для GaP. Медленно вращая ручку регулировки источника питания (не более 2,5 В) или ручку регулировки постоянного тока на блоке генератора, наблюдать по амперметру за изменением тока через светодиод и появлением тока через фотоэлементы (по микроамперметру).

Измерить одновременно зависимость тока короткого замыкания фотоэлементов  $\mathcal{I}_{\text{кз}}$ , пропорционального интенсивности излучения, от тока через диод и от напряжения на диоде; следить за тем, чтобы шаг по напряжению был не более 10 мВ. В области малых токов (до  $\sim 10$  мА) обратить внимание на проявление степенной зависимости интенсивности от тока  $\mathcal{I}$ ; перейти в область линейной зависимости, увеличивая ток до  $\sim 60$  мА для GaAs и до 40 мА для GaP, переключая соответственно шкалы амперметра. В случае малых интенсивностей изменить положение шкал М-95 или переключателя наружного шунта.

Необходимо учесть, что переключение этих шкал может изменить внутреннее сопротивление прибора. Измерения проделать сначала для светодиода из GaAs, а затем из GaP.

Результаты измерений представить в виде таблицы.

$V$ , В	$\mathcal{I}$ , мА	$\mathcal{I}_{\text{кз}}$ , мкА	$\eta$	$\eta_p$	$P$ , мВт
---------	--------------------	---------------------------------	--------	----------	-----------

### 3. Обработка экспериментальных данных и анализ результатов измерений.

1. Перевести значения длин волн в значения энергий:  $h\nu[\text{эВ}] = hc/\lambda = 1239,7/\lambda[\text{нм}]$ . Ввести поправку на спектральную чувствительность ФЭУ, считая, что  $\Phi(h\nu)$  пропорционально  $I^*(h\nu)/S(h\nu)$ , где  $I^*(h\nu)$  — показание прибора,  $S(h\nu)$  — спектральная чувствительность ФЭУ. Построить спектры GaP и GaAs в виде графиков  $\Phi(h\nu)/\Phi(h\nu_M)$ , отложив по ординате значения интенсивности, нормированные к интенсивности в максимуме, а по оси абсцисс —  $h\nu$  (на параллельной оси указать значения  $\lambda$ ). Зная дисперсию прибора (44 Å/мм) и ширину щели (мм), указать на графике спектральную ширину щели. Отметить стрелкой положение максимумов  $h\nu_M$ . Определить и отметить на графике ширину полос на половине интенсивности  $\Delta(h\nu)_{1/2}$ . Указать точность определения  $h\nu_M$  и  $\Delta(h\nu)_{1/2}$ . Сравнить спектры, снятые при разных токах.

2. Если  $\Delta(h\nu)_{1/2}$  близко к  $2kT$  (76), то сравнить форму экспериментальной кривой с кривой, рассчитанной по формуле (74), совместив максимумы этих кривых. Обсудить возможные причины расхождений. Предполагая, что излучение определяется переходами из зоны проводимости на акцепторный уровень (примеси Si в GaAs), определить  $\mathcal{E}_{ac}$  и  $\mathcal{E}_{av}$  (75), считая  $\mathcal{E}_g = 1,44$  эВ.

3. Построить зависимость интенсивности излучения от тока в линейном и двойном логарифмическом масштабе. Отметить области соблюдения пропорциональности и более общего степенного закона (86).

Построить зависимость логарифма интенсивности излучения от напряжения в области экспоненциальной зависимости. Определить показатель экспоненты; сравнить его с теоретической величиной. Если в области больших токов наблюдается отклонение от экспоненты, ввести поправку на то, что измеряется полное падение напряжения  $V$ , а в формулу (85) входит напряжение на  $p$ — $n$ —переходе  $U = V - J R_s$ . Для введения поправки (т. е. построения зависимости  $\Phi(U)$ ) определить  $R_s$  из вольт-амперной характеристики, пользуясь методикой, описанной в связи с рис. 10.

Пользуясь формулами (87)—(92) и градуировочной кривой кремниевых фотоэлементов, вычислить внешний квантовый выход  $\eta$ , коэффициент полезного действия  $\eta_P$  и мощность  $P$  излучения светодиода в зависимости от тока.

Объяснить различие результатов, полученных для GaAs и GaP.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Зи С. М. Физика полупроводниковых приборов. Пер. с англ. М., «Энергия», 1973.
2. Федотов Я. А. Основы физики полупроводниковых приборов. М., «Советское радио», 1969.
3. Берг А., Дин П. Светодиоды. М., «Мир», 1973.

4. Красилов А. В., Трутко А. Ф. Методы расчета транзисторов. М.—Л., «Энергия», 1964.
5. Соколов А. А., Лоскутов Ю. М., Тернов И. М. Квантовая механика. М., «Наука», 1965, ч. 1, § 6.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963, § 25.
7. Фистуль В. И. Сильно легированные полупроводники. М., «Наука», 1967, с. 54, 55, 367.

## IV. ЭМИССИОННАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

### 1. ИЗУЧЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВ С ПОМОЩЬЮ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА

Методом задерживающего поля в сферическом конденсаторе определяется распределение фотоэлектронов по энергиям и ряд характеристик энергетической структуры полупроводника.

#### § 1. Введение

Если на поверхность тела падает электромагнитное излучение (свет), энергия квантов  $h\nu$  которого достаточно велика, то поверхность тела испускает электроны (внешний фотоэффект). Энергетический спектр вышедших фотоэлектронов несет информацию об энергетической структуре тела — эмиттера.

Схема внешнего фотоэффекта изображена на рис. 1. Кванты света возбуждают электроны из заполненной энергетической зоны. На рисунке энергия квантов монохроматического света  $h\nu$  обозначена волнистой линией. Электроны, обладающие внутри тела энергией  $\varepsilon'$ , при поглощении кванта света  $h\nu$  переходят в состояние с энергией  $\varepsilon' + h\nu$  и (при этом делается предположение, что фотоэффект — элементарный процесс, в котором энергия поглощенного кванта непосредственно передается электрону) может выйти за пределы тела в том случае, если его энергия

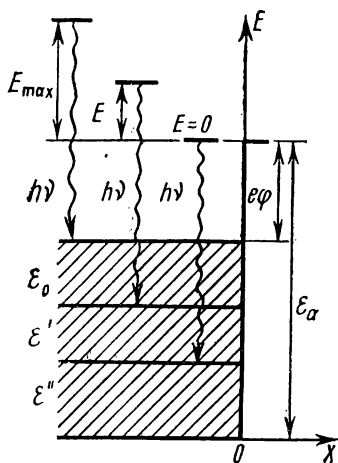


Рис. 1. Энергетическая схема внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon' + h\nu > \varepsilon_0 + e\varphi,$$

где  $\varepsilon_0$  — наивысший заполненный энергетический уровень (в металле при  $T=0$  К это уровень Ферми),  $e\varphi$  — фотоэлектронная работа выхода [1].

Максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона равна

$$E = \varepsilon' + h\nu - (\varepsilon_0 + e\varphi). \quad (1)$$

Для каждого значения энергии квантов  $h\nu$  существует целая полоса заполненных энергетических состояний, для которых возможен процесс фотоэмиссии (рис. 1). Верхняя граница этой полосы — наивысший заполненный уровень  $\varepsilon_0$ , нижняя граница — уровень  $\varepsilon''$ , определяемый соотношением

$$\varepsilon'' + h\nu = \varepsilon_0 + e\varphi.$$

В силу этого при заданной частоте света  $\nu$  электроны могут иметь значения кинетической энергии, лежащие в пределах от  $E=0$  до  $E=E_{\max}$ . Из (1) следует уравнение Эйнштейна

$$E_{\max} = \left( \frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = h\nu - e\varphi. \quad (2)$$

Таким образом, значение  $\nu_0 = e\varphi/h$  определяет наименьшую частоту фотоактивных фотонов — длинноволновую границу фотоэффекта для данного эмиттера.

Законы внешнего фотоэффекта для металлов в полной мере применимы и к полупроводникам. Однако фотоэффект с поверхности полупроводников отличается от фотоэффекта с металлических поверхностей рядом особенностей. Наиболее существенно различие между фотоэлектронной  $e\varphi$  и термоэлектронной  $e\chi^*$  работами выхода.

Работа знакомит с одним из методов изучения энергетического спектра фотоэлектронов — методом задерживающего поля в сферическом конденсаторе и с некоторыми возможностями этого метода по определению ряда величин, характеризующих зонную структуру полупроводников.

## § 2. Теория

1. Для получения кривых распределения фотоэлектронов по энергиям используется метод задерживающего поля в сферическом конденсаторе. Термоэлектронная работа выхода  $e\chi$  определяется из термоэмиссии и равна

$$e\chi = \varepsilon_a - \varepsilon_0, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_a$  — высота потенциального барьера у поверхности,  $\varepsilon_0$  — уровень электрохимического потенциала (уровень Ферми). Если за нуль отсчета принять энергию электрона, покоящегося вне тела, то

$$e\chi = -\varepsilon_0.$$

Экспериментальный прибор выполняется в виде сферического конденсатора (рис. 2). Коллектором фотоэлектронов служит внешняя сфера конденсатора, имеющая радиус  $R$ , эмиттером — внутренняя сфера, с радиусом\*  $r$ . Внутренняя сфера выполняется из

---

\* На рис. 2 внутренняя сфера заменена кубиком с ребром  $e=2r$ .

исследуемого материала. Монохроматический свет заданной длины волны, падая на эмиттер Э, освобождает из него электроны, которые затем собираются коллектором К. При нулевом напряжении на коллекторе относительно эмиттера в цепи течет полный ток вышедших из эмиттера фотоэлектронов, которые достигают кол-

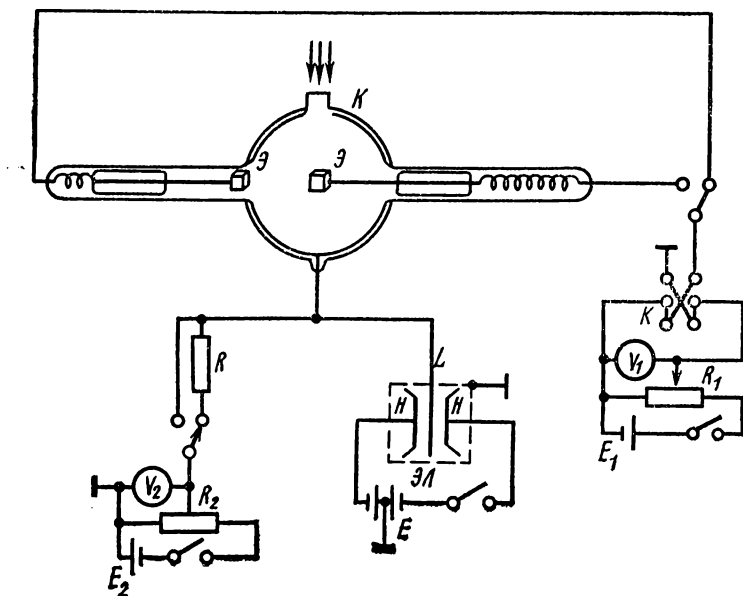


Рис. 2. Экспериментальный прибор и электрическая схема измерений

лектора благодаря наличию у них начальных скоростей. При подаче на коллектор тормозящего напряжения  $V$  его поверхности достигают только те электроны, начальная кинетическая энергия которых достаточна для преодоления тормозящего поля:  $mv^2/2 > eV$ .

Изменяя тормозящую разность потенциалов  $V$  между коллектором и эмиттером и измеряя при этом величину фототока при некоторой определенной частоте возбуждающего света, получают кривую задержки — вольт-амперную характеристику фототока на участке тормозящего поля.

Дифференцируя кривую задержки, можно получить кривую распределения фотоэлектронов по начальным энергиям. Если  $W(E)dE$  — число электронов, покидающих эмиттер с начальными энергиями в интервале от  $E$  до  $E+dE$  (в единицу времени с  $1 \text{ см}^2$ ),

то при наличии задерживающего потенциала  $V$  ток  $\mathcal{J}(V)$  на коллектор равняется

$$\mathcal{J}(V) = e \int_{eV}^{\infty} W(E) dE,$$

и функция распределения  $W(E)$  электронов по энергиям имеет вид

$$W(E) = -\frac{1}{e^2} \left[ \frac{d\mathcal{J}(V)}{dV} \right]_{eV=E}.$$

При построении кривых распределения фотоэлектронов по энергиям на оси абсцисс откладывается измеренное в электрон-вольтах значение энергии электронов  $E$ , по оси ординат —  $W(E)$ .

**2. Особенности кривых задержки.** Типичные кривые задержки, полученные в сферическом конденсаторе с металлических и полупроводниковых эмиттеров, приведены на рис. 3.

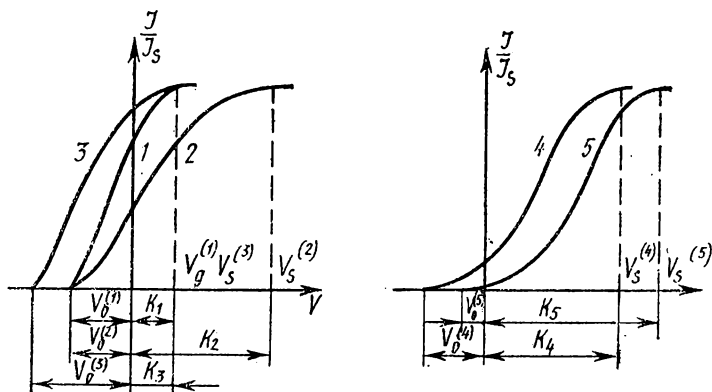


Рис. 3. Типичные кривые задержки, полученные в сферическом конденсаторе с металлических (кривые 1—3) и полупроводниковых (кривые 4, 5) эмиттеров

а) Точка насыщения кривой задержки  $V_s$ . При  $V=V_s$  все электроны, выходящие из эмиттера, попадают на коллектор—имеет место ток насыщения. В этом случае внутренняя разность потенциалов между эмиттером и коллектором должна быть равной нулю. Однако на рис. 3 видно, что «физический» нуль напряжения на коллекторе смещен относительно нуля прибора, т. е.  $V_s \neq 0$ . Происходит это потому, что между эмиттером и коллектором существует контактная разность потенциалов  $K$ , действующая разность потенциалов  $U$  складывается из приложенной  $V$  (значение ее показывает прибор) и контактной  $K$ :

$$U = V + K.$$



Точка насыщения  $V_s$  на кривой задержки, когда  $U=0$ , соответствует контактной разности потенциалов материала эмиттера и коллектора:  $V_s=K$ , которая равна

$$K = e\chi_k - e\chi_s, \quad (4)$$

где  $e\chi_k$  и  $e\chi_s$  — термоэлектронные работы выхода (средние по поверхности) коллектора и эмиттера соответственно.

На рис. 3 кривые 1, 3 сняты для одного и того же металлического эмиттера, но для различных длин волн падающего света — точки насыщения их совпадают. Кривая 2 снята при том же коллекторе для металла с другой работой выхода — точка насыщения этой кривой смещена относительно точки насыщения кривых 1, 3. Кривые 4, 5 относятся к полупроводниковым эмиттерам при том же коллекторе. Полупроводник 4 имеет ту же термоэлектронную работу выхода, что и металл 2 — точки насыщения этих кривых одинаковы.

В качестве коллектора обычно используются металлические покрытия с большой работой выхода для того, чтобы исключить обратный фототок с коллектора. Поэтому чаще всего  $e\chi_k - e\chi_s > 0$  и точка насыщения  $V_s$  лежит в области положительных потенциалов коллектора.

б) *Максимальный задерживающий потенциал  $V_0$  на кривых задержки.* Максимальный задерживающий потенциал, при котором  $I=0$ , называется потенциалом «отсечки» и обозначается  $V_0$ . Связь потенциала отсечки  $V_0$  с частотой возбуждающего излучения и с природой эмиттера удобно рассматривать на энергетических схемах внешнего фотоэффекта (рис. 4). На каждой схеме слева — энергетическая диаграмма эмиттера, которым может быть либо металл (а), либо собственный полупроводник (б), либо электронный полупроводник (в), либо дырочный полупроводник (г); справа — диаграмма металлического коллектора, одного и того же для всех четырех типов эмиттеров. Энергия квантов (мономатического) света  $h\nu$  обозначена волнистой линией. Эмиттер и коллектор находятся в тепловом равновесии, уровень электрохимического потенциала  $\epsilon_0$  в них совпадает — на диаграммах находится на одной горизонтали.

В металле при абсолютном нуле температуры наивысшим заполненным уровнем, с которого может начаться внешний фотоэффект, является уровень электрохимического потенциала.

В собственном полупроводнике  $\epsilon_0$  лежит посередине между верхним краем валентной (заполненной) зоны и дном зоны проводимости. Кванты света, попадая в полупроводник, не могут срывать электроны с этого уровня, как в металле, потому что он лежит в полосе запрещенных энергий и на нем нет электронов. При достаточно низкой температуре в зоне проводимости электроны также отсутствуют. Таким образом, в собственном полупроводнике свет может возбуждать электроны только из валентной зоны, верхняя граница которой  $\epsilon''$  лежит ниже уровня  $\epsilon_0$ .

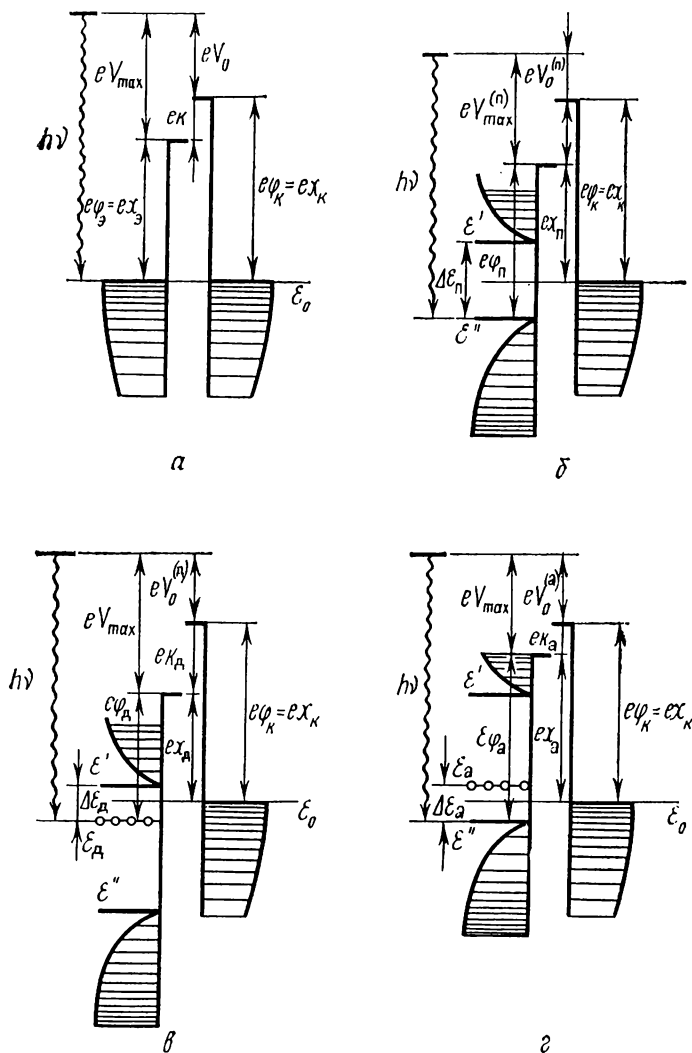


Рис. 4. Энергетические схемы внешнего фотоэффекта с металлического эмиттера (а) и полупроводниковых эмиттеров: собственного (б), электронного (в) и дырочного (г)

В идеальном электронном (донорном) полупроводнике уровень  $\epsilon_0$  при низкой температуре лежит посередине энергетического интервала между нижней границей зоны проводимости  $\epsilon'$  и уровнем донорных примесей  $\epsilon_d$ , а в идеальном дырочном (акцепторном) полупроводнике — посередине между верхом валентной зоны  $\epsilon''$  и уровнем акцепторных примесей  $\epsilon_a$ , т. е. и в примесных полупроводниках уровень электрохимического потенциала лежит в области запрещенных значений энергий. При низких температурах, когда можно пренебречь тепловым возбуждением электронов, наивысшим заполненным энергетическим уровнем, с которого могут возбуждаться фотоэлектроны, в электронном полупроводнике является уровень донорных примесей  $\epsilon_d$ ; в дырочном полупроводнике — верхний уровень валентной зоны  $\epsilon''$ . Положение в эмиттере наивысшего заполненного уровня, способного давать фотоэлектроны, определяет фотоэлектронную работу выхода эмиттера. На диаграммах рис. 4 она обозначена  $e\varphi_a$ ,  $e\varphi_k$  для металлического эмиттера и коллектора,  $e\varphi_n$ ,  $e\varphi_d$  для собственного электронного и дырочного полупроводников. Положение уровня электрохимического потенциала  $\epsilon_0$  определяет термоэлектронную работу выхода, которая обозначена через  $e\chi_a$ ,  $e\chi_k$ ,  $e\chi_n$ ,  $e\chi_d$ ,  $e\chi_a$ .

Для металла термоэлектронная работа выхода  $e\chi_a$  совпадает с фотоэлектронной работой выхода  $e\varphi_a$  (рис. 4, а):

$$e\chi_a = e\varphi_a = -\epsilon_0. \quad (5)$$

Для полупроводников, как собственного, так и примесных, где уровень  $\epsilon_0$  и наивысший заполненный уровень, дающий фотоэффект, не совпадают, термоэлектронная работа выхода  $e\chi$  и фотоэлектронная работа выхода  $e\varphi$  имеют различные значения: для собственного полупроводника (рис. 4, б)

$$e\varphi_n = e\chi_n + \frac{\Delta\epsilon_n}{2}, \quad (6)$$

для донорного полупроводника (рис. 4, в)

$$e\varphi_d = e\chi_d + \frac{\Delta\epsilon_d}{2}, \quad (7)$$

для акцепторного полупроводника (рис. 4, г)

$$e\varphi_a = e\chi_a + \frac{\Delta\epsilon_a}{2}. \quad (8)$$

Для полупроводников всегда  $e\varphi > e\chi$ .

Определим значение максимального задерживающего потенциала  $V_0$  кривых задержки для всех указанных типов эмиттеров.

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов определяется соотношением Эйнштейна (2). С другой стороны, согласно энергетическим диаграммам (рис. 4), а также согласно кривым задержки (рис. 3)

$$\left(\frac{mv^2}{2}\right)_{\max} = eV_{\max} = eV_0 + eK. \quad (9)$$

Пользуясь выражениями (2), (4) — (9), получим для металлического эмиттера

$$eV_0 = h\nu - e\chi_{\kappa}, \quad (10)$$

для собственного полупроводника

$$eV_0^{(n)} = h\nu - e\chi_{\kappa} - \frac{\Delta\varepsilon_{\text{п}}}{2}, \quad (11)$$

для электронного полупроводника

$$eV_0^{(d)} = h\nu - e\chi_{\kappa} - \frac{\Delta\varepsilon_{\text{д}}}{2}, \quad (12)$$

для акцепторного полупроводника

$$eV_0^{(a)} = h\nu - e\chi_{\kappa} - \frac{\Delta\varepsilon_{\text{а}}}{2}. \quad (13)$$

Из приведенных выражений видно, что величина максимального задерживающего потенциала на кривых задержки зависит прежде всего от частоты падающего света  $\nu$ .

Для металлического эмиттера при заданном  $h\nu$  потенциал  $V_0$  определяется лишь работой выхода коллектора  $e\chi_{\kappa}$  и не зависит от природы самого эмиттера. Все кривые задержки для металлических эмиттеров имеют один и тот же задерживающий потенциал  $V_0$ , если  $\nu = \text{const}$  и коллектор остается неизменным (рис. 3, кривые 1, 2).

Для полупроводниковых эмиттеров величина  $V_0$  определяется при данном  $h\nu$  не только веществом коллектора, но и энергетической структурой самого эмиттера, так как в соотношения (11), (12), (13) входят  $\Delta\varepsilon_{\text{п}}$ ,  $\Delta\varepsilon_{\text{д}}$  и  $\Delta\varepsilon_{\text{а}}$  соответственно, являющиеся одной из энергетических характеристик данного полупроводника.

*в) Форма кривых задержки.* Распределение по энергиям фотоэлектронов, получаемое из кривых задержки, связано с энергетической структурой зоны, дающей фотоэлектроны, с распределением плотности квантовых состояний в ней. Кривые задержки для металлических эмиттеров отличаются по форме от кривых задержки для полупроводников (рис. 3) из-за различной энергетической структуры металлов и полупроводников. В зоне проводимости металла плотность квантовых состояний возрастает по мере приближения к границе зоны к уровню  $\varepsilon_0$  (рис. 4, *а*, заштрихованная область), тогда как в валентной зоне полупроводника, собствен-

ного или примесного — дырочного, откуда возбуждаются фотоэлектроны, наоборот, плотность квантовых состояний падает по мере приближения к верхней границе зоны (рис. 4, б, г заштрихованные области). В металле наибольшее число фотоэлектронов будет возбуждаться с наивысших заполненных энергетических уровней зоны, тогда как в полупроводниках, наоборот, фотовозбуждение будет происходить в основном с более глубоких уровней зоны. Следовательно, в энергетическом спектре фотоэлектронов, эмиттированных из полупроводника, должно наблюдаться относительно большее число медленных электронов, чем в энергетическом спектре фотоэлектронов, эмиттированных из металлов. В соответствии с этим кривые задержки для металлов должны иметь более крутой спад при напряжениях, близких к максимальному задерживающему потенциалу  $V_0$  (должны быть выпуклыми (рис. 3, кривые 1—3). Для полупроводников более резкое падение фототока должно наблюдаться при напряжениях, близких к напряжению насыщения  $V_S$ , т. е. в области, где присутствуют электроны с малыми энергиями (кривые задержки 4 и 5 должны быть вогнутыми).

### 3. Определение некоторых характеристик энергетической структуры эмиттера по кривым задержки в сферическом конденсаторе.

а) *Определение фотоэлектронной работы выхода.* Фотоэлектронная работа выхода  $e\varphi$  как для металла, так и для полупроводников может быть определена из (2) и (10):

$$e\varphi = h\nu - e(V_0 + K). \quad (14)$$

Величина максимального задерживающего потенциала  $V_0$  и величина контактной разности потенциалов  $K$ , измеренные в электронвольтах, определяются прямым отсчетом по соответствующей кривой задержки.

Если кривые задержки для эмиттера сняты для нескольких частот возбуждающего излучения, то можно построить график зависимости  $(V_0 + K)$  от  $\nu$ . Пересечение полученной прямой с осью абсцисс даст величину граничной частоты фотоэффекта  $\nu_0$ , и работа выхода эмиттера определяется так:  $e\varphi = h\nu_0$ .

б) *Определение ширины запрещенной зоны  $\Delta\epsilon_{\text{п}}$  для собственного полупроводника и величин  $\Delta\epsilon_{\text{д}}$  и  $\Delta\epsilon_{\text{а}}$  для примесных полупроводников.* Для этого в экспериментальном приборе должна быть предусмотрена возможность замены исследуемого эмиттера на вспомогательный металлический эмиттер при сохранении всех остальных условий измерений неизменными.

Согласно уравнениям (10) и (11) имеем для металла и для собственного полупроводника

$$eV_0 = h\nu - e\chi_{\text{к}},$$

$$eV_0^{(n)} = h\nu - e\chi_{\text{к}} - \frac{\Delta\epsilon_{\text{п}}}{2}.$$

Если при снятии кривых задержки с исследуемого и вспомогательного металлического эмиттеров коллектор один и тот же, то значения термоэлектронной работы выхода коллектора  $e\chi_k$  и  $h\nu$  по уравнениям (10) и (11) идентичны; из этих уравнений следует для полуширины запрещенной зоны собственного полупроводника

$$\frac{\Delta e_n}{2} = eV_0 - eV_0^{(n)}. \quad (15)$$

Аналогично для электронного полупроводника, пользуясь уравнениями (10) и (12), получим

$$\frac{\Delta e_d}{2} = eV_0 - eV_0^{(d)}. \quad (16)$$

Для дырочного полупроводника согласно уравнению (10) и (13):

$$\frac{\Delta e_a}{2} = eV_0 - eV_0^{(a)}. \quad (17)$$

в) *Определение термоэлектронной работы выхода полупроводниковых эмиттеров.* Если для полупроводниковых эмиттеров определена фотоэлектронная работа выхода  $e\varphi$  (по соотношению (14)) и величины  $\frac{\Delta e_n}{2}$ ,  $\frac{\Delta e_d}{2}$  и  $\frac{\Delta e_a}{2}$  (по уравнениям (15)—(17)), то величина термоэлектронной работы выхода  $e\chi$  для каждого из них определяется соотношениями (6)—(8).

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Экспериментальный прибор изображен на рис. 2. Коллектор  $K$  представляет собой стеклянную сферу радиусом  $R=150$  мм, покрытую внутри слоем алюминия и имеющую небольшое кварцевое окно для пропускания света на эмиттер. В фотоэлементе имеется два эмиттера ( $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ ), расположенных в боковых отростках. Один эмиттер, металлический, представляет собой грань кубика из никеля, обработанного парами цезия ( $Ni+Cs$ ). Другой эмиттер (дырочный полупроводник — сурьмяно-цезиевый фотокатод  $SbCs_3$ ) имеет также форму кубика. Как в первом, так и во втором случае длина ребра кубика  $l=10$  мм. Эмиттеры взаимозаменяемы и могут поочередно вводиться с помощью магнита в центр сферы—коллектора. Остальные условия опыта при такой замене эмиттеров, естественно, сохраняются неизменными. Система сфера — кубик — квазисферическая система, но при  $R/r>10$  квазисферичность вносит в измерения сравнительно небольшую ошибку ( $\sim 1\%$ ) и ее можно не учитывать.

Между эмиттером  $\mathcal{E}$  и коллектором  $K$  фотоэлемента подается напряжение от батареи  $E_1$  через потенциометр  $R_1$  и коммутирующий ключ  $K$ , позволяющий менять это напряжение по знаку. Величина напряжения регистрируется вольтметром  $V_1$ . Фототок

( $\sim 10^{-9}$  А) может быть измерен как с помощью усилителя постоянного тока, так и с помощью электрометра. Ниже приводится один из методов измерения малых токов — метод компенсации с использованием электрометра. Принцип метода компенсации заключается в следующем (рис. 2). При возникновении фототока  $\mathcal{I}$  на многоомном сопротивлении  $R=10^{10}$  Ом возникает падение напряжения  $V_R=\mathcal{I}R$ . При этом нить  $L$  электрометра  $\mathcal{ЭЛ}$  заряжается и отклоняется в сторону одной из пластин  $H$ . Величина отклонения пропорциональна  $V_R$ . В первый момент возникновения фототока показание вольтметра  $V_1$  соответствует тому напряжению, которое имеет место между эмиттером и коллектором (т. е.  $V_1=V_{\text{эк}}$ ), но в последующие моменты времени напряжение  $V_1$  распределяется между фотоэлементом и сопротивлением  $R_1$ . Тогда  $V_1=V_{\text{эк}}+V_R$ , т. е. по показанию вольтметра  $V_1$  уже нельзя судить о величине напряжения между эмиттером и коллектором:  $V_1 \neq V_{\text{эк}}$ . Чем больше фототок, тем больше  $V_R$  и тем больше  $V_1$  отличается от  $V_{\text{эк}}$ . Для того чтобы показание вольтметра  $V_1$  соответствовало напряжению на фотоэлементе  $V_{\text{эк}}$ , падение напряжения на сопротивлении  $R_1$ , а значит и заряд электрометра, необходимо скомпенсировать. Это делается при помощи дополнительной батареи  $E_2$ , включенной соответствующим образом через потенциометр  $R_2$ . Значение компенсирующего напряжения показывает вольтметр  $V_2$ . Если отклонение нити электрометра сведено к нулю напряжением батареи  $E_2$ , то компенсирующее напряжение равно по величине и противоположно по знаку падения напряжения на сопротивлении  $R$ . В этом случае  $V_1=V_{\text{эк}}$ . Показание вольтметра  $V_2$  при равновесном положении нити электрометра будет давать величину, пропорциональную величине фототока  $\mathcal{I}$ , а показание вольтметра  $V_1$  — величину напряжения между эмиттером и коллектором  $V_{\text{эк}}$ , соответствующую данному значению фототока.

Для знания абсолютных значений фототока необходимо точно знать величину сопротивления  $R$ . Для снятия кривых задержки нет необходимости знать абсолютное значение фототока, т. е. показания вольтметра  $V_2$  при скомпенсированном заряде электрометра можно принимать за величину фототока в относительных единицах.

Вследствие большой чувствительности схемы измерения фототока необходимо все ее элементы защищать от емкостных влияний и от внешних переменных полей. Для этого фотоэлемент и вся электрическая цепь так же, как и подводящие провода, помещаются в металлические ящики и трубки, соединенные с землей.

Для освещения эмиттера служит ртутная лампа типа ПРК-2, свет от которой выделяется кварцевым монохроматором.

#### § 4. Упражнения

1. а) Снять кривые задержки для полупроводникового эмиттера—сурьмяно-цезиевого фотокатода при нескольких (не менее трех) длинах волн возбуждающего света. Рекомендуется  $\lambda_1=3126\div$

$\div 3132 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 3650 \div 3663$ ,  $\lambda_3 = 4358$ ,  $\lambda_4 = 5461$ ,  $\lambda_5 = 5769 \div 5790 \text{ \AA}$ .

б) Заменить в фотоэлементе полупроводниковый эмиттер на металлический (никель), обработанный в парах цезия, и снять кривые задержки для тех же длин волн с металлического эмиттера.

Кривые задержки следует снимать с предельной тщательностью, измеряя величину фототока через интервалы в 0,05 В напряжения между эмиттером и коллектором. В процессе измерения кривой задержки (двукратного или многократного) рабочий режим осветительной лампы должен оставаться неизменным, так как даже небольшое изменение разрядного тока лампы приводит к существенному разбросу экспериментальных точек.

Особое внимание следует уделить измерению краевых точек на кривой задержки — точки насыщения  $V_S$  и точки максимального задерживающего потенциала  $V_0$ . Наибольшая неточность наблюдается при определении точки насыщения. Чтобы получить наиболее вероятное значение этой величины, можно воспользоваться тем обстоятельством, что напряжение, при котором начинается насыщение на кривых задержки, не зависит от длины волны света и кривые задержки для данного эмиттера для различных длин волн должны иметь одну и ту же точку насыщения (§ 2, а). Поэтому за величину  $V_S$  можно взять среднее арифметическое значение из величин  $V_S$ , полученных как из нескольких измерений одной и той же кривой, так и измерений  $V_S$  на кривых для различных длин волн.

Обработка экспериментальных данных. Построить кривые задержки для различных длин волн для эмиттера  $\text{SbCs}_3$ , приведя их (для удобства сравнения) к одинаковым токам насыщения. Чтобы привести кривые к одинаковым токам насыщения, следует величины фототоков  $\mathcal{I}_V$  для каждого значения  $V$  разделить на величину тока насыщения  $\mathcal{I}_{V_S}$ , т. е. при построении графика по оси ординат откладывать величину  $\mathcal{I}_V/\mathcal{I}_{V_S}$ .

Аналогичным образом построить кривые задержки для эмиттера  $\text{Ni}+\text{Cs}$ .

Для более точного определения точки пересечения кривой задержки с осью абсцисс (точки  $V_0$ ) можно прибегнуть к следующему приему. Экспериментально было обнаружено, что сила фототока на достаточно близком расстоянии от концов кривой задержки всегда удовлетворяет выражению

$$\mathcal{I} = A(V_0 - V)^2,$$

где  $A$  — постоянная для данной кривой. Таким образом, откладывая по оси ординат вместо силы тока  $\mathcal{I}$  значения  $\sqrt{\mathcal{I}}$ , получим прямую линию. Место ее пересечения с осью абсцисс и принимает значение  $V_0$ .

2. а) По кривым задержки для эмиттера  $\text{Ni}+\text{Cs}$  проверить выполнение закона Эйнштейна (2), (10). Для этого построить график



зависимости ( $V_0 + K$ ) от частоты падающего света  $\nu$ , который в силу уравнения Эйнштейна должен быть прямой линией.

б) Определить численное значение постоянной Планка  $h$  (эрг·с), пользуясь тем, что угловой коэффициент прямой Эйнштейна равен величине  $h/e$  ( $e$  — заряд электрона).

в) Определить граничную частоту фотоэффекта  $\nu_0$  для эмиттера  $Ni + Cs$  по пересечению прямой Эйнштейна с осью абсцисс.

3. Для эмиттера  $SbCs_3$  определить фотоэлектронную работу выхода  $e\phi$  по уравнению (14), энергетическое расстояние от уровня электрохимического потенциала до верхней границы заполненной зоны  $\frac{\Delta e_a}{2}$  по уравнению (17), термоэлектронную работу выхода  $e\chi$  по уравнению (8). Нанести полученные значения этих характеристик на энергетическую диаграмму  $SbCs_3$  — дырочного полупроводника.

4. Построить кривые распределения фотоэлектронов по энергиям (путем графического дифференцирования соответствующих кривых задержки) для эмиттера  $SbCs_3$  и для эмиттера  $Ni + Cs$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В. Эмиссионная электроника. М., «Наука», 1966.

2. Соболева Н. А., Меламид А. Е. Фотоэлектронные приборы. М., «Высшая школа», 1974.

3. Гапонов В. И. Электроника, ч. 1. М., Физматгиз, 1960.

## 2. Термоэлектронная эмиссия металлов

Закономерности термоэлектронной эмиссии изучаются методом вольт-амперных характеристик.

### § 1. Введение

Термоэлектронная эмиссия — испускание электронов нагретыми телами. Температурная зависимость тока термоэмиссии ( $I_{эм}$ ), полученная на основе квантостатистической теории явления, имеет вид

$$I_{эм} = 2A'T^2 (1 - \bar{R}) S \exp \left[ -\frac{e\phi}{kT} \right], \quad (1)$$

где  $A' = 2\pi me k^2 / h^3$ ;  $\bar{R}$  — средний коэффициент отражения электронов от потенциального порога металл — вакуум;  $e\phi$  — работа выхода, слабая функция от  $T$ .

Величина  $A_0 = 2A' = 120,2 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град}^{-2}$  называется постоянной Зоммерфельда, а соотношение (1) — законом Ричардсона — Дешмана.

Явление термоэмиссии широко используется в технике. Большинство прямо-усилительных ламп и СВЧ-приборов содержат катодные узлы с термоэмиттерами. На основе явления термоэмиссии строятся современные устройства прямого преобразования тепловой энергии в электрическую — термоэмиссионные преобразователи (ТЭПы). Это явление широко используется в технике современного физического эксперимента — электронные пушки, как правило, содержат термокатод в качестве источника электронов.

Закон (1) — основа для поисков термоэмиттеров с заданными физическими параметрами. Незначительные изменения  $e\varphi$  приводят к резкому изменению  $I_{эм}$ . Эксперименты по определению  $e\varphi$  составляют основное содержание задачи.

## § 2. Теория

**1. Работа выхода и ее измерение.** Работа выхода  $e\varphi$  — мера связи электрона со всем металлом в целом. Эту величину можно определить однозначно лишь при  $T=0$  К. При  $T>0$  К изменение энергии металла при испускании электрона определяется неоднозначно, оно зависит от процесса, который сопровождает изменение состояния (адиабатический, изотермический, политропический).

Согласно уравнению Гиббса—Гельмгольца

$$e\varphi_{ад} = e\varphi_{изот} + \alpha T, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — температурный коэффициент работы выхода.

Вычисление работы выхода — сложнейшая задача теории твердого тела, далекая от решения в настоящее время. Поэтому главное внимание в эмиссионной электронике уделяется надежным экспериментальным измерениям  $e\varphi$ .

*а) Метод прямой Ричардсона.* Если зависимость  $I_{эм}(T)$  найдена экспериментально, то из (1) можно определить  $A_0(1-\bar{R})$  и  $e\varphi$ .

Уравнение (1) можно записать в виде

$$\log \frac{I_{эм}}{T^2} = \log \left[ A \cdot S \cdot \exp \left( -\frac{\alpha}{k} \right) \right] - \frac{5038}{T} \varphi_0, \quad (3)$$

где  $\varphi_0$  измерено в вольтах,  $A=A_0(1-\bar{R})$ . Метод расчета  $\varphi_0$  по (3) иллюстрирует рис. 1. В координатах  $\log(I_{эм}/T^2)$  от  $5038/T$  получается прямая — прямая Ричардсона. Наклон ее к оси абсцисс определяется значением  $\varphi_0$ .

*б) Метод полного тока.* Поскольку у реальных катодов и  $\varphi$  и  $A$  в (3) — сложные функции координат поверхности, реальный катод при оценке его эмиссионной способности заменяют эквивалентным однородным с постоянными  $A$  и  $\varphi$ .

При  $A=120,2 \text{ А} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{град}^{-2}$  каждому значению экспериментально измеренного при данной температуре  $T^*$  тока  $I_{эм}(T^*)$  соответствует работа выхода  $\varphi(T^*) = \varphi_{п.т.}$ , называемая средней по полному току (п. т.).

Из (3) получаем

$$\varphi_{п.т}(T) = - \frac{T}{5038} \log \frac{I_{эм}(T)}{SAT^2}. \quad (4)$$

**2. Вольт-амперная характеристика вакуумного диода.** Методы расчета  $\eta$  основаны на знании тока термоэмиссии  $I_{эм}(T)$ . Этот ток невозможно измерить непосредственно. На практике измеряют зависимость тока, протекающего через вакуумный диод ( $I_d$ ), от приложенной между катодом и анодом разности потенциалов  $U = V_a - V_k$ .

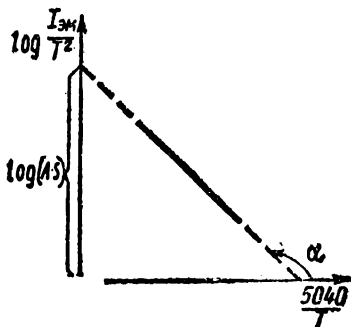


Рис. 1. Прямая Ричардсона

Найденная экспериментально зависимость  $I_d(U)$  называется вольт-амперной характеристикой. На идеальной вольт-амперной характеристике различают три области: I — область тока насыщения; II — область пространственного заряда; III — область начального тока (рис. 2, а). На реальных вольт-амперных характеристиках диодов имеют место более или менее широкие переходные области  $U^*$  (переход от I области ко II) и  $U^{**}$  (переход от II области к III) (рис. 2, в).

Закономерности  $I_d(U)$  в каждой области вольт-амперной характеристики можно найти, если известно распределение потенциала  $V$  между катодом и анодом диода. Это распределение обусловлено полем внешней разности потенциалов, полями контактной разности потенциалов (КРП) и полем пространственного заряда электронов.

В цилиндрическом диоде при холодном катоде

$$V(r) = \frac{U}{\ln \frac{r_a}{r_k}} \ln \frac{r}{r_k}, \quad (5)$$

где  $U$  — разность потенциалов катод — анод;  $r_k, r_a$  — радиусы катода, анода;  $r_k \leq r \leq r_a$ .

*Участки вольт-амперной характеристики диода при нагретом катоде.*

I область (рис. 2, а).  $I_d(U)$  в этой области определяется зависимостью  $\varphi(U)$ , найденной Шоттки [1]. Электрон, эмиттированный катодом, попадает в ускоряющее внешнее электрическое поле  $E$  и поле действия силы зеркального изображения  $F_{зерк} = e^2/16\pi\epsilon_0 x^2$ . Ход кривых потенциальной энергии электрона показан на рис. 3 ( $x$  — координата, нормальная к поверхности

эмиттера). В результате действия обоих полей на расстоянии  $x_{\text{ш}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{e}{\pi \epsilon_0 E}}$  от поверхности катода возникает пониженный на  $\Delta\varphi_{\text{ш}}$  потенциальный барьер:

$$e\Delta\varphi_{\text{ш}} = \frac{e^{3/2} E^{1/2}}{2 \sqrt{\pi \epsilon_0}} \quad (\text{В}). \quad (6)$$

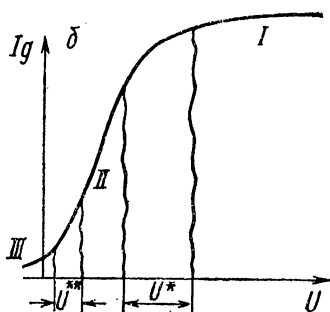
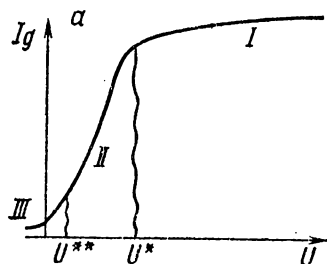


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики идеального (а) и реального (б) диодов

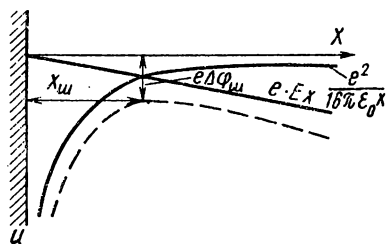


Рис. 3. К расчету эффекта Шоттки

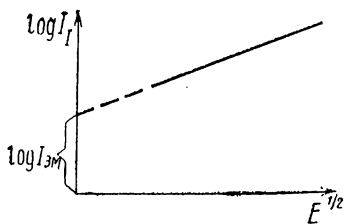


Рис. 4. Проверка закона Шоттки

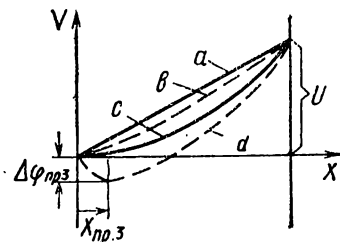


Рис. 5. Распределение потенциала для плоскопараллельных электродов диода

Подставляя (6) в (1), найдем

$$I_{дI} = I_{эм} \exp \left\{ \frac{e^{3/2}}{2 \sqrt{\pi \epsilon_0} kT} E^{1/2} \right\}. \quad (7)$$

Уравнение Шоттки используют для расчета  $I_{эм}$ . Метод расчета иллюстрирует рис. 4.

Нормальный эффект Шоттки (7) имеет место для однородных по  $\phi$  катодов и анодов. Для неоднородных по  $\phi$  катодов наблюдается аномальный эффект Шоттки — более сильная по сравнению с (7) зависимость  $I_{дI}(U)$  [1].

Включение в рассмотрение поверхностных микрополей, обуславливающих аномальный эффект Шоттки, приводит к необходимости изменить (7):

$$\log I_{дI} = \log I_{эм} + 1,906 \frac{E^{1/2}}{T} f, \quad (8)$$

где  $f$  — в общем виде сложная функция от микрополей и внешнего поля. Уравнение (8) можно использовать для определения  $I_{эм}(T)$  в той области ВАХ, в которой  $f \neq f(E)$ .

Распределение потенциала  $V$  в диоде (I область ВАХ) при накалинном катоде можно найти, интегрируя уравнение Пуассона.

На рис. 5, а показано распределение  $V(x)$  для плоского диода. Небольшое понижение  $V$ , обусловленное отрицательным зарядом электронов (рис. 5, в) соответствует I области вольт-амперной характеристики. С понижением внешней разности потенциалов  $U$  кривая  $V(x)$  идет все ниже. При некотором  $U = U^*$  производная  $\left( \frac{dV}{dx} \right)_{x=0} = 0$  (см. распределение на рис. 5, с). Ток диода  $I_{д}(U^*) = I_{эм}$ . Дальнейшее уменьшение  $U$  приводит к «провисанию» потенциала (рис. 5, d). В межэлектродном пространстве диода возникает минимум потенциала глубиной  $\Delta\phi_{прост. заряда}$  на расстоянии  $x_{пр.з}$  от катода.

Распределение потенциала  $V$  с минимумом (рис. 5, d) характерно для II области вольт-амперной характеристики диода — области пространственного заряда. В этой области эффективная работа выхода катода повышена на  $\Delta\phi_{пр.з}$  и по Больцману:

$$I_{дII} = I_{эм} \exp \left[ - \frac{e\Delta\phi_{пр.з}}{kT} \right], \quad (9)$$

где  $\Delta\phi_{пр.з}$  — функция  $T$ ,  $U$  и геометрии диода. Уравнение (9) можно использовать для расчета  $\Delta\phi_{пр.з}(U)$  по измеренным  $I_{дII}$ ,  $I_{эм}$  и  $T$ . Уравнение (9) в неявном виде содержит зависимость  $I_{дII}(U)$ .

Зависимость  $I_{дII}(U)$  в явном виде получается в результате совместного решения уравнений Пуассона, непрерывности, интеграла энергии, дополненных соответствующими граничными условиями [1]:

$$I_{\text{дII}}(U) = S \frac{4\epsilon_0}{9} \left( \frac{e}{2m} \right)^{1/2} \frac{(U + V_{\text{к.п.п.}} + \Delta\Phi_{\text{пр.з}})^{3/2}}{(d - x_{\text{пр.з}})^2}. \quad (10)$$

Для цилиндрического диода [1, 6—8] рассматривались два случая: 1) катод диода — внутренний цилиндр радиуса  $r_{\text{к}}$ ; 2) катод диода — внешний цилиндр радиуса  $r_{\text{а}}$ . При этом для токов через диод получено соотношение

$$\frac{(I_{\text{дII}})_2}{(I_{\text{дI}})_1} = \frac{r_{\text{к}}\beta_1^2}{r_{\text{а}}\beta_2^2} < 1. \quad (11)$$

Неравенство (11) известно как парадокс Богуславского [3]: в области II вольт-амперной характеристики ток диода с большего по площади внешнего цилиндра меньше, чем ток, отбираемый с внутреннего цилиндра.

Теория II области ВАХ с учетом начальных скоростей ( $v_0$ ) электронов дана в [2].

III область вольт-амперной характеристики — область начального тока. Зависимость  $I_{\text{дIII}}(U)$  обусловлена многими факторами: а) распределением эмиттированных термоэлектронов по  $v_0$  и углам вылета  $\alpha$ ; б) полем пространственного заряда; в) полем КРП.

КРП приводит к сдвигу всей характеристики влево или вправо относительно  $U=0$ , а иногда и к деформации характеристики [1].

В тех режимах работы диода, в которых не возникает минимум потенциала между катодом и анодом, на анод попадут лишь те электроны, у которых кинетическая энергия, связанная с нормальной составляющей скорости, превышает барьер  $e(U + \Phi_{\text{а}})$ . Ток  $I_{\text{дIII}}(U)$  рассчитывается по той же формуле (1), в которой в качестве  $e\Phi_{\text{к}}$  следует подставить  $e(U + \Phi_{\text{а}})$ :

$$I_{\text{дIII}} = I_{\text{эм}} \exp \left[ - \frac{e \{ |U| + V_{\text{к.п.п.}} \}}{kT} \right], \quad (12)$$

или

$$\log I_{\text{дIII}} = \log I_{\text{эм}} - \frac{5038}{T} [|U| + V_{\text{к.п.п.}}]. \quad (12a)$$

Наклон прямой  $\log I_{\text{дIII}}$  от  $U$  к оси абсцисс определяет электронную температуру  $T$  катода.

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Конструкция цилиндрического диода схематично показана на рис. 6. Оба катода: внутренний (1) радиуса  $r_{\text{к}}$  и внешний (2) радиуса  $r_{\text{а}}$  — выполнены из сплава Ni—Al—Ba.

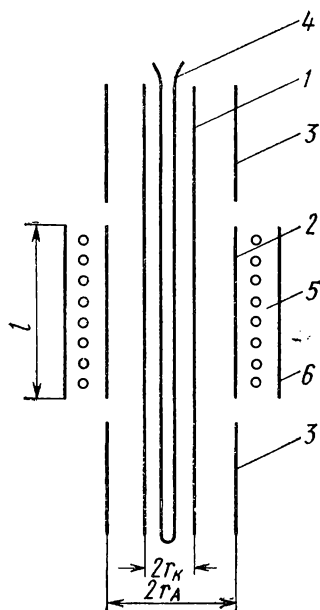


Рис. 6. Устройство диода

Для исключения влияния магнитного поля тока накала на ток диода катоды нагреваются бифилярными спиралями (4, 5). Охранный цилиндр 3 используется для устранения краевых эффектов. Электрод 6 — тепловой экран. Температура катодов определяется с помощью вольфрам-вольфрам-рениевых термодатчиков (ВР-5/ВР-20). Диод смонтирован в стеклянном баллоне, к которому припаяны манометрическая лампа ЛМ-2 и сублимационный титановый насос-геттер.

Электрическая схема для измерения вольт-амперных характеристик приведена на рис. 7. Подогреватели катодов разогреваются постоянным током. Плавная регулировка накала осуществляется с помощью потенциометров  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . Источник внешнего напряжения — выпрямитель УИП-2. Внешняя разность потенциалов  $U = V_a - V_k$  плавно изменяется за счет изменения сопротивления потенциометра  $\Pi_3$  (электродвигатель и редуктор или R—C-цепочка).  $R$  — эталонное сопротивление, включенное в цепь анода. Сигнал с  $\Pi_3$  подается на вход ОХ двухкоординатного самопишущего прибора ПДС-021М, а сигнал с  $R$  — на вход ОУ того же прибора. ЭДС термодатчиков катода ( $T_k T_k$ ) и анода ( $T_a T_a$ ) измеряется потенциометром Р-37-1.

#### § 4. Упражнения

Собрать электрическую цепь для измерений вольт-амперной характеристики, показанную на рис. 7.

1. Измерить несколько (не менее пяти) вольт-амперных характеристик диода при различных температурах внутреннего катода 1 (рис. 6, накал катода 2 отключен). На основе полученных вольт-амперных характеристик:

а) проверить соотношение Шоттки (7), рассчитать  $I_{эм}$  для каждой характеристики (§ 2, рис. 4);

б) рассчитать температурную зависимость работы выхода  $\varphi_{п.т}$  (Т) (§ 2);

в) рассчитать ричардсоновские константы  $A$  и  $\Phi_0$  (§ 2, рис. 1).

2. Все задания из первого упражнения выполнить для нагретого цилиндра 2 (рис. 6, накал катода 1 отключен).

3. При фиксированной температуре катода провести измерения двух вольт-амперных характеристик:

- а) катод 1 нагрет, катод 2 отключен;  
 б) катод 2 нагрет, катод 1 отключен. Проверить соотношение (11) (парадокс Богуславского). Во всех расчетах оценить погрешности.

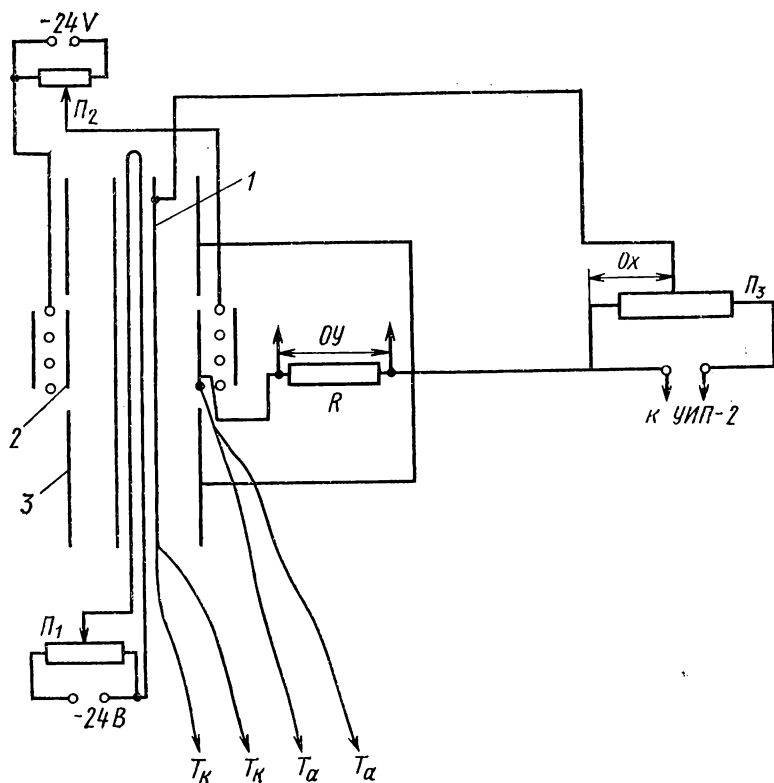


Рис. 7. Схема измерения вольт-амперных характеристик

### ЛИТЕРАТУРА

1. Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В. Эмиссионная электроника. М., «Наука», 1966.
2. Porter J. H., Franzen W., Wenstrup R. S. — «J. Appl. Phys.» 43, 344 (1972).
3. Архангельский К. В., Спивак Г. В. История и методология естественных наук. Изд-во Моск. ун-та, 1965.
4. Богуславский С. А. Избранные труды. М., ГТТИ, 1952.
5. Боте Г., Зоммерфельд А. Электронная теория металлов. М., ОНТИ, 1938.
6. Дэшман С. Термоионная эмиссия. М., КУБУЧ, 1932.
7. Richardson O. W. Emission of the Electricity from Hot Bodies. London, 1916.
8. Langmuir T. — «Phys. Rev.», 2, 450, 1913.



# ПРИЛОЖЕНИЕ

## ИЗУЧЕНИЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

Изучаются характеристики тлеющего разряда низкого давления, переходной формы тлеющего разряда в дуговой, а также работа газоразрядных стабилизаторов напряжения.

### § 1. Введение

В связи с интенсивным развитием физики плазмы, вызванным перспективами ее практического использования в проблеме управляемого термоядерного синтеза, разработке методов прямого преобразования тепловой энергии в электрическую, в плазменной электронике, плазмохимии и в ряде других важных технических приложений, важной задачей является изучение различных методов создания плазмы с заданными параметрами и свойствами. Одним из самых распространенных лабораторных методов создания плазмы до настоящего времени остается метод газового разряда, т. е. получение плазмы при пропускании через газ электрического тока. Классическими формами газового разряда, на примере которых удобно изучить основные закономерности образования газоразрядной плазмы, являются тлеющий и дуговой разряды. В настоящей работе изучаются процессы в катодных частях тлеющего и дугового разрядов, ответственные за формирование электрического тока в первоначально нейтральном газе под действием постоянного электрического поля.

### § 2. Физические процессы в тлеющем и дуговом разрядах

**1. Тлеющий разряд.** Особенности тлеющего разряда в газе иллюстрирует рис. 1, где представлена вольт-амперная характеристика разряда в неоне с холодными электродами из меди при давлении газа  $p=1$  мм рт. ст. [1].

При малых разрядных токах ( $I < 10^{-5}$  А) имеют дело с так называемым таунсендовским разрядом, характерными чертами которого являются малая плотность тока, практически линейное изменение потенциала вдоль трубки и отсутствие заметного свечения. Механизм заключается в том, чтобы при своем движении от катода к аноду каждый вышедший из катода электрон произвел столько актов ионизации и актов возбуждения атомов, что под действием образованных им ионов и фотонов из катода вновь

был выбит один электрон. Математически это условие записывается в виде известного соотношения [1—3]

$$\gamma(e^{\int_0^d \alpha dx} - 1) = 1, \quad (1)$$

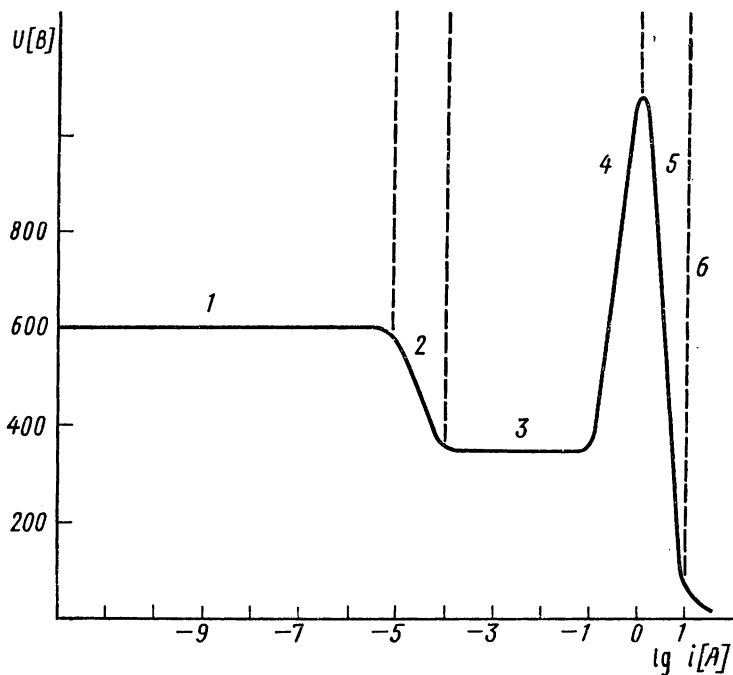


Рис. 1. Вольт-амперная характеристика различных видов разряда в неоне с медными электродами ( $p=1$  мм рт. ст., длина разрядной трубки  $l=50$  см):

1 — темный, или таунсендовский, самостоятельный разряд, 2 — переход к тлеющему разряду, 3 — нормальный тлеющий разряд, 4 — аномальный тлеющий разряд, 5 — переход к дуге, 6 — дуга

в котором левая часть описывает рождение «вторичного» электрона при бомбардировке катода ионами и фотонами, образованными каждым вышедшим из катода «первичным» электроном. Здесь  $\gamma$  — коэффициент, равный отношению числа таких «вторичных» электронов к числу приходящих на катод ионов,  $\alpha$  — первый коэффициент Таунсенда, характеризующий число ионов, образованных электроном при прохождении единицы пути от анода к катоду (в направлении действия поля),  $d$  — расстояние между катодом и анодом. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\gamma$  зависят от рода газа, его давления и напряженности поля, а коэффициент  $\gamma$  — еще и от материала катода [1, 2].

При токах  $10^{-4} \div 10^{-5}$  А существует переходная форма от темного таунсендовского разряда к тлеющему, характеризующаяся падающей вольт-амперной характеристикой. При больших токах мы имеем дело с нормальным тлеющим разрядом, вольт-амперная

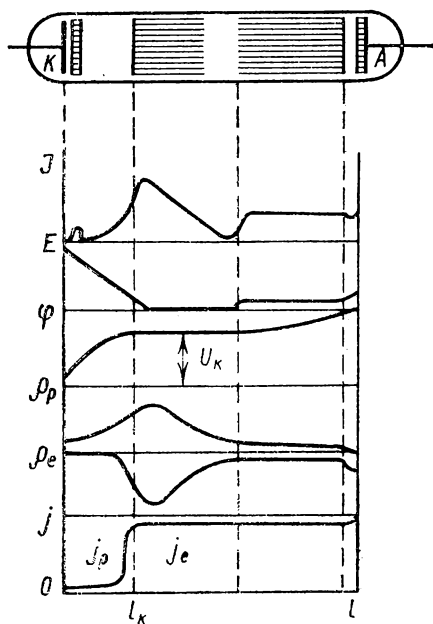


Рис. 2. Структура тлеющего разряда и распределения интенсивности свечения  $I$ , напряженности поля  $E$ , потенциала  $\varphi$ , плотностей зарядов и токов положительных ионов и электронов  $\rho_p$ ,  $\rho_e$ ,  $j_p$ ,  $j_e$  [1]

процессам в таунсендовском разряде. Поэтому условие стационарности тлеющего разряда также можно описать соотношением (1), где под  $d$  следует понимать длину катодной области. Катодные области переходят в так называемый положительный столб, представляющий собой плазму с высокой проводимостью. По физике процессов эти области существенно различаются, и их роль в поддержании разряда различна.

Положительный столб играет просто роль проводника, как бы приближающего анод к той области разрядного промежутка, в которой заканчивается формирование электронной лавины. Поэтому при изменении длины разрядного промежутка происходит прежде всего простое сокращение либо увеличение длины положительного столба, в то время как катодные части не изменяют своей структуры.

характеристика которого почти прямолинейна и параллельна оси абсцисс (слегка падающая). Тлеющему разряду присущи новые отличительные особенности: интенсивное свечение и характерное распределение потенциала вдоль трубки, схематически представленное на рис. 2. Видно, что практически все падение потенциала сосредоточено вблизи катода, при этом величина  $U_k$  называется *катодным падением потенциала*.

Подобная картина распределения потенциала в тлеющем разряде объясняется тем, что существенную роль начинает играть объемный заряд, образующийся в газе в процессе формирования разряда. При этом основные процессы, обеспечивающие существование тлеющего разряда, происходят в катодных его частях и аналогичны лавинным

Постоянство  $U_k$  объясняется тем, что в нормальном тлеющем разряде ток течет только через ограниченную часть поверхности катода, величина которой  $S$  определяется так называемой нормальной плотностью тока  $j_{\text{норм}}$ , которая является также характеристикой разряда, зависящей только от рода газа, его давления и от материала катода. При увеличении силы разрядного тока  $\mathcal{I}$  происходит просто рост  $S$  согласно равенству

$$\mathcal{I} = j_{\text{норм}} \cdot S.$$

После того как в процессе увеличения силы разрядного тока величина  $\mathcal{I}/j_{\text{норм}}$  станет равной площади катода, наступает переход к аномальному тлеющему разряду с характерной для него возрастающей вольт-амперной характеристикой. В аномальном тлеющем разряде величина  $U_k$  уже не постоянна, а растет с увеличением силы разрядного тока.

Величина нормального катодного падения потенциала определяется экспериментально методом так называемого затрудненного разряда. Суть этого метода заключается в следующем. Поддерживая постоянной силу разрядного тока (это достигается изменением сопротивления во внешней цепи разряда), приближают постепенно анод к катоду и снимают зависимость напряжения горения разряда  $U$  от расстояния между анодом и катодом  $l$ . При этом величина  $U$  сначала постепенно уменьшается за счет уменьшения длины положительного столба. Начиная с некоторого расстояния, при котором положительного столба больше нет, уменьшение напряжения сначала идет быстрее, а затем в некотором узком интервале изменения  $l$  оно практически не изменяется. При дальнейшем уменьшении расстояния между анодом и катодом мы вступаем в область катодного падения, и для поддержания разряда при заданной силе тока требуется быстрый рост напряжения. Причину такого роста легко понять из соотношения (1), из которого следует, что уменьшение  $d$  может компенсироваться только ростом  $\alpha$  и  $\gamma$ , а это возможно только за счет увеличения напряженности электрического поля в катодной области, т. е. за счет роста  $U_k$ . Значение  $l$ , при котором происходит резкое возрастание напряжения на разрядной трубке, определяет длину катодного падения потенциала  $d$ , а  $U(d) = U_k$ .

**2. Дуговой разряд.** Дальнейшее увеличение силы разрядного тока приводит к постепенному переходу тлеющего разряда в новый характерный тип разряда — дуговой. Для дугового разряда характерен совершенно иной механизм разряда: выход электронов из катода происходит уже не за счет  $\gamma$ -процессов, а за счет механизма термоэлектронной и автоэлектронной эмиссии. Обычно преобладающим является механизм термоэлектронной эмиссии; при этом плотность электронного тока с катода определяется обычной формулой Ричардсона — Дешмена [1] (см. стр. 361).

Так как при дуговом разряде ток эмиссии электронов с катода просто равен силе разрядного тока, то для этого типа

разряда характерно отсутствие лавинных процессов, причем область катодного падения потенциала имеет ширину по порядку величины, равную длине свободного пробега электрона, а сама величина  $U_k$  — порядка потенциала ионизации для данного газа.

Дуговой разряд с горячим катодом имеет две разновидности. Во-первых, при достаточно большом давлении газа температура катода, необходимая для поддержания плотности электронного тока с катода, соответствующей дуговому разряду, поддерживается за счет энергии, выделяющейся на катоде при бомбардировке его положительными ионами. За счет такого механизма и осуществляется переход от аномального тлеющего разряда с холодным катодом к дуговому разряду при увеличении силы разрядного тока.

Другая разновидность дугового разряда — разряд при пониженном давлении газа с подогретым искусственно до нужной температуры катодом. Для этого типа дугового разряда характерны два режима: свободный и несвободный. При свободном режиме катода разрядный ток в трубке равен или меньше того электронного тока эмиссии, который может эмиттироваться катодом при данной температуре. При несвободном режиме начального тока эмиссии недостаточно и нужны дополнительные механизмы увеличения выхода электронов с катода. В режиме дугового разряда таким механизмом является дополнительный разогрев катода при ионной бомбардировке.

Переходную форму разряда между тлеющим и дуговым разрядами наиболее легко наблюдать следующим образом. На трубку, предназначенную для работы с накаливаемым катодом (в работе используется катод в виде подогреваемой током вольфрамовой спирали), подают напряжение и зажигают тлеющий разряд при холодных электродах. При постепенном увеличении температуры катода до 1000—1300 К (измерение температуры катода производится оптическим пирометром) сначала наблюдается лишь незна-

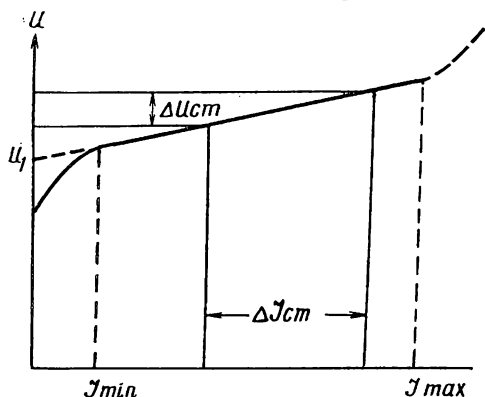


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика стабилизатора напряжения

чительное уменьшение катодного падения при заданной величине разрядного тока за счет термоэлектронной эмиссии. При дальнейшем повышении температуры число термоэлектронов становится сравнимым с числом вторичных электронов. В этих условиях катод начинает работать в несвободном режиме, катодное падение потенциала уменьшается и при температуре около 2000 К достигает наибольшего,

постоянного для данного разрядного тока значения. В работе условия во внешней цепи подбираются таким образом, чтобы можно было наблюдать переходную форму от тлеющего разряда к дуговому, не вступая в стадию дугового разряда.

**3. Практическое использование тлеющего и дугового разрядов.** Тлеющий и дуговой разряды находят важное практическое применение в различных физических приборах [5]. Сюда прежде всего относятся широко используемые в радиотехнике и электронике газонаполненные двух- и трехэлектродные лампы — газотроны и тиратроны, а также газоразрядные стабилизаторы напряжения. В последние годы на основе тлеющего разряда разработаны различные типы индикаторных ламп, используемых в цифровых измерительных приборах, лампы-индикаторы в электронных вычислительных машинах и т. п. В электротехнике и физическом эксперименте для коммутации больших токов применяются приборы дугового разряда — игнитроны и ряд других. Наконец, одними из важнейших приборов, использующих тлеющий и дуговой разряды, являются различные типы газоразрядных оптических квантовых генераторов.

В настоящей задаче изучается работа газоразрядного стабилизатора напряжения, в котором используется постоянство катодного падения потенциала в нормальном тлеющем разряде при изменении в широком диапазоне силы разрядного тока.

Простейший стабилизатор напряжения, в котором используется нормальный тлеющий разряд, состоит из двух электродов, помещенных в наполненный инертным газом баллон. Давление газа в баллоне составляет обычно несколько десятков мм рт. ст.

Электроды имеют вид цилиндра, причем катодом стабилизатора служит наружный цилиндр, так как он имеет наибольшую поверхность, что дает возможность получить большой ток стабилизации, не выходя за пределы области нормального катодного падения. Анодом служит цилиндр меньшего радиуса или просто нить, натянутая по оси цилиндра.

На рис. 3 представлена вольт-амперная характеристика стабилизатора в сильно увеличенном масштабе по оси ординат. При напряжении  $U_3$  происходит зажигание стабилизатора.  $\mathcal{I}_{\text{мин}}$  и  $\mathcal{I}_{\text{макс}}$  — соответственно минимальный и максимальный ток стабилизатора в режиме нормального катодного падения. Участок характеристики от  $\mathcal{I}_{\text{мин}}$  до  $\mathcal{I}_{\text{макс}}$  называют областью стабилизации. Между  $U_{\text{ст}}$  — величиной  $U$  в области стабилизации и током можно установить зависимость:  $U_{\text{ст}} = U_1 - R_{\text{вн}} \mathcal{I}$ , где  $R_{\text{вн}} = \Delta U_{\text{ст}} / \Delta \mathcal{I}_{\text{ст}}$  — внутреннее сопротивление стабилизатора в области стабилизации.

Величина внутреннего сопротивления  $R_{\text{вн}}$  в выпускаемых нашей промышленностью стабилизаторах колеблется от 10 до 50 Ом. Ввиду малой величины внутреннего сопротивления в области нормального катодного падения напряжение на стабилизаторе при

изменении тока от  $\mathcal{I}_{\text{мин}}$  до  $\mathcal{I}_{\text{макс}}$  остается практически постоянным (изменение не превышает 2%). Стабилизатор соединяется с источником тока через балластное ограничительное сопротивление  $R$ , а нагрузка  $R_n$  подключается непосредственно к зажимам стабилизатора.

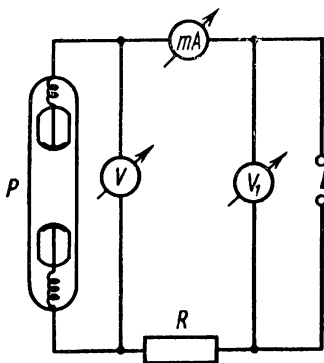


Рис. 4. Электрическая схема измерений при изучении тлеющего разряда:  
 $R$  — магазины сопротивлений,  $V_1$ ,  $V$  — электростатические вольтметры,  $P$  — разрядная трубка,  $B$  — выпрямитель

Изменение напряжения источника тока почти не меняет напряжения на стабилизаторе, а значит и на нагрузке. Происходит это следующим образом. При увеличении напряжения источника тока  $\mathcal{E}$  на величину  $\Delta \mathcal{E}$  увеличивается ток в цепи. Увеличение тока в цепи вызовет увеличение тока только в стабилизаторе. Прирост тока увеличивает падение напряжения на балластном сопротивлении  $R$  и тем самым компенсируется повышение напряжения источника.

### § 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Тлеющий разряд создается в стеклянной отпаянной трубке, наполненной неоном при давлении  $p=1$  мм рт. ст. Плоские электроды из никеля впаяны в стеклянные цилиндры, которые могут перемещаться по длине трубки. Перемещение производится с помощью магнита, для чего в цилиндрах имеются железные вставки.

Электрическая схема для исследования тлеющего разряда приведена на рис. 4. Напряжение для питания трубки вырабатывается выпрямителем  $B$ . Сила разрядного тока изменяется с помощью магазина сопротивлений  $R$  и измеряется миллиамперметром. Вольтметр  $V$  служит для измерения падения напряжения на трубке, а  $V_1$  — для измерения выходного напряжения выпрямителя.

Переходная форма разряда от тлеющего к дуговому изучается с помощью разрядной трубки, изображенной схематически на рис. 5. Анодом служит подвижной никелевый диск, катодом — вольфрамовая нить диаметром 0,1 мм, нагреваемая током накала, величина которого устанавливается с помощью переменного сопротивления  $R$  и измеряется амперметром  $A$ . Сила разрядного тока и падение напряжения на трубке измеряются миллиамперметром  $mA$  и вольтметром  $V$ . Питание схемы осуществляется от выпрямителя  $B$ . Сила разрядного тока устанавливается с помощью набора сопротивлений  $R_1$  от нескольких кОм до нескольких МОм.

Для определения свободного режима работы катода снимают вольт-амперные характеристики в вакууме при разных температурах и строят кривые зависимости тока эмиссии от температуры.

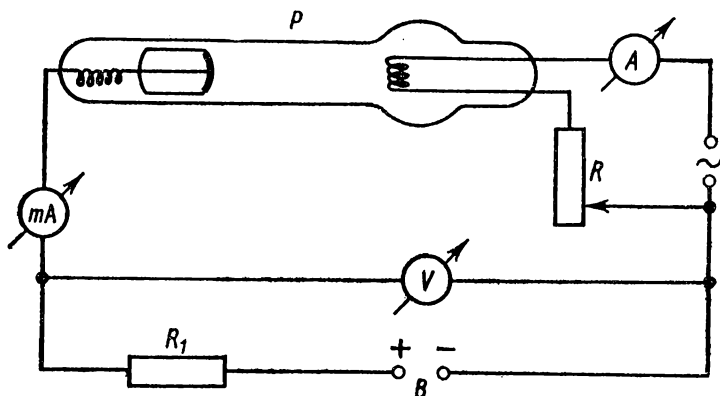


Рис. 5. Электрическая схема измерений при изучении переходной формы разряда:

$P$  — газоразрядная трубка,  $A$  — амперметр,  $mA$  — миллиамперметр,  $mkA$  — микроамперметр,  $V$  — вольтметр,  $B$  — источник питания,  $R$  — переменное сопротивление,  $R_1$  — магазин сопротивлений

Затем наполняют трубку газом и изучают изменение катодного падения с температурой.

Электрическая цепь для изучения работы стабилизатора напряжения приведена на рис. 6. Напряжение на выходе выпрямителя измеряется вольтметром  $V_1$ , а на нагрузке  $R_H$  — вольтметром  $V_2$ . Миллиамперметры служат для измерения тока в нагрузке и тока через стабилизатор.

#### § 4. Упражнения

##### 1. Изучение тлеющего разряда.

1. Снять вольт-амперную характеристику тлеющего разряда. Измерения проводятся в цепи, показанной на рис. 4. При помощи магнита установить расстояние между электродами 2,5—3 см. Увеличивая сопротивление, снять вольт-амперную характеристику, записывая величину сопротивления, тока, напряжения и характер свечения. Повторить измерения для другого рас-

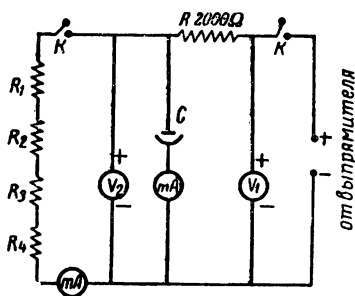


Рис. 6. Электрическая схема измерений при изучении стабилизатора:

$C$  — стабилизатор;  $V_1$ ,  $V_2$  — вольтметры,  $M_1$ ,  $M_2$  — миллиамперметры,  $R_H = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$  — сопротивление нагрузки,  $R = 2000$  Ом — балластное сопротивление



стояния (5—7 см). Построить кривые  $U=f(\mathcal{I})$  на одном графике. Объяснить сдвиг кривых. Определить интервал тока, соответствующий нормальному катодному падению.

2. Определить величину катодного падения тлеющего разряда методом затрудненного разряда. Схема измерений остается прежней. Включить в цепь сопротивление, соответствующее нормальному катодному падению. Постепенно уменьшая расстояние между электродами и поддерживая силу тока постоянной, снять кривые зависимости напряжения горения как функции расстояния между электродами  $U=f(l)$  для трех значений силы разрядного тока. Найти величину нормального катодного падения и ширину области катодного падения.

Аналогичные измерения провести для аномального катодного падения.

### *2. Изучение перехода тлеющего разряда в дуговой.*

1. Снять зависимости катодного падения в разряде от температуры катода при  $\mathcal{I}=\text{const}$  (электрическая цепь дана на рис. 5). Построить кривые  $U_k=f(T)$ .

2. Снять зависимость катодного падения от силы разрядного тока при  $T=\text{const}$ .

3. Снять вольт-амперные характеристики разряда при различных температурах катода.

### *3. Изучение характеристики стабилизатора напряжения.*

1. Определить потенциал зажигания стабилизатора и снять его вольт-амперную характеристику (при отключенном нагрузочном сопротивлении). Электрическая цепь приведена на рис. 6.

2. Подключить нагрузку и снять зависимость напряжения на нагрузке от величины питающего напряжения.

3. Снять зависимость напряжения на нагрузке от величины нагрузки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Граповский В. Л. Электрический ток в газе. М., «Наука», 1971, т. 2, гл. VII, с. 292—332.
2. Энгель А. Ионизованные газы. М., Физматгиз, 1959, гл. 7, § 4; гл. 8, § 3, с. 179, 224—247.
3. Радиофизическая электроника. Под ред. Н. А. Капцова, Изд-во Моск. ун-та, 1960, с. 371—384, 462—474, 487—494.
4. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М., Госатомиздат, 1961.
5. Каганов И. Л. Ионные приборы. М., «Энергия», 1972.
6. Капцов Н. А. Электрические явления в газах и вакууме. М., Гостехиздат, 1950.
7. Энгель А., Штеенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. М., ОНТИ, 1935.
8. Лёб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. М., Гостехиздат, 1950.
9. Тягунов Г. А. Электровакуумные и полупроводниковые приборы. М., Гостехиздат, 1962.

1р. 10к.



СПЕЦИАЛЬНЫЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ